

3. Thermodynamique

TH02 Diffusion de particules

Vecteur densité de flux de particules \vec{j}_N	Exprimer le flux de particules traversant une surface orientée en utilisant le vecteur \vec{j}_N
Bilan de particules	Utiliser la notion de flux pour traduire un bilan global de particules. Établir l'équation locale traduisant un bilan de particules dans le cas d'un problème ne dépendant qu'une d'une seule coordonnée d'espace en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques, éventuellement en présence de sources internes. Utiliser l'opérateur divergence et son expression fournie pour exprimer le bilan local de particules dans le cas d'une géométrie quelconque.
Loi de Fick	Utiliser la loi de Fick Citer l'ordre de grandeur d'un coefficient de diffusion dans un gaz dans les conditions usuelles
Régimes stationnaires	Utiliser, en régime stationnaire, la conservation du flux sous forme locale ou globale en l'absence de sources internes
Équation de diffusion en l'absence de sources internes	Établir l'équation de la diffusion en l'absence de sources internes. Utiliser l'opérateur laplacien et son expression fournie pour écrire l'équation de diffusion dans le cas d'une géométrie quelconque.

	Analyser une équation de diffusion en ordres de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle.
Approche microscopique du phénomène de diffusion	Mettre en place un modèle probabiliste discret à une dimension de la diffusion (marche au hasard) et évaluer le coefficient de diffusion associé en fonction du libre parcours moyen et de la vitesse quadratique moyenne

- Flux de particules à travers une surface fermée orientée :

$$\Phi_S = \frac{\delta N}{dt}$$

- Vecteur densité de flux de particules \vec{j}_N :

$$\Phi_S(t) = \iint_{M \in S} \vec{j}_N(M, t) \cdot \overrightarrow{dS_M}$$

- Bilans de particules : établir un bilan global de particules dans le cas d'un problème ne dépendant que d'une seule variable spatiale en géométrie cartésienne, cylindrique et sphérique, éventuellement en présence de sources internes.

En repère cartésien :

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial j_N(x, t)}{\partial x} = \begin{cases} 0 \\ p(x, t) \end{cases}$$

En repère cylindrique :

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r j_N(r, t))}{\partial r} = \begin{cases} 0 \\ p(r, t) \end{cases}$$

En repère sphérique :

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 j_N(r, t))}{\partial r} = \begin{cases} 0 \\ p(r, t) \end{cases}$$

- Loi de Fick : $\vec{j}_N = -D \overrightarrow{\text{grad}} n$
- Régimes stationnaires : établir la conservation du flux de particules sous forme locale ou globale en l'absence de source interne.
- Équation de diffusion en l'absence de sources internes : savoir l'établir.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\Delta n$$

- Analyser l'équation de diffusion en ordre de grandeur : $L^2 = D\tau$.
- Passage discret - continu.

TH03 Diffusion thermique

Vecteur densité de flux thermique \vec{j}_Q	Exprimer le flux thermique à travers une surface orientée en utilisant le vecteur \vec{j}_Q .
Premier principe de la thermodynamique.	Établir, pour un milieu solide, l'équation locale traduisant le premier principe dans le cas d'un problème ne dépendant qu'une d'une seule coordonnée d'espace en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques, éventuellement en présence de sources internes. Utiliser l'opérateur divergence et son expression fournie pour exprimer le bilan local dans le cas d'une géométrie quelconque, éventuellement en présence de sources internes.
Loi de Fourier.	Utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, béton, métaux.

Régimes stationnaires. Résistance thermique.	Utiliser la conservation du flux thermique sous forme locale ou globale en l'absence de source interne. Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Établir l'expression d'une résistance thermique dans le cas d'un modèle unidimensionnel. Utiliser les lois d'associations de résistances thermiques.
Équation de la diffusion thermique.	Établir une équation de diffusion thermique. Utiliser l'opérateur laplacien et son expression fournie pour écrire l'équation de diffusion dans le cas d'une géométrie quelconque. Analyser une équation de diffusion en ordres de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. Utiliser la loi de Newton fournie comme condition aux limites à une interface solide- fluide.

- Vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_Q(M, t)$ est tel

$$\delta Q = \vec{j}_Q \cdot d\vec{S}_M dt$$

- Le flux thermique noté Φ_{th} est la puissance du transfert thermique à travers une surface orientée \mathcal{S}

$$\Phi_{th}(t) = \iint_{M \in \mathcal{S}} \vec{j}_Q(M, t) \cdot d\vec{S}_M$$

- Loi de Fourier :

$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

- Bilan thermique local (savoir l'établir) :

En 1DD :

$$\rho c \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial j_Q(x,t)}{\partial x} = \begin{cases} 0 & \text{en l'absence de sources} \\ p(x,t) & \text{avec un taux production interne } p \end{cases}$$

En symétrie cylindrique :

$$\rho c \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r j_Q(r,t)}{\partial r} = \begin{cases} 0 & \text{en l'absence de sources} \\ p(r,t) & \text{avec une source} \end{cases}$$

En symétrie sphérique :

$$\rho c \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 j_Q(r,t)}{\partial r} = \begin{cases} 0 & \text{en l'absence de sources} \\ p(r,t) & \text{avec une source} \end{cases}$$

- Équation de la chaleur, avec un terme de production local :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T + \frac{p}{\rho c}$$

- $L^2 \simeq D\tau$
- Régime stationnaire en l'absence de source : conservation du flux thermique (forme locale globale).

Résistance thermique : définition, expressions (à établir) dans les cas 1DD, cylindrique et sphérique.

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{th,1 \rightarrow 2}}$$

Outils mathématiques

Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis).
Gradient	Relier le gradient à la différentielle d'un champ scalaire à une date fixée. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes.
Divergence	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire	Définir le laplacien à l'aide de la divergence et du gradient. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.