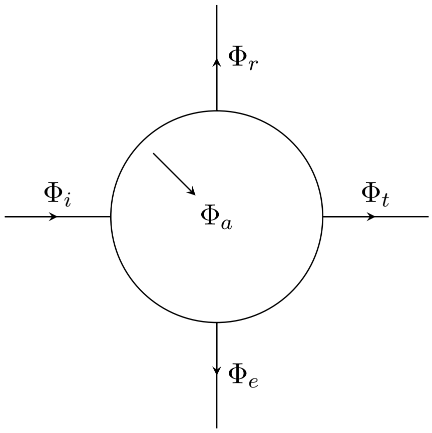
# Rayonnement thermique

## I Interaction rayonnement-matière

### I.1 Réflexion, transmission, absorption

On appelle
- $\Phi_i$ la puissance *incidente* ;
- $\Phi_t$ la puissance *transmise* : c'est la fraction de la puissance incidente qui pénètre dans le milieu matériel, pour en ressortir ensuite ;
- $\Phi_a$ la puissance *absorbée* ; c'est la fraction de la puissance incidente qui pénètre dans le milieu matériel, pour augmenter son énergie interne ;
- $\Phi_r$ la puissance *réfléchie* ; c'est la fraction de la puissance incidente qui est renvoyée vers l'extérieur, sans pénètrer dans le milieu matériel ;
- $\Phi_e$ la puissance *émise* ; c'est une puissance transférée de la matière au champ électromagnétique à l'extérieur, au détriment de l'énergie interne du milieu ;
- $\Phi_R$ la puissance totale *sortante*, également appelée *flux radiatif*.




La conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$\begin{cases} \Phi_i = \Phi_r + \Phi_t + \Phi_a \\ \Phi_R = \Phi_r + \Phi_t + \Phi_e - \Phi_i \end{cases} \quad \text{soit } \Phi_R = \Phi_e - \Phi_a$$

### I.2 Le modèle du corps noir

Parmi les comportements remarquables, on notera les modèles suivants :
- Corps noir : c'est un corps qui absorbe la totalité du rayonnement qu'il reçoit, quelles que soient la longueur d'onde et la direction du rayonnement incident ; on a alors

$$\begin{cases} \Phi_t = \Phi_r = 0 \\ \Phi_i = \Phi_a \end{cases}$$

— Corps parfaitement réfléchissant : c'est un corps qui réfléchit la totalité du rayonnement qu'il reçoit ; un corps métallique poli en est une bonne approximation ;

$$\begin{cases} \Phi_t = \Phi_a = 0 \\ \Phi_i = \Phi_r \end{cases}$$

— Corps parfaitement transparent : c'est un corps qui transmet la totalité du rayonnement qu'il reçoit ; un gaz en est une bonne approximation dans les conditions usuelles de température et de pression ;

$$\begin{cases} \Phi_r = \Phi_a = 0 \\ \Phi_i = \Phi_t \end{cases}$$

# II Le rayonnement d'équilibre thermique

## II.1 Définitions

### a Rayonnement d'équilibre thermique

On considère un corps **opaque** $\mathcal{C}$, dans un milieu transparent. Le flux entrant dans ce corps $\mathcal{C}$ à travers une surface $S$ est donné par : $\Phi_i = \Phi_a + \Phi_r$. Le flux sortant, quant à lui, est $\Phi_R = \Phi_e + \Phi_r$.

On dit alors qu'un corps est à l'équilibre radiatif si :

$$\Phi_i = \Phi_R.$$

Par ailleurs, à l'équilibre thermodynamique de $\mathcal{C}$, il y a équilibre thermique. L'équilibre thermique implique que le flux de rayonnement absorbé est égal au flux de rayonnement émis, c'est-à-dire : $\Phi_a = \Phi_e$. L'équilibre thermodynamique implique donc l'équilibre radiatif. La réciproque est fausse !

On définit alors le **rayonnement d'équilibre thermique** : lorsque $\mathcal{C}$ est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur, il émet un rayonnement électromagnétique appelé le rayonnement d'équilibre thermique.

### b Densité volumique spectrale d'énergie

Soit $U_{\text{EM}}$ l'énergie totale du rayonnement contenu dans un domaine $\mathcal{D}$ de l'espace ; cette énergie peut s'écrire

$$U_{\text{EM}} = \iiint_{\mathcal{D}} u_V(M)\mathrm{d}\tau_M$$

où $u_V$ est la densité volumique d'énergie, qui est une fonction croissante de la température. Cette énergie est elle-même l'intégrale sur toutes les longueurs d'onde de la densité spectrale d'énergie $u_\lambda$ :

$$u_V(T) = \int_0^\infty u_\lambda(\lambda, T) d\lambda$$

### c Densité surfacique spectrale de puissance

La puissance émise par un corps noir de surface $\Sigma$ peut s'écrire

$$\Phi_\Sigma = \iint_{M\in\Sigma} \varphi(M)\mathrm{d}S_M$$

où $\varphi$ est la puissance surfacique, qui est une fonction croissante de la température. La puissance surfacique $\varphi(T)$ émise par un corps noir peut de même être considérée comme l'intégrale de composantes spectrales sur toutes les longueurs d'onde :

$$\varphi(T) = \int_0^\infty \varphi_\lambda(\lambda, T)d\lambda$$

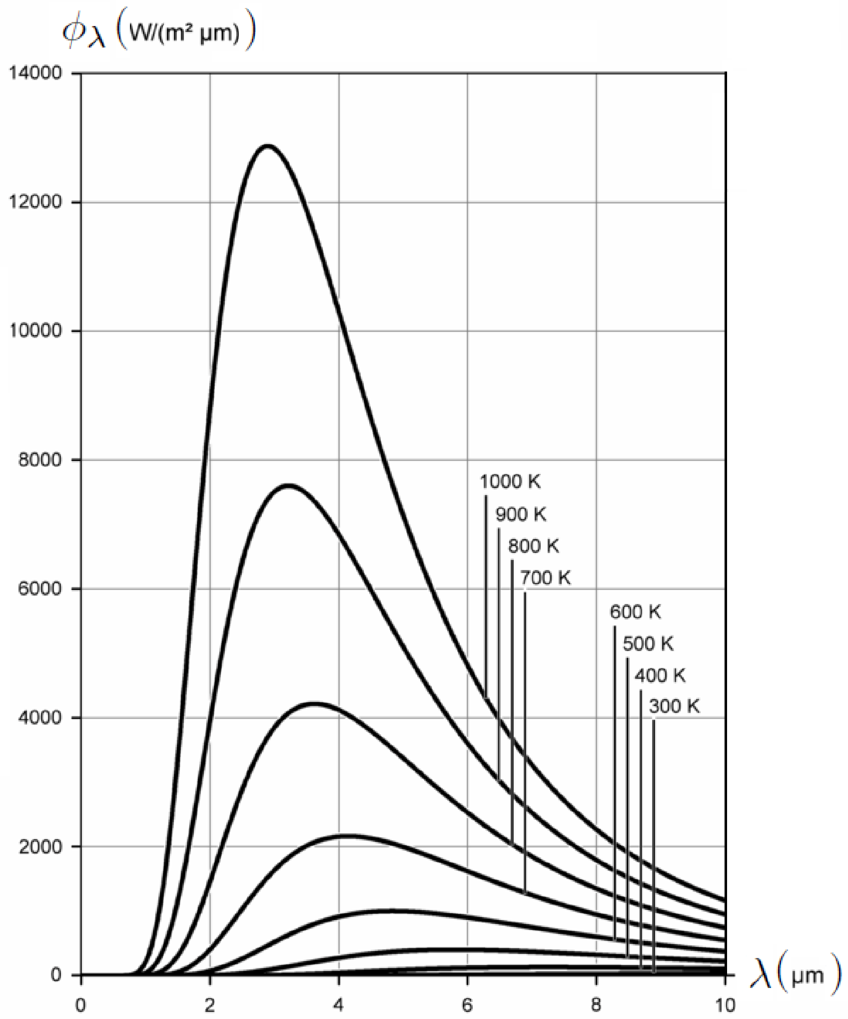
On montre que

$$\varphi_\lambda(\lambda, T) = \frac{c}{4}u_\lambda(\lambda, T)$$

## II.2 Loi de Planck

La densité spectrale de radiation d'équilibre thermique d'un corps à la température T a pour expresion :

$$\varphi_\lambda(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$



Deux cas limites peuvent être envisagés

— aux faibles longueurs d'onde $\lambda \ll \dfrac{hc}{k_B T}$ ; il reste

$$\varphi_\lambda(\lambda, T) \simeq \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda k_B T}}$$

— aux grandes longueurs d'onde $\lambda \gg \dfrac{hc}{k_B T}$ ; alors

$$e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \simeq \frac{hc}{\lambda k_B T}$$

Il reste

$$\varphi_\lambda(\lambda, T) \simeq \frac{2\pi k_B T c}{\lambda^4}$$

## II.3 Loi du déplacement de Wien

Posons $x = \dfrac{hc}{\lambda k_B T}$ ; la densité spectrale peut s'écrire

$$\varphi_\lambda(x, T) = \frac{2\pi c (k_B T)^5}{(hc)4} \Phi(x) \text{ avec } \Phi(x) = \frac{x^5}{e^x - 1}$$

Dérivons $\Phi$ ; on obtient

$$\Phi'(x) = \frac{5x^4(e^x - 1) - x^5 e^x}{(e^x - 1)^2} = x^4 \frac{5e^x - xe^x - 5}{(e^x - 1)^2}$$

Soit $x_0$ la solution de l'équation $5e^x - xe^x - 5 = 0$ ; le tableau de variation de $\Phi$ est le suivant

| $x$ | $0$ | $x_0$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|
| $\Phi'$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $\Phi$ | $\nearrow$ | $\Phi_{max}$ | $\searrow$ |

Numériquement, on trouve $x_0 \simeq 5$.

La loi de Wien – La longueur d'onde $\lambda_m$ pour laquelle $\varphi_\lambda$ est maximale est telle que

$$\lambda_m T = \frac{hc}{k_B x_0} \text{ soit, numériquement } \lambda_m T \simeq 3.10^{-3} \text{ m.K}$$

Applications :

— Quelle est, approximativement, la longueur d'onde du maximum d'émission du Soleil ?

— En déduire la température de la surface du Soleil (considéré comme u corps noir).

— Dans quel domaine de longueur d'onde rayonne un corps humain ?

## II.4 Loi de Stefan

Loi de Stefan – La puissance surfacique rayonnée par un corps noir pour la totalité du domaine spectral est

$$\phi = \sigma T^4 \text{ où } \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3c^2} \text{ est la constante de Stefan}$$

Numériquement, $\sigma = 5,67.10^{-8}$ W.m$^{-2}$.K$^{-4}$.

*Démonstration* — La puissance surfacique rayonnée est reliée à la densité spectrale d'énergie par

$$\begin{aligned}\phi &= \int_0^\infty \varphi_\lambda(\lambda, T) d\lambda \\ &= \frac{\pi k_B^5 T^5}{h^4 c^4} \frac{c}{4} \int_\infty^0 \frac{x^5}{e^x - 1} \frac{hc}{k_B T} \left(-\frac{dx}{x^2}\right) \\ &= \frac{\pi k_B^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx\end{aligned}$$

L'intégrale est purement numérique et se calcule analytiquement :

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

On en déduit

$$\phi = \frac{\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} T^4$$

Application :
- Quelle est la puissance émise par le Soleil ? On donne $R_S = 7 \cdot 10^5$ km, $T_S = 5700$ K.
- Quelle est la puissance moyenne reçue par unité de surface au niveau de la Terre ? On donne $D_S T 1,5 \cdot 10^8$ km.

# III Bilan radiatif, effet de serre

## III.1 Température de la Terre sans atmosphère

On assimile le Soleil et la Terre à deux corps noirs. On note $T_S$ la température de surface du Soleil, $R_S$ son rayon, $R_T$ le rayon de la Terre et $d$ la distance Terre-Soleil.

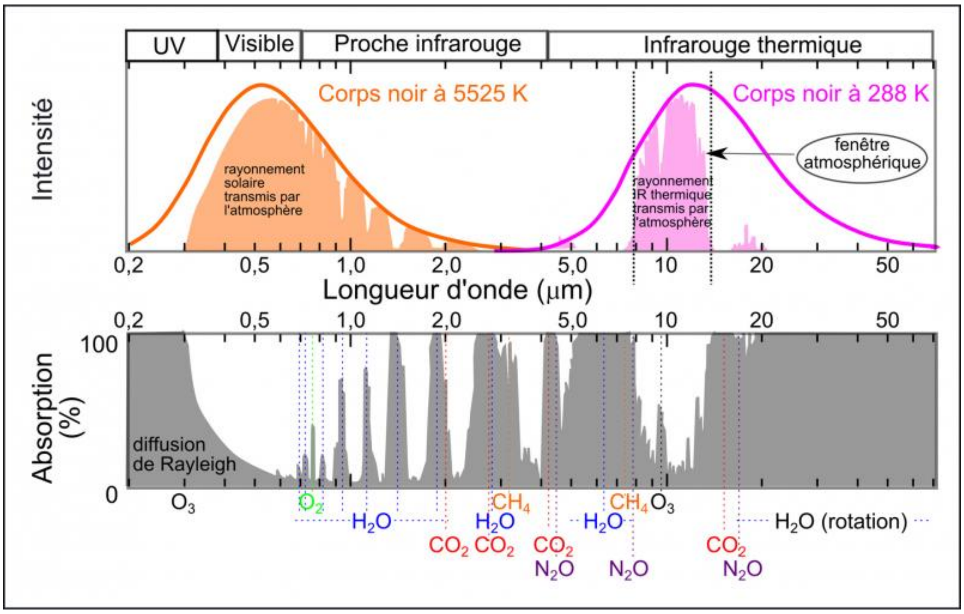
Objectif : déterminer la température de surface $T_T$ de la Terre en l'absence d'atmosphère.

Données : $T_S = 5,8 \cdot 10^3$ K, $R_S = 7,0 \cdot 10^5$ km, $R_T = 6,4 \cdot 10^3$ km, $d = 1,44 \cdot 10^8$ km.

**Albédo :** pouvoir réfléchissant d'une surface.

1. Exprimer le flux total $\Phi_S$ émis par le Soleil en fonction de sa température.
2. Exprimer la portion de ce flux reçue par la Terre : $\Phi_T$.
3. Écrire une relation traduisant l'équilibre thermique de la Terre et en déduire sa température de surface.
4. Que vaut la température de surface si on prend en compte un albédo moyen de 0,3 ?

### III.2 Avec l'atmosphère




On reprend le modèle précédent en considérant l'atmosphère qu'on supposera transparente dans le domaine du visible/UV (rayonnement solaire) et absorbante dans le domaine des infrarouges (rayonnement terrestre). On notera $\Phi_a$ le flux émis par chaque face de l'atmosphère, $\Phi_T$ celui reçu de la part du Soleil au niveau de la Terre et $\Phi_e$ celui émis par la Terre.

1. Écrire une relation traduisant l'équilibre thermique de la Terre, et une pour l'atmosphère.
2. En déduire une relation entre $\Phi_T$ et $\Phi_S$.
3. En déduire la température de surface de la Terre.