Semaine de colle n^o 3

Question de cours : Bilan thermique local

Établir l'expression du bilan thermique local dans le cas d'un problème unidimensionnel, unidirectionnel.

Exercice : Diffusion de neutrons

Des neutrons (${}_0^1\mathrm{n}$) lents sont produits par une source (S), de forme sphérique, de centre O et de rayon R. À la surface (Σ) de la source, sont émis φ_0 neutrons par unité de surface et unité de temps. À l'extérieur de la source, au temps t et en tout point M du milieu (M), les particules sont soumises au phénomène de diffusion, de coefficient de diffusion D. On note $n^*(M,t)$ nombre de neutrons par unité de volume.

1. Diffusion des neutrons dans un milieu non absorbant
   On suppose que le milieu (M) n'absorbe pas les neutrons et que le régime de diffusion de ces particules est stationnaire.
   (a) Quelle est la principale propriété du flux $\Phi(r,t)$ à travers une sphère de centre O et de rayon r en régime stationnaire ?
   (b) Donner, en fonction de R et φ_0, l'expression de ce flux.
   (c) On suppose que lorsque r tend vers l'infini, $n^*(r \to \infty) = 0$. Déterminer la loi de distribution $n^*(r)$. Tracer le graphe de $n^*(r)$.
2. Absorption des neutrons par réaction nucléaire
   Le milieu (M), riche en noyaux de Bore ${}_5^{10}\mathrm{B}$, absorbe les neutrons à raison de C captures par unité de volume et unité de temps, selon la réaction nucléaire suivante

$$ {}_0^1\mathrm{n} + {}_5^{10}\mathrm{B} \xrightarrow{\text{absorption}} {}_5^{11}\mathrm{B}^* \xrightarrow[\text{immédiate}]{\text{désexcitation}} {}_3^7\mathrm{Li} + {}_2^4\alpha + \gamma $$

   On considère un volume élémentaire dV du milieu (M), compris entre les deux sphères concentriques, de centre O et de rayons respectifs r et $r+dr$. On note, pendant la durée infinitésimale dt, δN_e le nombre de neutrons qui pénètrent dans le volume élémentaire dV, δN_s le nombre de neutrons qui quittent ce volume par diffusion et δN_c le nombre de neutrons qui disparaissent de ce volume par capture. On suppose un régime stationnaire.
   (a) Exprimer, en fonction de la variable r, le volume élémentaire dV.
   (b) Traduire le bilan des flux de particules ${}_0^1\mathrm{n}$, dans cet élément de volume, par une relation entre les nombres positifs δN_e, δN_s et δN_c.
   (c) En déduire une équation différentielle reliant $n^*(r)$ et r.
   (d) Déterminer le flux de diffusion $\Phi(r)$.
   (e) Montrer qu'il existe une valeur R_0 de r qui annule le flux de diffusion.
   (f) Quelle est l'influence du coefficient de diffusion D sur la valeur R_0 ?

Question de cours : Bilan thermique local

Établir l'expression du bilan thermique local dans le cas d'un problème à symétrie sphérique.

Exercice : Diffusion longitudinale de neutrons dans un barreau de plutonium

On étudie la diffusion unidirectionnelle de neutrons dans un barreau de plutonium cylindrique d'axe (Ox) et de section droite d'aire S s'étendant entre les abscisses $x = 0$ et $x = L$. On note $n(x,t)$ la densité volumique de neutron. Cette diffusion satisfait une loi de Fick avec un coefficient de diffusion $D = 22$ m^2.s^{-1}.
Par ailleurs, du fait de réactions nucléaires entre les neutrons et la matière, des neutrons sont produits : il apparait pendant un durée dt, dans un volume dV, un nombre $\delta^2 N_p = \dfrac{n(x,t)}{\tau} dV dt$ neutrons où $\tau = 2,86 \cdot 10^{-5}$ s est un temps caractéristique des réactions nucléaires dans le barreau.
On admettra en première approximation que n doit s'annuler à tout instant aux extrémités du cylindre ($x = 0$ et $x = L$). En revanche $n(x,t) \neq 0 \ \forall x \in]0, L[$.

1. Montrer que $n(x,t)$ est solution de l'EDP :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{n}{\tau}$$

2. Déterminer $n(x)$ à une constante multiplicative près en régime stationnaire. Montrer que ce régime n'est possible que pour une valeur particulière L_s de L que l'on déterminera.
3. En régime quelconque, on cherche une solution de la forme $n(x,t) = h(x) exp(-\dfrac{t}{T})$. Déterminer T ainsi que $h(x)$ à une constante multiplicative près.
4. En déduire que $n(x,t)$ diverge si $L > L_s$.

Question de cours : Bilan thermique local

Établir l'expression du bilan thermique local dans le cas d'un problème à symétrie cylindrique.

Exercice : Écrantage nucléaire

Pour protéger un lieu (modélisé par un demi espace $x > 0$) d'un flux φ constant de particules α, on place en $x = 0$ un écran de plomb. Un volume élémentaire dV de plomb est capable d'absorber durant une durée dt un nombre de particules α $\delta^2 N_{\text{abs}} = \dfrac{n(x,t)}{\tau} dt dV$ où $n(x,t)$ est la densité de particulaire de particules α et τ une constante positive. La protection n'est cependant pas parfaite car les particules α diffusent dans le plomb avec un coefficient de diffusion D.

1. Déterminer en régime stationnaire l'expression de la densité particulaire n.
2. Comment choisir l'épaisseur de la plaque de plomb ?