

# Sources du champ électromagnétique

## I Modélisation d'une distribution de charge électrique

### I.1 La charge électrique

On note  $e$  la charge élémentaire.

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Propriétés :

- La charge électrique est **quantifiée** :  $q = Ze$  avec  $Z \in \mathbb{Z}$ .
- La charge électrique se conserve.
- La charge électrique est invariante par changement de référentiel.

### I.2 Densité volumique de charge

Pour un corps chargé en volume, on définit  $\rho(M, t)$  la densité volumique de charge par :

$$\rho(M, t) = \frac{\delta q_M(t)}{d\tau_M}$$

Applications :

- 1 Une boule de rayon  $R$  est chargée uniformément en volume, avec une charge totale  $Q$ . Que vaut la densité volumique de charge ?
- 2 Soit un cylindre droit de rayon  $r_0$  et de hauteur  $h$  portant une densité volumique de charge :  $\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{r_0}\right)$  avec  $\rho_0 > 0$ . Déterminer la charge  $Q$  portée par le cylindre.

### I.3 Densité surfacique de charge

Pour une distribution de charge  $\mathcal{D}$  présentant l'aspect d'une nappe chargée, on définit une densité surfacique de charge  $\sigma(M, t)$  par :

$$\sigma(M, t) = \frac{\delta q_M(t)}{dS_M}$$

Applications :

- 1 Déterminer la charge  $Q_0$  portée par un cube d'arête  $a$  uniformément chargé en surface ( $\sigma_0$ ).
- 2 Déterminer la charge  $Q_1$  portée par une sphère de rayon  $R$  uniformément chargée en surface ( $\sigma_0$ ).
- 3 Déterminer la charge  $Q_2$  portée par un disque de rayon  $R$  chargée en surface avec la densité surfacique  $\sigma(r) = \sigma_0 \frac{r^2}{R^2}$ .

## I.4 Densité linéique de charge

## I.5 Charge ponctuelle

# II Courant électrique

## II.1 Définitions, vecteur densité de courant électrique

$\vec{j}_{\text{elec}}$  : vecteur densité de courant électrique,

$$\vec{j}_{\text{elec}}(M, t) = \rho_{\text{cond}}(M, t) \vec{v}(M, t)$$

## II.2 Intensité traversant une surface

Soit  $\mathcal{S}$  une surface orientée,

$$I_{\mathcal{S}}(t) = \frac{\delta q}{dt} = \iint_{M \in \mathcal{S}} \vec{j}_{\text{elec}}(M, t) \cdot d\vec{S}_M$$

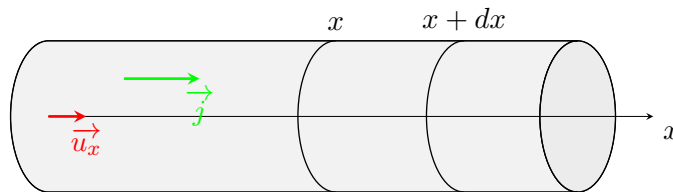
Applications : On considère un cylindre d'axe  $Oz$  et de rayon  $R$ . On note  $I$  l'intensité du courant parcourant ce cylindre. Déterminer l'expression de  $I$  :

- 1 si  $\vec{j}_{\text{elec}}(M) = j_0 \vec{u}_z$  ;
- 2 si  $\vec{j}_{\text{elec}}(M) = j_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) \vec{u}_z$ .

# III Conservation de la charge

## III.1 Cas unidimensionnel

Considérons un transport unidimensionnel dans un cylindre de génératrices parallèles à  $\vec{u}_x$  ; la densité de charge est  $\rho = \rho(x, t)$  et la densité de courant est  $\vec{j}_{\text{elec}} = j_{\text{elec}}(x, t) \vec{u}_x$ .



## III.2 Généralisation

Équation locale de conservation de la charge en 3D :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{\text{elec}} = 0$$

Rappels :

- Conservation de particules :  $\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_N = 0$
- Conservation de l'énergie  $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{th} = 0$

## IV Conducteur ohmique

### IV.1 Modèle de Drude

### IV.2 La loi d'Ohm locale

Dans un conducteur ohmique la densité volumique de courant électrique est proportionnelle au champ  $\vec{E}$  :

$$\vec{j}_{\text{elec}} = \gamma \vec{E}$$

$\gamma$  : conductivité électrique en  $\text{S.m}^{-1}$ .

Cette loi n'est valable que dans les régimes lentement variables.

### IV.3 Résistance électrique

Pour un conducteur ohmique cylindrique de section  $S$  et de longueur  $\ell$  :

$$R = \frac{\ell}{\gamma S}$$

### IV.4 Aspect énergétique

$\mathcal{P}_V$  = densité volumique de puissance reçue par les porteurs de charge :

$$\mathcal{P}_V = \vec{j}_{\text{elec}} \cdot \vec{E} = \gamma \vec{E}^2(M) = \frac{\vec{j}_{\text{elec}}^2(M)}{\gamma}$$

## V Effet Hall

Extrait de Wikipedia : L'effet Hall « classique » a été découvert en 1879 par Edwin Herbert Hall, qui l'a énoncé comme suit : « un courant électrique traversant un matériau baignant dans un champ magnétique, engendre une tension perpendiculaire à ce dernier ».

### V.1 Présentation du régime transitoire

### V.2 Régime permanent

### V.3 Interprétation de la force de Laplace