Sources de champ électromagnétique

Applications directes du cours

$\boxed{1}$ Calculer la charge portée par un disque de rayon R et de densité surfacique de charge $\sigma(M) = \sigma_0 \dfrac{r^2}{R^2}$.

$\boxed{2}$ Calculer la charge portée par un segment de longueur a et de densité linéique de charge $\lambda(M) = \lambda_0 \cos(\pi \dfrac{x}{a})$ avec $x \in [-\dfrac{a}{2}, \dfrac{a}{2}]$.

$\boxed{3}$ Un domaine de l'espace, délimité par 2 plans parallèles de surface S situés en $x = \pm d$, contient des charges avec une densité volumique uniforme ρ_0. Calculer la charge présente entre les cotes $\pm x_0$ avec $x_0 < d$ puis $x_0 > d$.

$\boxed{4}$ Un électron parcourt une orbite circulaire de rayon a autour du noyau en une période T. Quelle est l'intensité du courant correspondant ?

$\boxed{5}$ Un cylindre métallique de rayon $r = 2,5$ mm est parcouru par un courant uniforme d'intensité $I = 20$ A. Déterminer la densité volumique de courant électrique parcourant ce cylindre. Sachant que la densité volumique d'électrons libres dans ce métal vaut $n = 7 \cdot 10^{28}$ m^{-3}, en déduire la vitesse mésoscopique des électrons de conduction.

$\boxed{1}$ $Q_d = \dfrac{\pi \sigma_0 R^2}{2}$; $\boxed{2}$ $Q_s = \dfrac{2\lambda_0 a}{\pi}$; $\boxed{3}$ $q(|x_0| < d) = \rho 2|x_0|S$ et $q(|x_0| > d) = \rho 2dS$; $\boxed{4}$ $I = -e/T$;
$\boxed{5}$ $j = 1,0 \cdot 10^6$ A.m^{-2} et $v = 9,1 \cdot 10^{-5}$ ms^{-1}.

Exercices

1. Sphère chargée non uniformément

On considère une boule chargée avec une densité volumique de charge $\rho(r) = \alpha r$ pour $r \leq R$. Calculer la charge totale de cette boule puis la charge contenue dans une sphère de rayon $a \leq R$.

2. Distribution de charge

Une distribution de charge est constituée d'une charge ponctuelle $q > 0$ en O et d'une distribution volumique de densité $\rho(M) = \rho_0 e^{-r/a}$, avec $r = \|\overrightarrow{OM}\|$.

1. Calculer la charge $Q(r)$ à l'intérieur d'une sphère de centre O et de rayon r.
2. Montrer qu'on peut choisir ρ_0 telle que
$$\lim_{r \to \infty} Q(r) = 0$$
3. Que peut modéliser cette distribution ?

3. Modèle de Drüde

1. Évaluer, pour un conducteur comme le cuivre, l'ordre de grandeur de la vitesse de dérive des électrons de conduction, dans un fil de section $S = 1$ mm^2, parcouru par un courant $I = 10$ A. La comparer à la vitesse d'agitation thermique d'un électron libre à la température $T = 300K$.

2. Évaluer le temps de relaxation τ du milieu. En assimilant τ à un temps de collision (temps moyen entre deux collisions successives d'une charge de conduction avec le réseau), évaluer le libre parcours moyen ℓ des charges de conduction.
3. Le champ électrique appliqué au milieu est sinusoïdal, de la forme :

$$\underline{\overrightarrow{E}} = \underline{\overrightarrow{E_0}} e^{j\omega t}$$

Montrer que le modèle précédent nous permet de définir une conductivité complexe γ en régime sinusoïdal établi.
4. Dans quel domaine de fréquences sera-t-il possible d'assimiler la conductivité du milieu à sa valeur en régime permanent ?

Données :
— Électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C,
— Constantes : $\mathcal{N}_a = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J.K^{-1},
— Cuivre : $M = 64$ g.mol^{-1}, $\mu = 8,9 \cdot 10^3$ kg.m^{-3} et $\gamma = 5,9 \cdot 10^7$ S.m^{-1}.

4. Propriétés comparées d'un conducteur et d'un semi-conducteur

Un fil de cuivre de diamètre $2,0$ mm et de longueur 10 m est traversé par un courant électrique d'intensité $I = 5,0$ A. La résistivité du cuivre, supposé à 60^oC, vaut $2,0 \cdot 10^{-8}$ Ω.m. La concentration en électrons libres vaut $n^* \simeq 10^{29}$ m^{-3}.

1. Calculer la résistance du fil.
2. Calculer la vitesse de dérive des électrons libres.
3. Calculer la tension appliquée entre les extrémités du fil et le champ électrique (supposé uniforme) dans le fil.
4. Mêmes questions pour un morceau de silicium dopé, c'est-à-dire pour lequel on a fortement augmenté la concentration en porteurs de charge mobiles, par injection d'impuretés en cours de fabrication : la concentration en électrons libres vaut par exemple $n^* \simeq 10^{22}$ m^{-3}. Ce morceau de silicium, de diamètre 2 mm et de longueur 1 mm, est traversé par un courant électrique d'intensité $I = 50$ mA. Sa résistivité, à 300 K, vaut $5 \cdot 10^{-3}$ Ω.m.

Données : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

5. Résistance de fuite d'un isolant

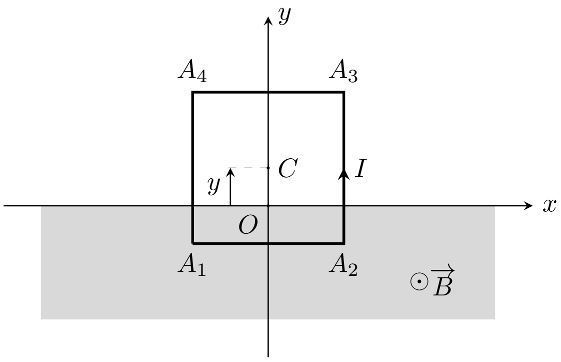
Soit deux conducteurs en forme d'hémisphères, séparés par un liquide isolant, de résistivité ρ_f : il existe un défaut caractérisé par un courant de fuite d'intensité I_f entre les deux conducteurs de rayons r_1 et r_2 lorsqu'on applique une différence de potentiel continue U, le conducteur externe étant au potentiel nul.

1. Dessiner l'allure des lignes de courant de fuite lorsque U est positive. Déterminer l'expression de la résistance d'isolement R_f entre les deux conducteurs.
2. Calculer l'intensité I_f du courant qui circule dans le liquide pour $U = 1,0$ kV.

Données : $r_1 = 10$ cm, $r_2 = 20$ cm, $\rho_f = 1,0 \cdot 10^9$ Ω.m.

6. Force de Laplace sur un cadre carré

Un cadre carré de côté $2a$ parcouru par un courant d'intensité I est soumis à un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$ dans le demi-espace $y < 0$ et nul dans le demi-espace $y > 0$.



Les côtés A_1A_2 et A_3A_4 sont parallèles à $\overrightarrow{e_x}$; les côtés A_2A_3 et A_4A_1 sont parallèles à $\overrightarrow{e_y}$. Le centre C est repéré par $\overrightarrow{OC} = y\overrightarrow{e_y}$.

1. Calculer la somme des forces de Laplace s'exerçant sur le carré.
2. Calculer le moment en O des forces de Laplace s'exerçant sur le carré.

7. Effet Hall

On considère un barreau métallique de section rectangulaire. Son axe est dirigé selon $\overrightarrow{e_x}$. Ses dimensions transversales sont ℓ selon $\overrightarrow{e_y}$ et e selon $\overrightarrow{e_z}$. Il est parcouru par une densité de courant $\overrightarrow{j}$ $(j_x, 0, 0)$, produite par les électrons de conduction de masse m et de charge q. Ces électrons sont soumis à l'action du champ électrique local $\overrightarrow{E}$ et ils ont avec le reste du conducteur des chocs qui sont équivalents, en moyenne, à une force de frottement $\overrightarrow{f}$ proportionnelle à leur vitesse $\overrightarrow{v}$: $\overrightarrow{f} = -\frac{m}{\tau}\overrightarrow{v}$ (τ est appelé temps de collision).

1. Écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron de conduction. En l'appliquant au régime permanent, calculer la conductivité σ du barreau en fonction de τ, q, m et du nombre n d'électrons de conduction par unité de volume.

2. On applique au barreau un champ magnétique $\overrightarrow{B}(0, 0, B_z)$.
   (a) Écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron de conduction. En régime permanent, en déduire trois équations scalaires obtenues par projection sur la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.
   (b) Montrer qu'il apparaît un champ électrique transverse E_y, que l'on calculera en fonction de q, B_z, n et j_x. Calculer la différence de potentiel $U = V_A - V_B$.
   (c) Exprimer la force appliquée sur le barreau par unité de volume.