

4. Mécanique

MécaF01 Cinématique des fluides

Champ eulérien des vitesses. Lignes de champ. Tubes de champ.	Définir et utiliser l'approche eulérienne.
Écoulement stationnaire.	Discuter du caractère stationnaire d'un écoulement en fonction du référentiel d'étude.
Dérivée particulaire de la masse volumique. Écoulement incompressible.	Établir l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique. Utiliser l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique pour caractériser un écoulement incompressible.
Débit massique. Débit volumique.	Définir le débit massique et l'écrire comme le flux du vecteur densité de courant de masse à travers une surface orientée. Définir le débit volumique et l'écrire comme le flux du champ de vitesse à travers une surface orientée.
Équation locale de conservation de la masse.	Établir l'équation locale de conservation de la masse dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Citer et utiliser une généralisation admise en géométrie quelconque à l'aide de l'opérateur divergence et son expression fournie.

Caractérisation d'un écoulement incompressible par la divergence du champ des vitesses.	Traduire localement, en fonction du champ de vitesses, le caractère incompressible d'un écoulement.
Dérivée particulaire du champ de vitesse : terme local ; terme convectif.	Associer la dérivée particulaire de la vitesse à l'accélération de la particule de fluide qui passe en un point. Utiliser l'expression de l'accélération, le terme convectif étant écrit sous la forme $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$. Utiliser l'expression fournie de l'accélération convective en fonction de $\overrightarrow{\text{grad}}(v^2/2)$ et $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v} \wedge \vec{v}$.
Écoulement irrotationnel défini par la nullité du rotationnel du champ des vitesses.	Traduire localement, en fonction du champ de vitesses, le caractère irrotationnel d'un écoulement et en déduire l'existence d'un potentiel des vitesses.

La description eulérienne consiste à suivre en chaque point fixe de l'espace l'évolution au cours du temps des grandeurs macroscopiques locales (masse volumique, vitesse...)

Dérivé particulaire de la masse volumique :

$$\frac{D\mu}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial \mu}{\partial t}}_{\text{dérivée locale}} + \underbrace{(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\mu}_{\text{dérivée convective}}$$

Accélération particulaire :

$$\frac{D\vec{v}}{Dt}(M, t) = \underbrace{\frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t}}_{\text{accélération locale}} + \underbrace{(\vec{v}(M, t) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}(M, t)}_{\text{accélération convective}}$$

Opérateur "dérivée particulière" :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad})$$

Débit massique à travers \mathcal{S} orientée :

$$D_m(\mathcal{S}, t) = \frac{\delta m}{dt} = \iint_{M \in \mathcal{S}} \vec{j}_m(M, t) \cdot \overrightarrow{dS}_M$$

Débit volumique à travers \mathcal{S} :

$$D_V(\mathcal{S}, t) = \frac{\delta V}{dt} = \iint_{M \in \mathcal{S}} \vec{v}(M, t) \cdot \overrightarrow{dS}_M$$

Vecteur densité de courant de masse : $\vec{j}_m(M, t) = \mu(M, t) \vec{v}(M, t)$

Équation de conservation de la masse ou équation de continuité :

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_m = 0$$

Écoulement stationnaire : $\text{div} \vec{j}_m = 0$

Écoulement incompressible : $\text{div} \vec{v} = 0$

Vecteur tourbillon : $\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{v}$

Écoulement irrotationnel : $\text{rot} \vec{v} = 2\vec{\Omega} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{grad} \Phi$.

Écoulement irrotationnel et incompressible : $\Delta \Phi = 0$

MécaF02 Actions de contact

Forces de pression. Équivalent volumique.	Exprimer la force de pression exercée par un fluide sur une surface élémentaire. Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.
Contraintes tangentielles dans un écoulement $\vec{v} = v_x(y)\vec{u}_x$ au sein d'un fluide newtonien ; viscosité.	Utiliser l'expression fournie $d\vec{F} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} dS \vec{u}_x$.
Équivalent volumique des forces de viscosité dans un écoulement incompressible.	Établir l'expression de l'équivalent volumique des forces de viscosité dans le cas d'un écoulement de cisaillement à une dimension et utiliser sa généralisation admise pour un écoulement incompressible quelconque.
Traînée d'une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme dans un fluide newtonien : nombre de Reynolds ; coefficient de traînée C_x ; graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds.	Évaluer un nombre de Reynolds pour choisir un modèle de traînée linéaire ou un modèle de traînée quadratique.

MF03 Équations dynamiques locales

Équation de Navier-Stokes dans un fluide newtonien en écoulement incompressible. Terme convectif. Terme diffusif. Nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.	Utiliser l'équation de Navier-Stokes dans un fluide newtonien en écoulement incompressible. Évaluer en ordre de grandeur le rapport du terme convectif sur le terme diffusif et le relier au nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.
Notion d'écoulement parfait et de couche limite.	Exploiter l'absence de forces de viscosité et le caractère isentropique de l'évolution des particules de fluide. Utiliser la condition aux limites sur la composante normale du champ des vitesses.
Relation de Bernoulli pour un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène dans le champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen.	Établir et utiliser la relation de Bernoulli pour un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène dans le champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen.

MécaF04 Bilans macroscopiques

Bilans de masse.	Établir un bilan de masse en raisonnant sur un système ouvert et fixe ou sur un système fermé et mobile.
Bilans de quantité de mouvement ou d'énergie cinétique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel à une entrée et une sortie.	Associer un système fermé à un système ouvert pour faire un bilan. Utiliser le théorème de la quantité de mouvement et le théorème de l'énergie cinétique pour réaliser un bilan. Exploiter la nullité (admise) de la puissance des forces intérieures dans un écoulement parfait et incompressible.