49

Centrale 2024 TSI

III Vidange et approvisionnement en eau de mer d'un aquarium -

A - Vidange

16) Eau = fluide parfait, incompressible homogène

Ecoulement stationnaire

L'écoulement se fait grâce à gravité.

On applique le théorème de Bernoulli entre A point de la surface du liquide B point au niveau de la vanne à t

A et B sont reliés par 1 ligne de courant

$$P_A + \frac{1}{2}\rho g v_A^2 + \rho g z(t) = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B$$

avec $P_A = P_B = 0$ $\quad z_B = 0$

L'eau étant incompressible, il y a conservation du débit volumique $\quad a^2 v_A = s v_B$

D'où $\quad \frac{1}{2}\rho v_A^2 \left(1 - \frac{a^4}{s^2}\right) = -\rho g z(t)$

$$v_A^2 = \frac{2 g z(t)}{\frac{a^4}{s^2} - 1}$$

$$\boxed{v_A = \sqrt{\frac{2 g z(t)}{\frac{a^4}{s^2} - 1}}}$$

OK

57

17) On a $\frac{dz}{dt} = -v_A \quad (z \downarrow \text{ et } v_A > 0)$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dt} = -\sqrt{\frac{2 g z}{\frac{a^4}{s^2} - 1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{g}\int_a^0 g \frac{dz}{\sqrt{2gz}} = \int_0^\tau -\frac{dt}{\sqrt{\frac{a^4}{s^2} - 1}}$$

$$-\sqrt{2ga} = -\frac{g}{\sqrt{\frac{a^4}{s^2} - 1}}\tau$$

$$\boxed{\tau = \sqrt{\left(\frac{a^4}{s^2} - 1\right)}\sqrt{\frac{2a}{g}}}$$

AN $\quad \tau = \sqrt{\left(\frac{1}{10^{-6}} - 1\right)}\sqrt{\frac{2}{10}}$ $\qquad \tau \simeq 4{,}5\, 10^2\ s$
$\simeq 7{,}5$ min

18. Eq. d'Euler $\quad \rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\text{grad}})\,\vec{v}\right) = -\vec{\text{grad}}\,P + \rho\vec{g}$

$$v_{max} \simeq \sqrt{2g\frac{s^2}{a^3}}$$

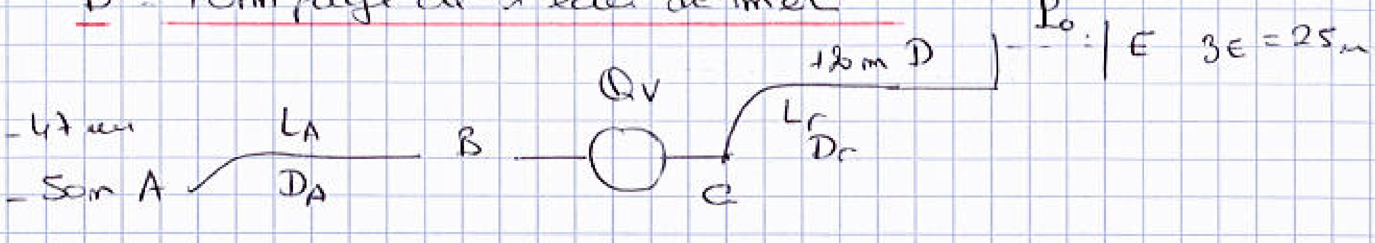
$$\frac{v_{max}}{g\tau} = \sqrt{\frac{2s^2 g}{a^3}} \cdot \sqrt{\frac{g}{2a}} \cdot \frac{1}{g\sqrt{\left(\frac{a^4}{s^2} - 1\right)}}$$

$$= \sqrt{\frac{s^4}{a^2(a^4 - s^2)}} = \frac{s^2}{a^3} \lll 1.$$

Quasi-stationnaire OK

04.

B. Pompage de l'eau de mer



19). Q_V = débit volumique

Pour le tuyau AB $\quad Q_V = \dfrac{\pi D_A^2}{4} v_A$ $\qquad \boxed{v_A = \dfrac{4 Q_V}{\pi D_A^2}}$

$$v_A = \frac{4 \times 40}{3{,}6\,10^3 \;\pi\,.\,4\,10^{-2}} \qquad v_A = 0{,}35 \text{ ms}^{-1}$$

De même $\quad v_r = \dfrac{4 Q_V}{\pi D_r^{\,2}} \qquad v_c = 0{,}35 \text{ ms}^{-1}$

On pose $v = v_A = v_C$

20). $Re_a = \rho \dfrac{v_a D_a}{\eta} \qquad Re_a = 7\,10^5$ turbulent.

Inutile $\quad Re_c = \dfrac{\rho v_c D_r}{\eta} \qquad Re_r = 7\,10^5$

20.) Bernoulli sur une ligne de courant entre O et B

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho \underset{0}{\underset{\parallel}{v_0^2}} + \rho g \underset{0}{\underset{\parallel}{z_0}} = P_B + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_B$$

$$P_B = P_0 - \rho g z_B - \frac{1}{2}\rho v_A^2$$

$$\boxed{\Delta P_A = P_B - P_0 = -\rho g z_B - \frac{1}{2}\rho v_A^2}$$

Ligne de courant entre C et E

$$P_c + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z_c = P_0 + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_E^2}_{\text{négligé}} + z_E \rho g$$

$$\boxed{\Delta P_r = P_c - P_E = -\rho g(z_c - z_E) - \frac{1}{2}\rho v^2}$$

22) Σ_0 = Pompe + eau entre B et C

TEC sur le Σ_f $\quad \Sigma'_0$ + eau qui entre dans Σ'_0 entre t et t+dt à t

$$dE_c = 0 = P_m + (P_B - P_C)\underbrace{v\pi\frac{D^2}{4}}_{\Phi_V}$$

2.

$$P_m = -\Phi_V\left[-\rho g z_B + \rho g(z_C - z_E)\right]$$

$$\boxed{P_m = \Phi_V \rho g\, z_E}$$

AN : $P_m = \frac{40}{3600}10^3\ 9{,}81\ (-47 + 25 + 47)$

$P_m = 2{,}7\ kW$