Phys 2 -
CCS PC 2015

42

III - Débitmètres pour eaux usées

1. Déversoir à seuil mince en canal ouvert -

1) a. On considère le fluide comme incompressible, il y a donc conservation du débit volumique

$$h B v_1 = B \int_H^h v_2(z)\, dz \leq B(h-H)\, v_{2max}$$

Soit $v_{2,max} \geq v_1 \cdot \dfrac{h}{h-H}$

$$\geq \frac{v_1}{1-\frac{H}{h}}$$

or $h-H \ll H$ donc $h-H \ll \underbrace{h}_{=h-H+H}$

$\underbrace{h-H}$ négligeable devant H

D'où $h/h-H \gg 1$.

$$\boxed{v_{2,max} \gg v_1}$$

b) Q = débit volumique
L'écoulement est incompressible parfait stationnaire et irrotationnel.
D'après la relation de Bernoulli

$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P = cte$ dans tout le fluide

Dans la section verticale passant par la pelle $P = P_0$

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2(z) + \rho g (z+H) = cte$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_1^2 + P_0 + \rho g h}$$

Soit au point M_1

avec $v_1 \ll v_2$

$$\boxed{v_2(z) = \sqrt{2g\,(h - z - H)}}$$

2) $$D = B\int_0^{h-H} \left(2g(h-H-z)\right)^{1/2} dz$$

$$= B\sqrt{2g}\int_0^{h-H}(h-H-z)^{1/2}\,dz$$

$$= -\frac{2B}{3}\sqrt{2g}\left[(h-H-z)^{3/2}\right]_0^{H-h}$$

$$= +\underbrace{\frac{2\sqrt{2g}\,B}{3}}_{A}(h-H)^{3/2}$$

$$\boxed{A = \frac{2}{3}B\sqrt{2g}}$$

3) On a $\Delta t = \frac{2(h_s - h)}{c}$

Soit $\frac{c\Delta t}{2} = h_s - h$

$$\boxed{h = h_s - \frac{c\Delta t}{2}}$$

B. Jaugeur Venturi en canal ouvert

1) Préliminaire

a). On a un écoulement incompressible et irrotationnel d'un fluide parfait. (⊕ stationnaire)
D'après la relation de Bernoulli

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P = cte \quad \text{ds le fluide}$$

Pour les points à la surface $P = P_0 = cte'$
et $z = h(x)$,

D'où $$\frac{v^2(x)}{2g} + h(x) = cte''$$

$$\underline{H(x) = cte}$$

b). On a $\Phi_v = B\,h(x)\,v(x) = cte$ car le fluide est incompressible et écoulement stationnaire.

Soit $v(x) = \dfrac{\Phi_v}{B\,h(x)}$

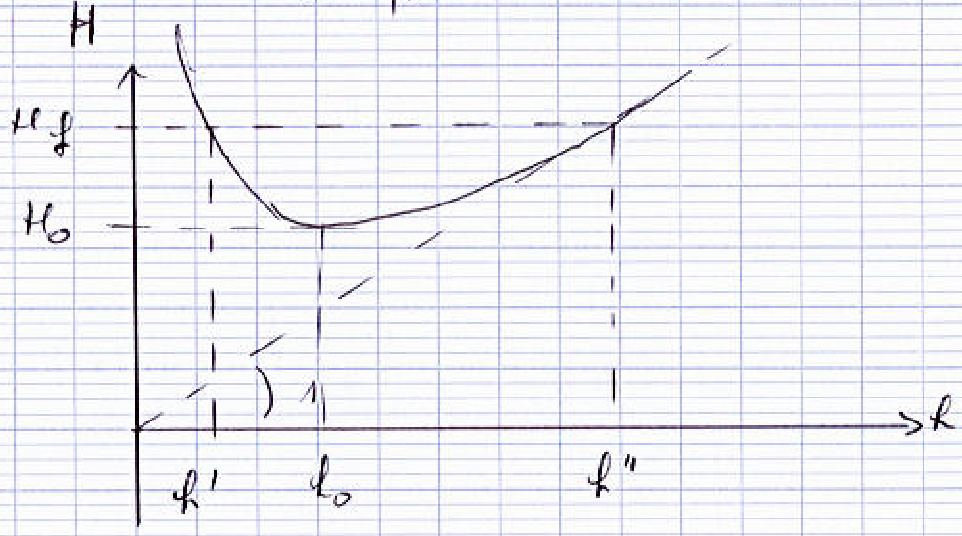
$$\boxed{H(x) = \frac{\Phi^2}{2gB^2h^2(x)} + h(x)}$$

$$H(h) = \frac{\Phi^2}{2gB^2}\,\frac{1}{h^2} + h$$

$$\frac{dH}{dh} = -\frac{\Phi^2}{gB^2}\cdot\frac{1}{h^3} + 1.$$

$$\frac{dH}{dh} = 0 \quad \text{pour} \quad h_0 = \sqrt[3]{\frac{\Phi^2}{gB^2}}$$

h	0		h_0		$+\infty$
$\frac{dH}{dh}$		$-$	0	$+$	
H	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$.



régime torrentiel

régime fluvial

Q_v fixé $\rightarrow$ $h(x)v(x) = cste$.

Donc pour H fixé h'' grand correspond à v'' petit et inversement

c) $\boxed{h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}}}$ $\quad v_c = \frac{Q}{Bh}$

$$v_c = \frac{Q}{B} \frac{\sqrt[3]{gB^2}}{Q^{3/2}}$$

$$\boxed{v_c = \sqrt[3]{\frac{Qg}{B}}}$$

On a alors $H_c = h_c + \frac{v_c^2}{2g}$ avec $v_c = \frac{Q}{B h_c}$

$$\boxed{H_c = h_c + \frac{Q^2}{2g B^2 h_c^2}}$$

En h_c $\frac{dH_c}{dh} = 0 \Rightarrow \frac{dh}{dH_c} \to +\infty$. une petite variation de la charge spécifique entraîne une grande variation de h.

d) H est fixée. On a $Q = B h v$.

avec $\frac{v^2}{2g} = H - h$

$$\boxed{Q(h) = B h \sqrt{2g}\,\sqrt{H-h}}$$

$$\frac{dQ}{dh}(h) = B\sqrt{2g}\left[\sqrt{H-h} - \frac{1}{2}\frac{h}{\sqrt{H-h}}\right]$$

$$= \frac{B\sqrt{2g}}{2\sqrt{H-h}}\left[2(H-h) - h\right]$$

$\frac{dQ}{dh}(h_0) = 0$ pour $h_0 = \frac{2}{3}H$.

h	0		$h_0 = \frac{2}{3}H$		$+\infty$
$\frac{dQ}{dh}$		$+$	0	$-$	
		↗		↘	
		torrentiel		fluvial.	

2. Jaugeur Venturi

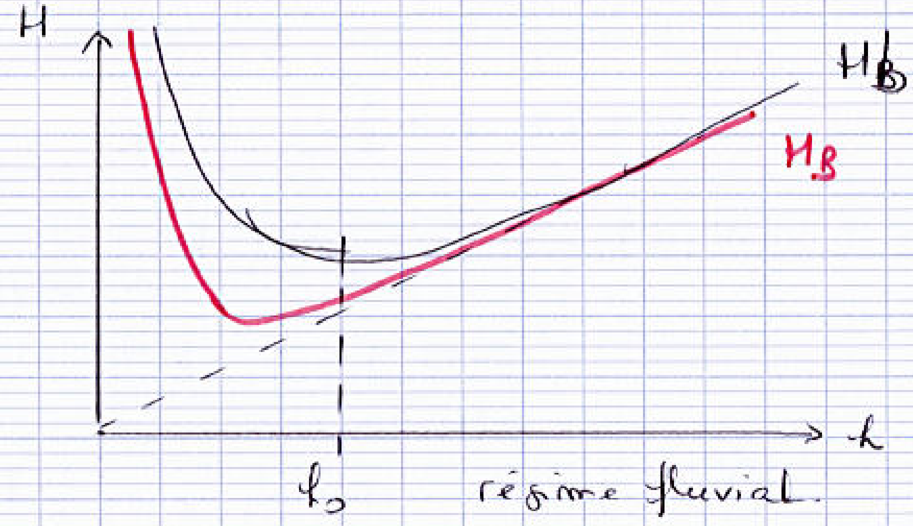
(a) Le canal d'approche sert à avoir un écoulement stationnaire et irrotationnel pour pouvoir mesurer h.

(b). Φ = débit volumique

$\Phi = B h_1 v_1$ (écoulement uniforme dans une section droite)

or $Q = b h_2(x) v_2(x)$.

(c) Cas du jaugeur noyé $\rightsquigarrow$ écoulement fluvial.



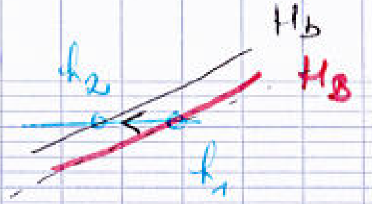
$$H_B(h) = h + \frac{\Phi^2}{2gB^2} \times \frac{1}{h^2}$$

$$H_b(h) = h + \frac{\Phi^2}{2gb^2} \frac{1}{h^2} \qquad \frac{1}{b^2} > \frac{1}{B^2}$$

$$h_{0_B} = \sqrt[3]{\frac{\Phi^2}{gB^2}} \qquad h_{0_b} = \sqrt[3]{\frac{\Phi^2}{gB^2}}$$

A h fixé $H_b(h) > H_B(h)$

Il y a conservation de H



Donc $h_2 - h_1 < 0$ Comme il y a conservation du débit volumique $B h_1 v_1 = b h_2 v_2$ Jnéchle.

Or $H = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$

$h_2 - h_1 < 0 \rightarrow \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} < 0 \Rightarrow v_2 - v_1 > 0.$

Si $v_2 \gg v_1$ On a $h_1 = h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$

soit $v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$

$Q = b h_2 v_2 = b\sqrt{2g}\, h_2 \sqrt{h_1 - h_2}$

d. Cas du jaugeau denoyé $v_1 \ll \sqrt{2 g h_1}$