

Meilleure note :

Moyenne :

Écart-type :

Première partie

Découverte de Proxima du Centaure

Extrait du concours Centrale-Supélec MP 2020

I - Première observation de l'étoile

Q1 1 année-lumière = distance parcourue par la lumière en 1 an = d
avec $d = c \Delta t$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\Delta t = 365 \times 24 \times 3600$
Soit $d = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$.

Or $D_E = 3,99 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3,99 \cdot 10^{16} \text{ m}$
 $= 39,9 \cdot 10^{15} \text{ m}$.

Soit $D_E = 4,2$ années-lumière

ou $d_{TS} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km} \ll D_E$ on peut assimiler D_{TS} à D_E .

Q2 L'image de l'étoile par la lentille L_1 est dans le plan focal image de la lentille L_1 $D_E \gg f'_1$.

Q3 D'après la formule des grandissements

$$\gamma_1 = \frac{A_1 B_1}{AB} = \frac{QA_1}{QE}$$

avec $AB = 2R_E$
 $|QA_1| = f'_1$
 $|QE| = D_E$

$A_1 B_1 = 2R_E \cdot \frac{f'_1}{D_E}$

AN: $A_1 B_1 = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ m}$

Q4) On veut $\gamma_2 = \frac{A'B'}{A_1B_1} = 4$ avec $A_1 \xrightarrow{f_2} A'$

or $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$ avec $-\frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f_2}$

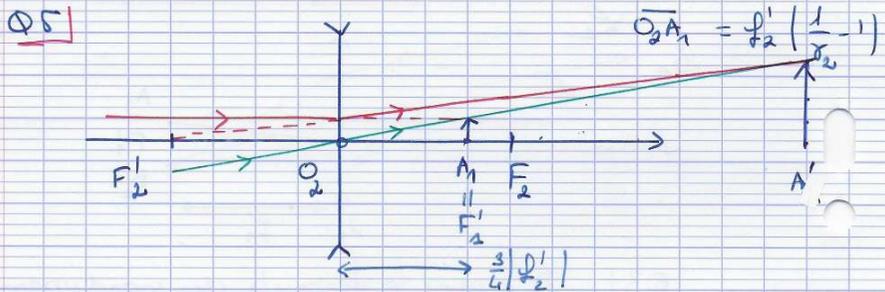
Il vient $\overline{O_2A'} = \frac{f_2 \times \overline{O_2A_1}}{\overline{O_2A_1} + f_2}$

$\gamma_2 = \frac{f_2}{\overline{O_2A_1} + f_2} \Rightarrow \overline{O_2A_1} + f_2 = \frac{f_2}{\gamma_2}$

or $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_1'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'}$

$\overline{O_2O_1} + f_1' + f_2 = \frac{f_2}{\gamma_2}$

$\overline{O_2O_1} = f_1' + f_2 \left(1 - \frac{1}{\gamma_2}\right)$



Q6) On a $A'B' = 4 A_1B_1$

$A'B' = 16 \times 10^{-8} \text{ m} = 1,6 \times 10^{-7} \text{ m} < 10 \mu\text{m}$

L'image est vue comme punctuelle.

Q7) Soit a la taille caractéristique d'un pixel
 On a $N \times 2 = L \times L$ soit $a = \sqrt{\frac{L \times L}{N}}$
 $a = 3 \mu\text{m}$

la taille de l'image est toujours plus petite. Image punctuelle.

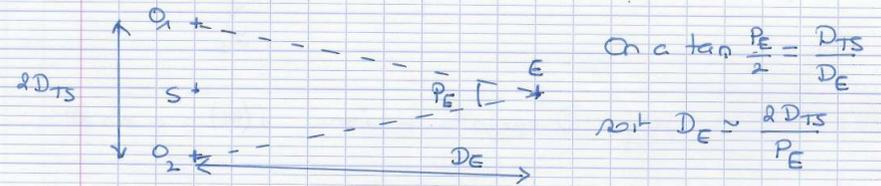
Q8) Diffraction $\theta = \frac{\lambda}{D_1} = 1,2 \times 10^{-6} \text{ rad}$

or $\alpha = \frac{2RE}{D_E} \approx \frac{19,6 \times 10^4}{3,99 \times 10^{13}} \approx 5 \times 10^{-9} \text{ rad}$

ou tache de diffraction $\frac{\lambda}{D_1} f_1' = 10 \mu\text{m} > 0,16 \mu\text{m}$

II - Mesure de la distance entre la Terre et l'étoile

Q9) $P_E = 1545$ millisecondes d'arc



$D_E = 2 \times 1,5 \times 10^8 \times \frac{1}{1545 \times 10^{-3} \times \frac{1}{3600} \times \frac{2\pi}{360}}$

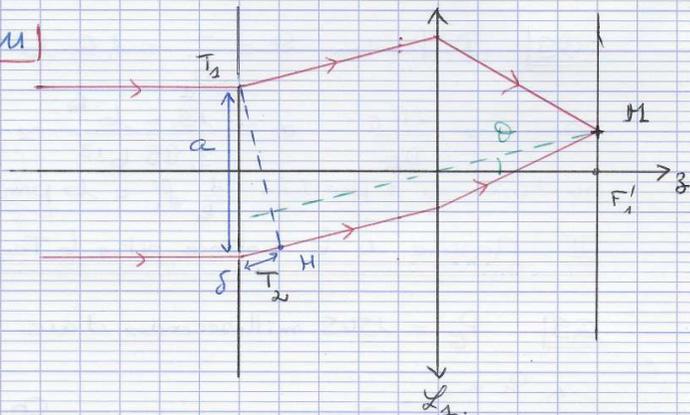
$1'' \text{ d'arc} = \frac{1}{3600} \text{ degré}$

$D_E = 4,10^{13} \text{ km}$. Ce résultat est cohérent avec la donnée de la première partie.

Q10] la distance entre la Terre et le Soleil varie au cours de l'année car la trajectoire de la Terre est elliptique (le Soleil est un des foyers)

III. Mesure du rayon de l'étoile

1. Q11]



Q12] D'après le schéma $\delta(M) = a \sin \theta$

avec $\tan \theta = \frac{x}{f'_2}$

Dans l'approximation des petits angles $\theta \ll 1$ rad $\tan \theta \approx \theta$ et $\sin \theta \approx \theta$

Il vient $\delta(M) = \frac{ax}{f'_2}$

Soit $p_s(M)$ l'ordre d'interférence en M

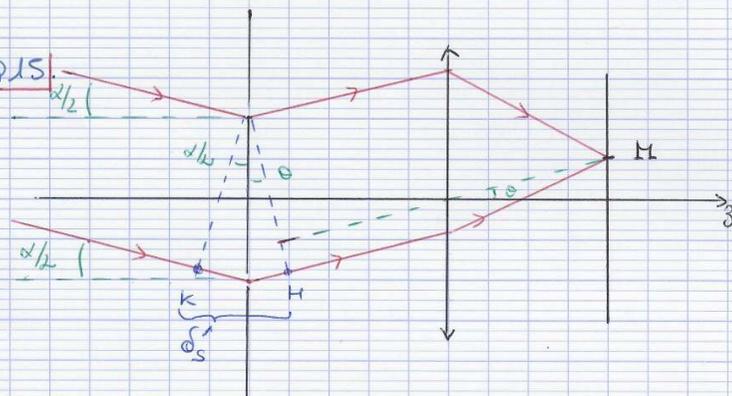
$$p_s(M) = \frac{ax}{f_{obs} f'_1}$$

Q13] Figure d'interférence est composée de franges rectilignes à $x =$ de égales distances
 $x =$ interférence

$$x = \frac{f_{obs} f'_1}{a}$$

Q14] On a $I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{f_{obs} f'_1} ax \right)$

2. Q15]



Q16] $\delta'_s(M) = a \sin \frac{\alpha}{2} + a \sin \theta$

$= a \frac{\alpha}{2} + a \frac{x}{f'_2}$

$p_{s'}(M) = \frac{a}{f_{obs}} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'_1} \right)$

Q17] Breuilage de la figure d'interférence pour la première fois : $|\Delta p| = 1/2$

Soit $\frac{a \alpha}{2 f_{obs}} = \frac{1}{2}$ $a = \frac{f_{obs}}{\alpha}$

Q18] AN $a = 121 \text{ m}$