

Introduction à la physique du LASER

Le laser est un appareil inventé en 1960 par Theodore Maiman ; son nom est l'acronyme de « light amplification by stimulated emission of radiation » (en français : « amplification de la lumière par émission stimulée de radiation ») ; il fonctionne en émettant un rayonnement amplifié par émission stimulée et produit une lumière spatialement et temporellement cohérente.

Son concept est imaginé par Einstein en 1917, les premières réalisations pratiques datent des années 1950. Jusque dans les années 1970, son intérêt reste limité, confiné aux laboratoires. Mais dans les années 1980, de nombreuses technologies à base de laser se développent, dans l'industrie (découpage, alignement et pointage), la chirurgie, et même au quotidien (lecteurs CD et dérivés, pointeurs laser, effets lumineux pour spectacles...).

I Milieu amplificateur de lumière

I.1 Interaction champ-matière

On considère un milieu constitué d'un ensemble d'atomes possédant deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 , avec $E_2 - E_1 = h\nu_{12}$. On note n_1 et n_2 le nombre d'atomes dans chacun des états par unité de volume. Ce milieu interagit avec une onde électromagnétique caractérisée par sa densité spectrale d'énergie $u(\nu)$.

Définition : La **densité spectrale d'énergie** $u(\nu)$ est l'énergie moyenne volumique transportée par l'onde dans la bande spectrale voisine de ν et de largeur $d\nu$. On a donc :

$$d\langle u_{em} \rangle = u(\nu)d\nu$$

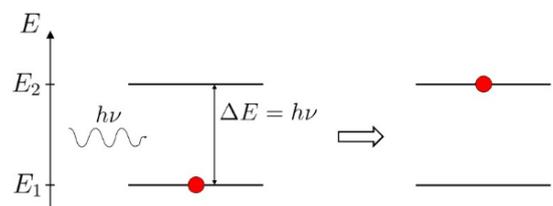
où $u_{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0[\vec{E}(M,t)]^2 + \frac{1}{2\mu_0}[\vec{B}(M,t)]^2$ est la densité volumique d'énergie électromagnétique.

Il existe 3 processus possibles d'interaction entre un atome et l'onde, pour chacun desquels on définit un taux de probabilité par unité de temps pour qu'un atome interagisse avec l'onde.

Cette description est appelée semi-classique : l'atome est quantifié, mais le champ ne l'est pas et garde une description classique. Si on quantifie aussi le champ, on entre dans le domaine de l'électrodynamique quantique.

a Absorption

En présence d'un champ électromagnétique de fréquence ν_{12} , un atome au niveau bas d'énergie E_1 est susceptible d'absorber un photon et de passer dans l'état haut d'énergie E_2 .



La probabilité de transition $1 \rightarrow 2$ entre t et $t + dt$, est proportionnelle à la durée dt et au nombre de photons par unité de volume à la fréquence appropriée, c'est-à-dire à la densité spectrale d'énergie $u_{\nu_{12}}$.

On définit le **coefficient d'Einstein pour l'absorption** B_{12} tel que la probabilité pour qu'un atome dans l'état 1 absorbe un photon pour passer dans l'état 2 pendant l'intervalle de temps dt soit :

$$dP_{1 \rightarrow 2} = B_{12}u(\nu_{12})dt$$

Le nombre N_1 d'atomes d'énergie E_1 varie par absorption de

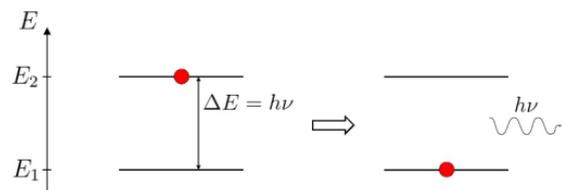
$$\delta N_{1abs} =$$

tandis que le nombre N_2 d'atomes d'énergie E_2 varie par absorption de

$$\delta N_{2abs} =$$

b Émission spontanée

Un atome dans l'état 2 (état excité) peut émettre spontanément un photon d'énergie $E_2 - E_1 = h\nu_{12}$ pour retomber dans l'état 1.



On définit le **coefficient d'Einstein pour l'émission spontanée** A tel que la probabilité pour qu'un atome dans l'état 2 émette spontanément un photon pour passer dans l'état 1 pendant l'intervalle de temps dt soit :

$$dP_{2 \rightarrow 1} = A dt$$

A est une probabilité par unité de temps : c'est donc l'inverse d'un temps.

On peut montrer que $A = 1/\tau$, où τ est la **durée de vie de l'état excité 2**.

Le nombre N_2 d'atomes d'énergie E_2 varie par émission spontanée pendant dt de

$$\delta N_{2spon} =$$

tandis que le nombre N_1 d'atomes d'énergie E_1 varie par émission spontanée pendant dt de

$$\delta N_{1spon} =$$

En l'absence de rayonnement, c'est le seul mécanisme et N_2 est tel que

$$dN_2 = \delta N_{2spon} = -N_2 A dt \text{ soit } \frac{dN_2}{dt} + AN_2 = 0$$

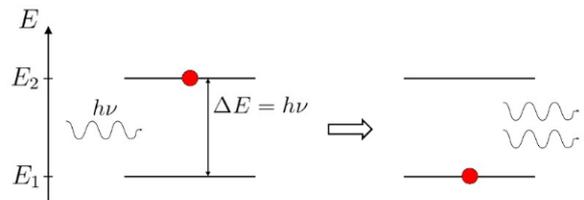
L'évolution est alors une décroissance exponentielle selon la loi horaire

$$N_2(t) = N_0 e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = \frac{1}{A}$$

Remarque : Le photon est émis de manière aléatoire et isotrope : polarisation, phase, direction sont quelconques.

c Emission stimulée

Einstein a introduit un second mécanisme d'émission, dit **émission stimulée**, consistant en une désexcitation induite par un champ extérieur de fréquence $\nu_{12} = \frac{E_2 - E_1}{h}$.



Il faut que l'onde soit à la bonne fréquence, donc la probabilité est proportionnelle à $u(\nu_{12})$.

On définit le **coefficient d'Einstein pour l'émission stimulée** B_{21} tel que la probabilité pour qu'un atome dans l'état 2 émette un photon pour passer dans l'état 1 sous l'effet d'un rayonnement incident pendant l'intervalle de temps dt soit :

$$dP_{2 \rightarrow 1} = B_{21}u(\nu_{12})dt.$$

Important :

Le coefficient B_{21} , coefficient d'Einstein pour l'émission stimulée est tel que

$$B_{21} = B_{12} = B$$

Contrairement à l'émission spontanée dont la direction de propagation et la phase sont aléatoires, la direction de propagation et la phase de l'onde émise par ce mécanisme sont celles du champ déclenchant.

Le nombre N_2 d'atomes d'énergie E_2 varie par émission stimulée de

$$\delta N_{2stim} =$$

tandis que le nombre N_1 d'atomes d'énergie E_1 varie par émission stimulée de

$$\delta N_{1stim} =$$

I.2 Amplificateur d'ondes lumineuses

a Condition d'amplification d'une onde lumineuse : inversion de population

Soit une onde lumineuse de fréquence ν_{12} traversant un milieu constitué d'atomes possédant deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 , avec $E_2 - E_1 = h\nu_{12}$.

La **variation du nombre de photons** par les trois mécanismes décrits précédemment peut s'écrire

$$dN = \delta N_{1stim} - \delta N_{2abs} + \delta N_{1spon}$$

Le troisième terme décrit des ondes qui se propagent dans toutes les directions ; si on s'intéresse exclusivement au nombre N_0 de photons se propageant dans la direction de l'onde incidente, on peut négliger la contribution du troisième terme ; il reste alors

.....

.....

La condition nécessaire d'amplification de l'onde lumineuse est donc :

.....

Le problème est qu'à l'équilibre thermique, ce n'est pas possible. En effet, la répartition des atomes en fonction de leur énergie doit suivre **la loi de Boltzmann** : la probabilité pour un système microscopique d'être dans un état d'énergie E est proportionnelle à $e^{\frac{-E}{k_B T}}$. On a donc :

n_1

n_2

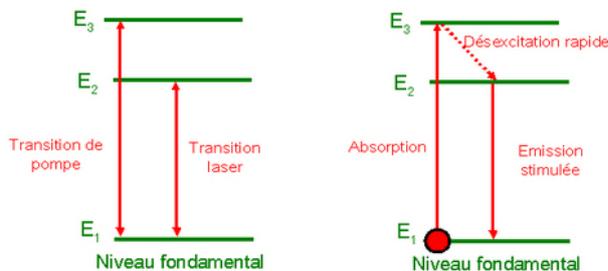
donc $\frac{n_2}{n_1} = \frac{N_2}{N_1} =$

Conclusion : Pour obtenir une amplification par émission stimulée, il faut réaliser une **inversion de population** : il faut forcer le système, qui à l'équilibre thermique est majoritairement dans l'état de plus faible énergie, afin de peupler majoritairement l'état excité. On peuple artificiellement l'état d'énergie E_2 .

b Pompage optique

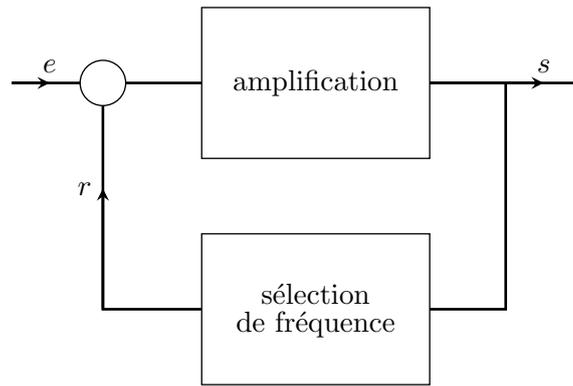
Un des moyens utilisés est le *pompage optique* qui a valu le prix Nobel de Physique en 1966 au physicien français Alfred KASTLER.

L'idée est de fournir au milieu de l'énergie électromagnétique en le soumettant à une onde de fréquence $\nu_p = \frac{E_3 - E_1}{h}$ (fréquence de pompage), en choisissant un niveau $E_3 > E_2$ tel que la désexcitation du niveau E_3 soit très rapide. On peut ainsi maintenir une inversion de population entre les niveaux d'énergie E_1 et E_2 tant que l'onde de pompage alimente le niveau E_2 .



II Obtention d'un oscillateur

Un laser fonctionne sur le même principe que l'oscillateur à pont de Wien, vu en TP. Il repose sur un bouclage entre un amplificateur (décrit ci-dessus), et une rétroaction qui sélectionne une fréquence (filtre, ou ici cavité optique).



Soient A le gain de l'amplificateur, \underline{H} la fonction de transfert de la chaîne de retour ; le cercle désigne un additionneur qui somme le signal d'entrée e et le signal de retour r . On a donc

- en entrée de l'ampli : $\epsilon = e + r$
- en sortie de l'ampli : $s = A\epsilon$
- en entrée du filtre : s
- en sortie du filtre : $r = \underline{H}s$

En éliminant ϵ et r , on obtient

$$s = A(e + \underline{H}s) \text{ soit } s(1 - A\underline{H}) = Ae$$

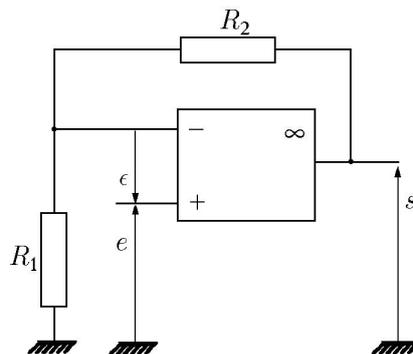
On peut donc avoir un signal de sortie non nul sans signal d'entrée si

$$A\underline{H} = 1$$

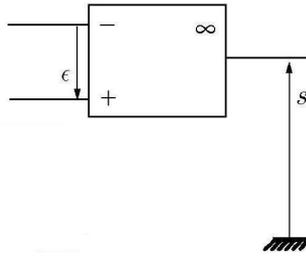
II.1 Oscillateur à pont de Wien

a Chaîne directe de l'oscillateur à pont de Wien

Amplificateur non inverseur La chaîne directe est constituée d'un montage amplificateur **non** inverseur, représenté ci-dessous.



L'amplificateur non inverseur vu comme un système bouclé L'amplificateur **non** inverseur peut être vu comme un système bouclé, dont la chaîne directe est constituée de l'amplificateur opérationnel, (entrée ϵ , sortie s) et la chaîne de retour d'un diviseur de tension (entrée s , sortie $r = \frac{R_1}{R_1 + R_2}s$).



Modèle de l'A.O. idéal Le gain statique μ_0 de l'amplificateur opérationnel étant très grand devant 1, on considère que la tension différentielle d'entrée ϵ est nulle tant que l'A.O. n'est pas en régime saturé.

En régime saturé, la tension de sortie a pour valeur absolue V_{sat} et pour signe le signe de ϵ .

Dans tous les cas, les intensités des courants entrant dans l'A.O. sont négligeables devant les intensités dans les autres branches.

On a donc

$$\left\{ \begin{array}{l} i^+ = i^- = 0 \\ \epsilon = 0 \quad \text{si } |s| < V_{sat} \\ s = +V_{sat} \quad \text{si } \epsilon > 0 \\ s = -V_{sat} \quad \text{si } \epsilon < 0 \end{array} \right.$$

Gain de l'amplificateur non inverseur Dans le modèle de l'A.O. idéal, $\epsilon = 0$, donc $e = r = \frac{R_1}{R_1 + R_2} s$.

On en déduit

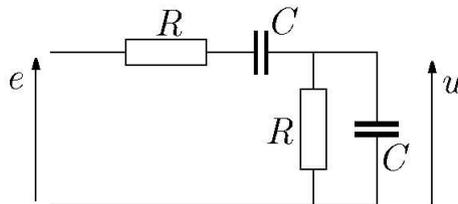
$$\frac{s}{e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

b Chaîne de retour : pont de Wien

L'oscillateur à pont de Wien est un système bouclé dont la chaîne directe est l'amplificateur non inverseur, de gain

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

et la chaîne de retour est un pont de Wien, représenté ci-dessous :



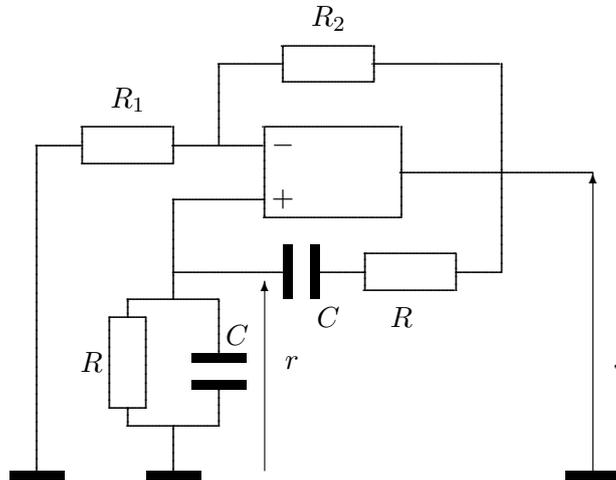
La fonction de transfert de ce pont est

$$\underline{H} = \frac{r}{s} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z_1 = R + \frac{1}{jC\omega} \\ \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R} + jC\omega \end{array} \right.$$

soit

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \left(R + \frac{1}{jC\omega}\right) \left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)} = \frac{1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

c Oscillateur complet



La condition d'oscillation s'écrit $A = \frac{1}{\underline{H}}$, soit

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)$$

ce qui conduit à

$$\begin{cases} RC\omega = 1 \\ \frac{R_2}{R_1} = 2 \end{cases}$$

Les oscillations ont donc une pulsation $\omega = \frac{1}{RC}$ imposée par les caractéristiques du filtre de Wien.

Expérimentalement, on obtient des oscillations pour A légèrement supérieur à 3.

L'équation déterminant s peut se réécrire

$$(A\underline{H} - 1)s = 0 \text{ soit } As - \frac{1}{\underline{H}}s = 0$$

En explicitant la fonction de transfert du filtre de Wien, on obtient

$$(A - 3)s - jRC\omega s - \frac{s}{jRC\omega} = 0$$

soit, en multipliant par $-jRC\omega$:

$$R^2C^2(j\omega)^2s + j\omega(3 - A)RCs + s = 0$$

En identifiant la multiplication par $j\omega$ à une dérivation par rapport au temps, on obtient l'équation différentielle

$$R^2C^2\ddot{s} + (3 - A)RC\dot{s} + s = 0$$

C'est l'équation d'un oscillateur amorti pour $3 - A > 0$, et l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation $\frac{1}{RC}$ pour $A = 3$. Pour $A > 3$, la solution de l'équation a la forme d'oscillations dont l'amplitude

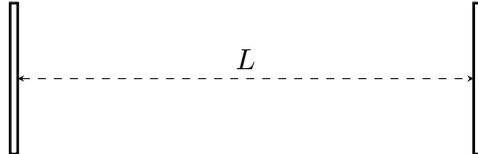
croît exponentiellement. Les oscillations observées ont une amplitude bornée par la tension de saturation de l'amplificateur opérationnel.

Plus généralement, ce sont les non-linéarités qui fixent l'amplitude des oscillations d'un oscillateur quasi-sinusoidal.

II.2 Milieu amplificateur à l'intérieur d'un résonateur optique : le laser

a Cavité optique

Une cavité optique peut être constituée de deux lames semi-réfléchissantes parallèles, distantes de L .



Considérons une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde λ se propageant dans la cavité dans la direction de la normale aux lames. Lors d'un aller-retour dans la cavité, si n désigne l'indice de réfraction du milieu, le chemin optique parcouru est

$$\mathcal{L} = 2nL$$

conduisant à un déphasage

$$\Phi = \frac{2\pi\mathcal{L}}{\lambda} = \frac{4\pi nL}{\lambda}$$

Si on note r_1 et r_2 les coefficients de réflexion sur les deux lames semi-réfléchissantes, la relation de récurrence entre les amplitudes complexes des ondes ayant effectué n et $n + 1$ allers-retours dans la cavité est

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r_1 r_2 e^{j\Phi}$$

Le maintien d'une onde lumineuse monochromatique dans la cavité s'exprime par la condition

$$a_{n+1} = a_n \text{ soit } \begin{cases} r_1 r_2 = 1 \\ \Phi = 2\pi p, p \in \mathbb{Z}^* \end{cases}$$

La condition d'accord de phase peut être satisfaite; la distance L doit être multiple de la demi-longueur d'onde. En ordre de grandeur, si $L \simeq 0,1$ m, on obtient $p \simeq 2.10^5$ pour un indice de réfraction voisin de l'unité et une longueur d'onde de l'ordre de 10^{-6} m.

En revanche, la condition sur les amplitudes ne peut pas être satisfaite, car $|r_1| < 1$ et $|r_2| < 1$.

b Milieu amplificateur : laser

On peut satisfaire la condition d'oscillation en utilisant un milieu amplificateur occupant la cavité ou une partie de celle-ci. Si g désigne le gain en amplitude lors d'un aller-retour dans le milieu amplificateur, la relation de récurrence devient

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = g r_1 r_2 e^{j\Phi}$$

La condition de maintien d'une onde lumineuse monochromatique dans la cavité s'exprime alors par la condition

$$a_{n+1} = a_n \text{ soit } \begin{cases} g r_1 r_2 = 1 \\ \Phi = 2\pi p, p \in \mathbb{Z}^* \end{cases}$$

Le milieu amplificateur joue alors le rôle de la chaîne directe dans l'oscillateur à pont de Wien, et la cavité optique joue le rôle du filtre.

Comme dans le cas de l'oscillateur à pont de Wien, l'intensité de l'onde lumineuse est fixée par les non-linéarités : le gain en amplitude décroît avec l'intensité. L'intensité \mathcal{I} de l'onde lumineuse se stabilise au niveau tel que

$$g(\mathcal{I}) = \frac{1}{r_1 r_2}$$

III Propriétés optiques d'un milieu spatialement limité : le faisceau laser

Nous avons envisagé jusqu'à présent 2 formes de solutions propagatives pour l'équation de d'Alembert à 3D scalaire : l'onde plane, qui se propage en ligne droite mais n'a pas de réalité physique car infiniment étendue, et l'onde sphérique, qui diverge à partir de la source. On a déjà énoncé le fait qu'en première approximation, un faisceau laser pouvait être modélisé par une source ponctuelle à grande distance, ce qui crée une onde localement plane. Cependant, ce modèle reste grossier. Nous allons voir une nouvelle forme d'onde, bien adaptée à la description d'un faisceau laser, qui est solution de l'équation de d'Alembert dans l'approximation paraxiale (faisceau peu divergent).

III.1 Description simplifiée d'un faisceau de profil gaussien

a Modélisation

La résolution de l'équation de propagation en théorie scalaire de la lumière fournit pour l'amplitude complexe de l'onde lumineuse associée à un faisceau laser d'axe de révolution Oz en un point $M(r, \theta, z)$ de l'espace repéré par ses coordonnées cylindriques d'axe Oz l'expression :

$$a(r, z) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{W^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{2j\pi z}{\lambda} - \frac{j\pi r^2}{\lambda R(z)}\right)$$

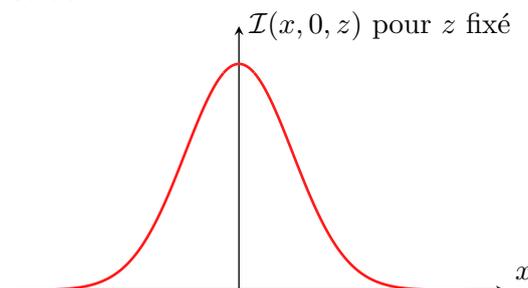
avec

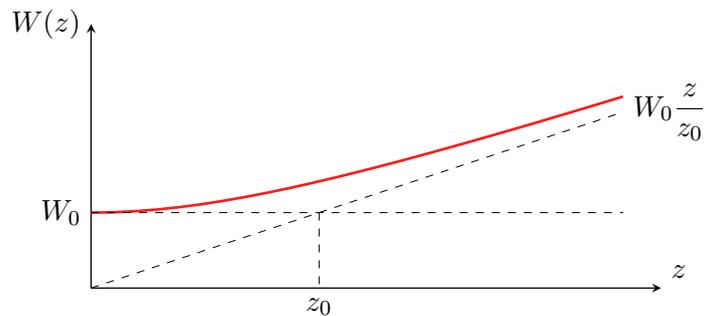
$$\begin{cases} W(z) = W_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}} \\ z_0 = \pi \frac{W_0^2}{\lambda} \\ R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2}\right) \end{cases}$$

Il en résulte que l'intensité lumineuse vaut :

$$\mathcal{I}(r, z) = |a(r, z)|^2 = \frac{A_0^2 W_0^2}{W^2(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{W^2(z)}\right)$$

et son graphe en fonction de r à z fixé a la forme d'une gaussienne, de telle sorte que $W(z)$ apparaît comme la distance à l'axe du bord du faisceau.

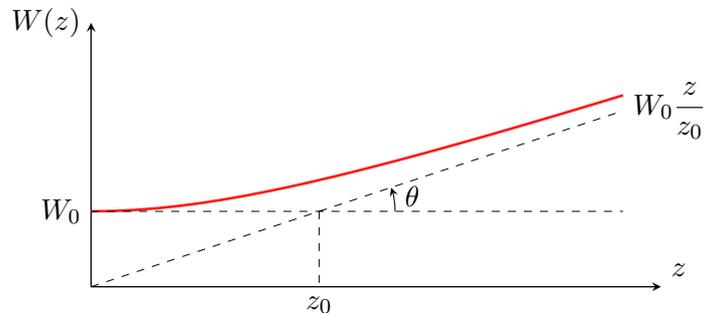




Le graphe de $W(z)$ avec z fait apparaître deux zones :

- pour $|z| \ll z_0$, $W(z)$ varie peu et on peut considérer le faisceau comme cylindrique de rayon W_0 ;
- pour $|z| \gg z_0$, $W(z) \simeq W_0 \frac{z}{z_0}$; le bord du faisceau est alors conique de centre O et d'angle

$$\theta = \frac{W_0}{z_0} = \frac{W_0 \lambda}{\pi W_0^2} \text{ soit } \theta = \frac{\lambda}{\pi W_0}$$



La diffraction par une ouverture circulaire de rayon W_0 conduirait à un cône de demi-angle au sommet

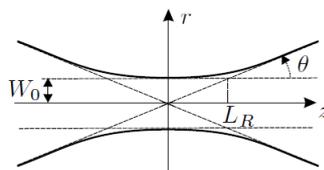
$$\theta_d \simeq 0,61 \frac{\lambda}{W_0}$$

À un facteur numérique près, c'est l'angle d'inclinaison du bord du faisceau laser. Ceci montre que la diffraction est une propriété attachée à la propagation d'un faisceau confiné. Notons toutefois que dans le cas du laser, tout se passe comme si le faisceau diffractait sur son propre bord dans la zone cylindrique.

Pour résumer : À courte distance, le faisceau est cylindrique et à grande distance, le faisceau diverge avec un angle $\theta = \frac{\lambda}{W_0}$, où W_0 est le rayon minimal du faisceau, appelé "waist" en anglais.

b Longueur de Rayleigh

On appelle *longueur de Rayleigh* L_R la distance mesurée à partir du point de cote $z = 0$ où le rayon W_0 est minimal à laquelle on bascule du modèle du faisceau cylindrique au modèle du faisceau conique.



En $z = L_R$, le rayon W_0 du faisceau cylindrique est égal au rayon $W_0 \frac{L_R}{z_0}$ du faisceau conique soit

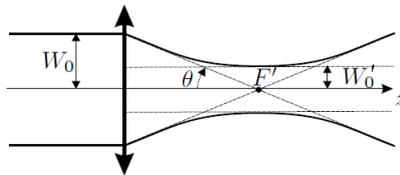
$$L_R = z_0 = \frac{\pi W_0^2}{\lambda}$$

Pour un laser hélium-néon tel que $W_0 = 1$ mm et $\lambda = 632$ nm, on obtient $L_R = 5$ m. Un tel laser utilisé à l'échelle du mètre délivre donc un faisceau cylindrique avec une très bonne approximation. La longueur de Rayleigh peut être interprétée comme l'ordre de grandeur de la distance à partir de laquelle la diffraction du laser sur ses bords modifie significativement la forme du faisceau, le faisant progressivement passer d'une forme cylindrique à une forme conique.

III.2 Utilisation de lentilles

a Focalisation d'un faisceau laser

Plaçons une lentille mince convergente de focale f' de telle sorte que son axe optique soit confondu avec l'axe du laser, dans la zone nettement en deçà de la distance de Rayleigh où le faisceau est quasi cylindrique de rayon W_0 . Dans le cadre de l'optique géométrique, les rayons incidents sont tous parallèles à l'axe optique donc convergent au foyer F' de la lentille et le faisceau qui émerge de la lentille est conique de demi-angle au sommet $\theta = \frac{W_0}{f'}$.



En réalité on observe une tache focale et ce fait peut s'interpréter en utilisant le renversement du temps dans la construction qui a permis de définir la longueur de Rayleigh. Le faisceau conique ne peut pas vraiment converger en F' mais y atteint son rayon minimal W'_0 tel que :

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi W'_0} \text{ soit } \frac{W_0}{f'} = \frac{\lambda}{\pi W'_0} \text{ puis } W'_0 = \frac{\lambda f'}{\pi W_0}$$

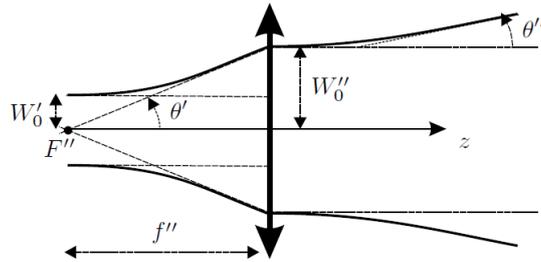
en égalant les deux expressions de θ . On voit donc l'intérêt de choisir f' la plus courte possible. En pratique le rayon de bord a de la lentille doit être supérieur à W_0 si on veut conserver tout le faisceau laser initial. Il faut donc prendre une lentille d'ouverture numérique $\frac{a}{f'}$ la plus grande possible mais on est gêné par les aberrations. Par exemple avec $a \simeq f' \simeq W_0$, il vient :

$$W'_0 \simeq \lambda$$

Partant d'un laser hélium-néon de puissance $P = 0,1$ mW on obtient une intensité lumineuse $\mathcal{I}_0 = 3.10^1$ W.m⁻² en sortie et une intensité lumineuse $\mathcal{I}_0 = 9.10^7$ W.m⁻² sur la tache de focalisation.

b Télescope laser

Plaçons une deuxième lentille mince convergente de focale f'' de telle sorte que son foyer objet F'' coïncide avec le point de focalisation F' du laser par une première lentille.



Avec une tache de rayon $W_0' \simeq \lambda$, on a

$$\theta' \simeq \frac{\lambda}{\pi W_0'} \simeq \frac{1}{\pi}$$

et

$$L'_R \simeq \frac{\pi W_0'^2}{\lambda} \simeq \pi \lambda$$

de telle sorte que la deuxième lentille est naturellement située au delà de la longueur de Rayleigh dans la zone où le faisceau (\mathcal{F}') est conique.

Dans le cadre de l'optique géométrique, ce faisceau émerge de la deuxième lentille parallèlement à l'axe optique avec un rayon $W_0'' \simeq f'' \theta' \simeq \frac{f''}{\pi}$ qui représente naturellement le rayon minimal du faisceau émergent. Mais d'après l'étude générale d'un faisceau laser, au delà de sa longueur de Rayleigh L''_R , le faisceau émergent aura une divergence angulaire

$$\theta'' \simeq \frac{\lambda}{\pi W_0''} = \frac{\lambda}{f''}$$

Pour $f'' \simeq 1$ m, on obtient $\theta'' \simeq 10^{-6}$ rad.