Électricité et électromagnétisme

I Rapports

CCINP 2024

Électricité
Un net recul par rapport aux années précédentes : en régime sinusoïdal permanent, les calculs menés en notation complexe laissent apparaître un manque de maîtrise évident. L'étude des filtres est bien souvent malmenée (diagramme de Bode méconnu, allure des asymptotes fausses...).

Électromagnétisme
Cette année encore, l'induction électromagnétique a été particulièrement mal traitée. Le phénomène d'induction est invisible pour certains candidats, surtout si le mot « induit » ne figure pas dans l'énoncé. Un nombre non négligeable de candidats a été incapable de calculer une force électromotrice induite et ignorait parfois jusqu'à l'existence de la loi de Faraday ou de la loi de Lenz. Les exercices d'induction doivent tous se traiter en commençant par orienter arbitrairement les différents circuits filiformes : c'est à cette condition que l'analyse du signe de la f.é.m. ou du courant induit permet d'en déduire les effets électriques ou mécaniques et de vérifier la validité de la loi de Lenz.

CCINP 2023 et 2022

Électricité :
En régime sinusoïdal permanent, les calculs menés en notation complexe laissent apparaître un manque de maîtrise évident et l'utilisation des vecteurs de Fresnel n'est pas dans les habitudes des candidats.

L'exploitation d'un diagramme de Bode ou de l'enregistrement d'un régime transitoire est rarement bien menée. Il est pourtant attendu qu'un candidat sache déterminer les grandeurs caractéristiques d'un filtre (facteur de qualité, pulsation propre...) à partir de l'exploitation d'un diagramme de Bode.

L'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique décomposé en série de Fourier (fournie) n'est pas toujours bien comprise par les candidats. Le rôle de la fonction de transfert s'appliquant sur chaque harmonique de la décomposition en série de Fourier est peu maîtrisé.

Électromagnétisme :
Cette année encore, l'induction électromagnétique a été particulièrement mal traitée. Le phénomène d'induction est invisible pour certains candidats, surtout si le mot « induit » ne figure pas dans l'énoncé. Un nombre non négligeable de candidats a été incapable de calculer une force électromotrice induite et ignorait parfois jusqu'à l'existence de la loi de Faraday ou de la loi de Lenz.

Les exercices d'induction doivent tous se traiter en commençant par orienter arbitrairement les différents circuits filiformes : c'est à cette condition que l'analyse du signe de la f.é.m. ou du courant induit permet d'en déduire les effets électriques ou mécaniques et de vérifier la validité de la loi de Lenz.

Les bilans énergétiques en électromagnétisme ne sont pas toujours bien maîtrisés. En particulier, la puissance volumique cédée par le champ à la matière et la signification physique du vecteur de Poynting posent régulièrement problème.

Le théorème de Gauss relatif à la gravitation est un point de cours souvent inconnu des candidats.

Centrale 2024

Électromagnétisme
Les surfaces de Gauss doivent être fermées et le théorème d'Ampère s'applique sur un contour fermé. Il est bon de savoir passer d'une équation locale à sa formulation intégrale, les deux écritures apportant des résultats complémentaires.

Le minimum que l'on attend d'un champ électromagnétique est de satisfaire aux équations de Maxwell. Le champ électrique a pour unité V/m et le vecteur de Poynting le W/m^2 ; certains le découvrent le jour de l'oral. De même $[B] = [E]/[vitesse]$. Il y a une dérivée temporelle dans les équations de conservation. La relation de structure nécessite de valider certaines hypothèses. La définition d'une OPPM est parfois délicate pour certains, chacun des termes demandant à être compris et justifié. De même, la notion de phase n'est pas toujours comprise. Une réflexion sur les dimensions des différentes grandeurs pourrait s'avérer payante.

La force de Laplace n'est pas consubstantielle au phénomène d'induction. Le coefficient de couplage est parfois mal compris.

Les symétries et invariances sont invoquées sans plus de précisions et leurs conséquences également. Quand on cherche le vecteur qui porte un champ en un point M, on s'intéresse aux plans de symétrie ou d'antisymétrie passant par ce point.

Il existe un certain nombre de situations dans le programme à identifier rapidement (plasma neutre, zone vide de charge et de courant, métal ...). L'application du théorème d'Ampère de la magnétostatique hors du régime permanent doit être validée, ne serait-ce que par un calcul d'ordre de grandeur sur les fréquences par exemple.

Certaines notions d'électrocinétique sont à reprendre : algébrisation des tensions et intensités, impédances des dipôles de base, pont diviseur de tension.

Multiplier une grandeur volumique par le volume du système pour obtenir la grandeur extensive cherchée ne fonctionne que si la première est uniforme. On rencontre très souvent cette erreur : ce point est à travailler.

Mines-Ponts 2024

Électromagnétisme :
la relation entre densité de courants et densité de charges est souventméconnue.

Les exercices d'induction montrent souvent un manque d'analyse préalable du problème. Trop peu de candidats orientent de manière cohérente les grandeurs électriques algébriques dans les schémas équivalents.

Électrocinétique :
quoique ce thème reste une faible partie du programme, le jury ne peut qu'inviter les candidats à maîtriser les méthodes classiques d'étude d'un circuit simple : loi des nœuds, des mailles, pont diviseur, relations courant-tension des dipôles. Bien que les relations de continuité dans la bobine ou le condensateur soient connues, celles-ci ne sont que rarement utilisées afin de déterminer les conditions initiales.

Mines-Ponts 2023

Électromagnétisme :

il est impératif de préciser la nature (courant, charge, . . .) des symétries étudiés. Cela aurait pour effet de rendre l'explication rigoureuse et d'éviter potentiellement des conclusions erronées. Certains candidats n'ont pas toujours conscience que le théorème de Gauss implique le calcul d'un flux associé à une surface fermée.

Les exercices d'induction montrent souvent un manque d'analyse préalable du problème. Trop peu de candidats orientent de manière cohérente les grandeurs électriques algébriques dans les schémas équivalents.

Électrocinétique :

quoique ce thème reste une faible partie du programme, le jury ne peut qu'inviter les candidats à maîtriser les méthodes classiques d'étude d'un circuit simple : loi des nœuds, des mailles, pont diviseur, relations courant-tension des dipôles.

D'autre part, bien que les relations de continuité dans la bobine ou le condensateur soient connues, celles-ci ne sont que rarement utilisées afin de déterminer les conditions initiales.

II Questions de cours

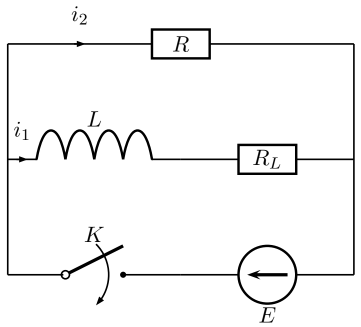
— Mouvements de particules chargées dans un champ $\overrightarrow{E}$ ou $\overrightarrow{B}$. Applications.
— Filtres du premier et second ordre. Illustration par quelques exemples simples.
— L'induction. Applications.
— Énergie magnétique d'un circuit seul, de deux circuits en inductance mutuelle.
— Le dipôle électrostatique, exemple de dipôle et tracé de ses lignes de champ.
— Les équations de Maxwell, forme locale, forme intégrale
— Les propriétés du champ magnétostatique. Propriétés de symétrie.
— Lignes de champ créées par une spire parcourue par un courant constant.
— Théorème d'Ampère. Application au calcul du champ magnétique créé par un solénoïde infini.
— Vecteur de Poynting, densité d'énergie électromagnétique, puissance volumique cédée par le champ à la matière. Bilan d'énergie.
— Théorème de Gauss pour le champ électrique ; forme locale.
— Effet Hall

III Exercices

1. Surtension avec bobine – CCINP

On considère le circuit ci-dessous.
Une bobine réelle ($L = 1,0$ H ; $R_L = 2,0\ \Omega$) est montée en parallèle avec un conducteur ohmique de résistance $R = 20\ \Omega$; l'ensemble est alimenté par une source de tension continue ($E = 6,0$ V).

1. L'interrupteur K est fermé depuis un long intervalle de temps. Calculer i_1 et i_2.
2. On ouvre K à $t = 0$. Établir, en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant qui circule dans la bobine.
3. En déduire l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes du conducteur ohmique R.
4. Montrer que la tension u peut prendre durant un bref instant une valeur très supérieure à E.
5. Établir le bilan énergétique du régime transitoire.



2. Cylindre chargé – CCINP

On considère un cylindre, supposé de longueur infini et de rayon a. Il est uniformément chargé en volume avec une densité volumique de charge ρ. On considère un point M placé à une distance r de l'axe du cylindre.

1. Étudier les symétries et invariances du problème étudié.
2. Déterminer pour $r > a$ le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ le potentiel $V(M)$.
3. Faire de même pour $r < a$.

3. Adaptation d'impédance – Centrale

1. Un générateur continu, de force électromotrice E et de résistance interne r alimente un un conducteur ohmique de résistance R.
   a) Déterminer la valeur de R pour que la puissance transférée soit maximale.
   b) Déterminer l'expression de la puissance maximale transférée.
   c) Tracer le graphe représentant la puissance transférée en fonction de R.
2. Dans cette question, le générateur possède une force électromotrice sinusoïdale $e(t) = E\sqrt{2}\sin(\omega t)$ et possède une impédance de la forme $\underline{z} = r + jx$. Il alimente une impédance $\underline{Z} = R + jX$.
   Pour quelle valeurs de $\underline{Z}$ la puissance moyenne transférée est-elle maximale ? On donnera dans ce cas la relation entre $\underline{Z}$ et $\underline{z}$.

   Quelle est l'expression de la puissance maximale transférée ?

4. Bobinage torique

Soit un tore engendré par la rotation d'un carré de côté $2a$ autour de l'axe Oz. En coordonnées cylindriques, les points intérieurs au tore ont pour coordonnées (r, θ, z) telles que :

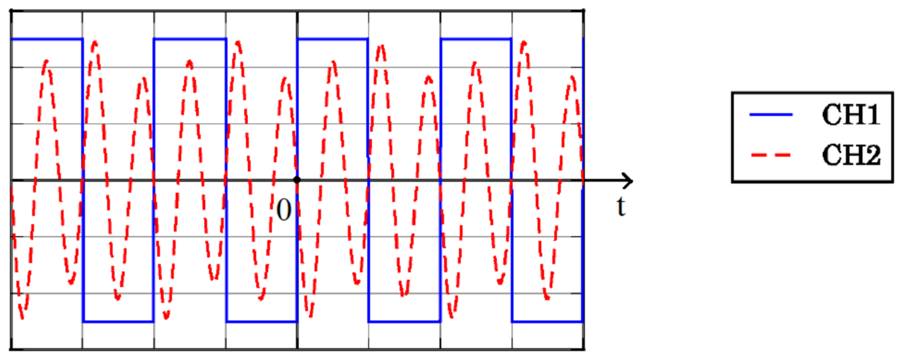
$$r \in [\ell - a, \ell + a]; \theta \in [0, 2\pi]; z \in [-a, a].$$

Ce tore est constitué d'une substance de perméabilité μ_0. On enroule régulièrement N spires à la surface de ce tore ; le bobinage est parcouru par un courant d'intensité i.

1. Déterminer l'expression du champ magnétique en coordonnées cylindriques pour un point quelconque de l'espace.
2. Calculer le flux propre dans le bobinage.
3. En déduire le coefficient d'autoinduction L de la bobine ainsi constituée.
   Application numérique : $2a = 1{,}8$ cm ; $\ell = 5$ cm ; $N = 500$.
4. On place sur l'axe Oz du tore un fil très long devant les dimensions du tore ; déterminer le coefficient d'inductance mutuelle entre le fil et le tore.

5. Étude expérimentale d'un filtre

La figure ci-dessous représente les signaux d'entrée (voie 1) et de sortie (voie 2) d'un filtre acquis via un oscilloscope numérique.



Time = 1 ms/div — CH1 = 1 V/div — CH2 = 500 mV/div

La fonction de transfert du filtre est donnée par :

$$\underline{H} = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{-2jxH_0\xi}{1 + 2jx\xi - x^2}$$

avec $x = f/f_0$, $H_0 = 2$, $\xi = 0,05$ et $f_0 = 1,5$ kHz.

1. Donner l'amplitude, la fréquence et la valeur moyenne du signal créneau.

2. Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe-bande et calculer numériquement la largeur de sa bande passante Δf.

   On donne la décomposition en série de Fourier d'un signal créneau de fréquence f et de valeur moyenne nulle :

$$ve(t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(2\pi k f t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(2\pi k f t)$$

3. Justifier que $B_k = 0$ dans le cas du signal de l'oscillogramme. Représenter le spectre du signal sachant que $A_k = 0$ si k est pair et A_k est proportionnel à $1/k$ si k est impair.
4. Dans un premier temps, on approxime le signal de sortie par une sinusoïde parfaite $v_s = V_{smax} \sin(\omega t + \varphi)$. D'après l'oscillogramme, donner l'amplitude et la fréquence de la sinusoïde ainsi modélisée.
5. On prend cette fois-ci en compte deux sinusoïdes. Expliquer la courbe observée. Calculer le rapport de leurs amplitudes dans le signal de sortie.

6. Dipôle – CCINP

1. Déterminer le champ électrostatique puis le potentiel électrostatique créé par un fil infini uniformément chargé (λ densité linéïque de charge).
2. En déduire le potentiel électrostatique créé à grande distance par deux fils infinis, verticaux, parallèles, distants de a, chargé uniformément avec des densité linéïques opposées.
3. Déterminer et représenter les lignes équipotentielles.

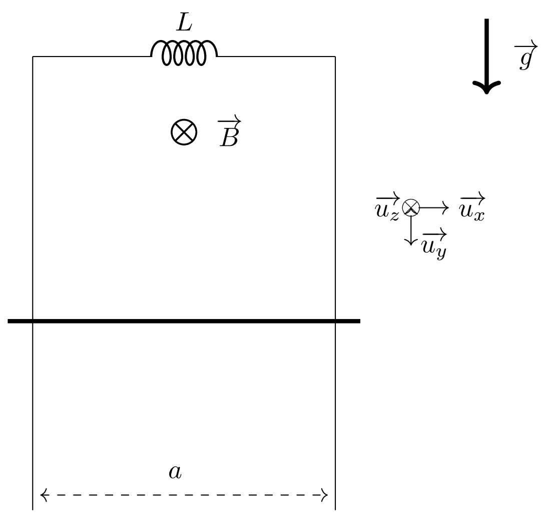
7. Magnétohydrostatique

Certains fluides sont conducteurs électriques et subissent donc aussi les effets de la force de Laplace (résultante des forces de Lorentz microscopiques). Considérons un fluide au repos dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Il est conducteur et incompressible de masse volumique μ, situé entre les plans de cotes $z = -a$ et $z = +a$. Il est parcouru par une densité de courant uniforme stationnaire $\overrightarrow{j} = j\overrightarrow{u_y}$. Le champ de pesanteur $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{u_z}$ est uniforme.

1. Montrer par le théorème d'Ampère que le champ magnétique dans le fluide est $\overrightarrow{B} = \mu_0 j z \overrightarrow{u_x}$.
2. Déterminer la densité volumique de force de Laplace magnétique dans le fluide.
3. Déterminer le champ de pression dans le fluide à une constante additive près.

8. Chute d'une barre

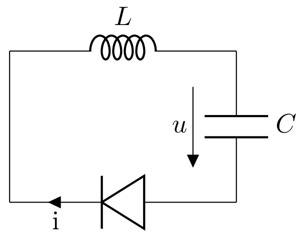
Soit une barre conductrice de masse m de longueur a et de résistance R fermant un circuit avec une bobine d'inductance L. Il règne un champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ selon $\overrightarrow{u}_y$ (la verticale descendante) et un champ $\overrightarrow{B}$ uniforme comme sur le schéma. On néglige l'inductance propre du circuit et on la lâche avec une vitesse nulle à l'instant initial.



1. Donner une équation reliant v vitesse de la barre, le courant dans le circuit i, et sa dérivée temporelle.
2. Écrire une équation différentielle mettant en jeu l'accélération de la barre.
3. En déduire une équation portant sur des puissances et l'interpréter.
4. Déterminer l'équation différentielle régissant i.
5. Mettre en évidence un courant particulier i_0 et interpréter l'équation obtenue pour R "grand" (signification ?).

9. Oscillateur – MT

Pour des temps négatifs, $t < 0$, le condensateur est chargé et $u = E$.
À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.
1. En absence de diode :
a. Déterminer $u(t)$ et $i(t)$. Représenter leurs graphes.
b. On pose $y(t) = \sqrt{\dfrac{L}{C}}i(t)$ et $x(t) = u(t)$. Tracer le diagramme $y = f(x)$.
2. Avec une diode idéale
Mêmes questions.



10. Nappe cylindrique de courant

Considérons une plaque cylindrique infinie d'axe Oz et de rayon R. Elle est parcourue par une densité surfacique de courant $\overrightarrow{j_S} = j_S\cos(\alpha)\overrightarrow{u_\theta} + j_S\sin(\alpha)\overrightarrow{u_z}$. Déterminer le champ magnétique créé dans tout l'espace.

11. Champ créé – Centrale

Le demi-espace $z > 0$ infini est chargé avec la densité volumique de charge $\rho(z) = \rho_0 \mathrm{e}^{-\mathrm{z/a}}$.

1. Calculer le champ électrique en tout point de l'espace (E est nul en $z \to \infty$).
2. Que se passe-t-il si on ajoute à la distribution précédente un plan infini en Oxy portant la densité de charge σ ?

12. Interaction de deux tiges

Deux tiges T_1 et T_2 de mêmes masses m sont posées sur des rails de Laplace horizontaux séparés de d dans un champ magnétique uniforme constant vertical. À l'instant initial, la tige T_1 est animée d'une vitesse V_0 vers T_2, et T_2 est immobile. La résistance électrique de chaque tige vaut $R/2$ et la résistance électrique des rails est négligée. Les frottements mécaniques sont négligés.

1. Par une analyse qualitative, justifier que T_1 va ralentir et T_2 va se mettre en mouvement.
2. Écrire les équation électrique et mécanique du système en introduisant les vitesses v_1 et v_2.
3. Découpler le système d'équation en posant $S = v_1 + v_2$ et $D = v_1 - v_2$ et en résolvant les équations différentielles sur S et D.
4. En déduire les expressions des vitesses en fonction du temps. Quel est le comportement aux temps longs ?
5. Parmi les grandeurs quantité de mouvement et énergie mécanique, quelle est celle qui se conserve ? Et celle qui décroît ?

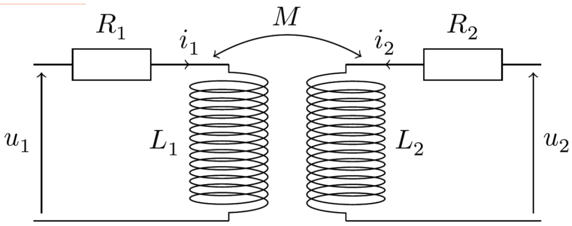
13. Courant sinusoïdal

Un cylindre de rayon a et de très grande longueur selon Oz est parcouru par un courant d'intensité $I = I_0\cos(\omega t - kz)$ avec $k = \dfrac{\omega}{c}$.

1. Effectuer une étude des symétries et invariances.
   Dans la suite, on prendra $E_z(r,t) = 0$.
2. À partir de l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale, déterminer $\vec{B}$ dans tout l'espace.
3. À partir de l'équation de Maxwell-Ampère locale, en déduire une équation aux dérivées partielles sur $\vec{E}$. Déterminer $\vec{E}$.

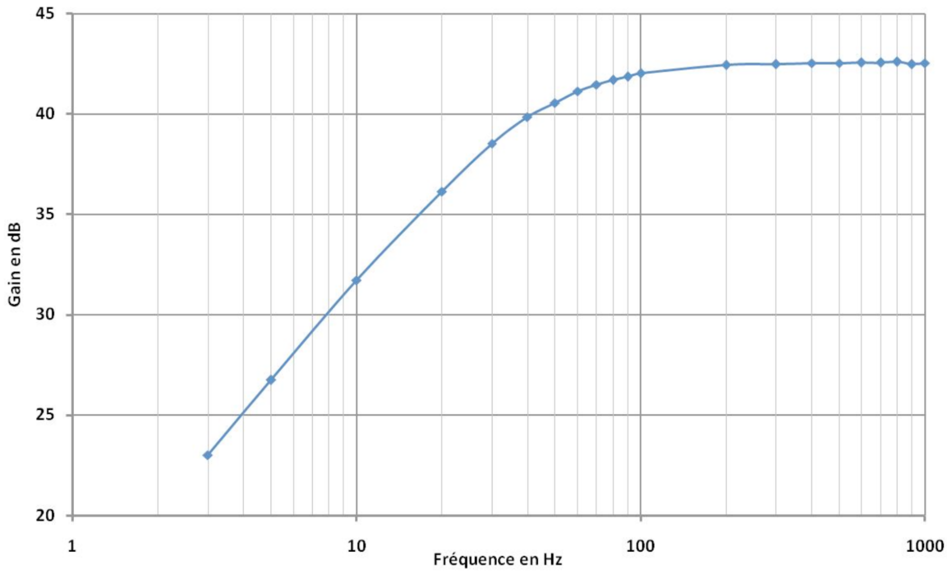
14. Mesure d'inductance mutuelle

Considérons deux bobines concentriques chacune modélisée par l'association série d'une résistance et d'une inductance idéale. La figure suivante présente un schéma électrique de la modélisation de ces deux bobines. En plus des inductances propres L_1 et L_2, on introduit l'inductance mutuelle M qui exprime un couplage à distance entre les deux bobines.



Deux voltmètres idéaux sont branchés aux bornes de la bobine primaire pour l'un et de la bobine secondaire pour l'autre. La bobine primaire est alimentée par un générateur de tension sinusoïdale à pulsation ω. Le secondaire est en circuit ouvert. On connaît $L_1 = 5,3$ mH et $L_2 = 1,9 \cdot 10^{-2}$.

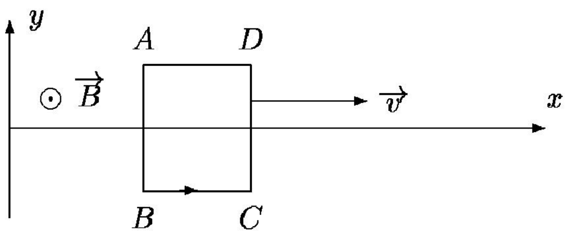
On rappelle la définition du gain en dB d'un filtre linéaire $G_{\text{dB}}(\omega) = 20 \log \left(\left| \frac{\underline{u_2}}{\underline{u_1}} \right| \right)$ où u_1 est l'entrée et où u_2 est la sortie. Le graphe suivant présente la mesure de G_{dB} en fonction de la fréquence.



1. Déterminer le système d'équation différentielles couplées reliant u_1, u_2, i_1 et i_2.
2. Écrire en notation complexe ce système d'équations différentielle.
3. En déduire l'expression du gain linéaire $G = |u_2/u_1|$ en fonction de résistances, inductances et ω.
4. En déduire la nature du filtrage : passe-bas, passe-bande ou passe-haut.
5. À partir d'une mesure à préciser sur le graphe, en déduire une mesure de M. Commenter.

15. Moteur linéaire – Mines

Un cadre filiforme $ABCD$ est un carré de côté a et de résistance R. Ce cadre est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{e_x}$, où v est une constante positive. A l'instant $t = 0$, le côté AB a pour abscisse 0.



Le cadre est soumis au champ magnétique

$$\overrightarrow{B} = B_0 \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right)\overrightarrow{e_z}.$$

1. Calculer l'intensité du courant induit.

2. Calculer la somme $\overrightarrow{F}(t)$ des forces de Laplace s'exerçant sur le cadre à l'instant t ainsi que la valeur moyenne $\overline{F}(v) = \langle F(t)\rangle$. Déterminer les valeurs de v pour lequelles le système fonctionne en moteur.

3. Calculer la puissance moyenne $\mathcal{P}_m$ du moteur ; comparer cette puissance à la puissance $\mathcal{P}_J$ dissipée par effet Joule. Commenter le bilan énergétique du système.

16. Chauffage par induction – Centrale

On considère un solénoïde de longueur ℓ et de rayon a parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega \mathrm{t}}$ (avec $f =$ 100 kHz), dans lequel on place un cylindre de cuivre de conductivité électrique $\gamma = 10^7$ SI. Le cuivre occupe tout l'espace intérieur du solénoïde. On néglige les effets de bords. On donne : $\overrightarrow{\underline{E}}(r,t) = E(r)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\mathrm{t}}\overrightarrow{u_\theta}$, $\overrightarrow{\underline{B}}(r,t) = B(r)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\mathrm{t}}\overrightarrow{u_z}$ et $\overrightarrow{j} = \gamma\overrightarrow{E}$.

1. Établir les équations vérifiées par $B(r)$ et $E(r)$.
2. Quelle simplification peut-on faire compte-tenu de la valeur de γ ?
3. On donne l'équation différentielle vérifiée par $\overrightarrow{\underline{E}}$ ou $\overrightarrow{\underline{B}}$:

$$\frac{\partial \overrightarrow{\underline{E}}}{\partial t} = D\overrightarrow{\Delta}\overrightarrow{\underline{E}}$$

   De quel type d'équation s'agit-il ? Que vaut la constante D ? Déterminer une longueur caractéristique δ par analyse dimensionnelle. Comparer δ à $a = 15$ cm.
4. On schématise la situation par : $\overrightarrow{j} = \overrightarrow{0}$ pour $r < a - \delta$ et $\overrightarrow{j} = j(t)\overrightarrow{u_\theta}$ pour $a - \delta < r < a$.
   (a) Déterminer le champ dans les deux domaines du conducteur.
   (b) Montrer que l'ensemble solénoïde/conducteur est équivalent à un empilement de solénoïdes élémentaires.