Physique des ondes

I Rapports

CCINP 2024

La notion de polarisation des ondes électromagnétiques pose souvent problème. En particulier, les candidats relient difficilement l'expression du champ électrique à l'état de polarisation d'une onde. Les lames à retard, même si elles sont abordées plutôt de manière expérimentale, sont souvent incomprises, voire ignorées des candidats.

L'écriture des racines carrées du nombre complexe i dans certaines relations de dispersion est souvent problématique.

CCINP 2023 et 2022

Ondes sonores : la définition du vecteur de Poynting acoustique et son lien avec l'intensité acoustique ne sont pas toujours connus. Il en est de même pour le niveau sonore en décibels.

Ondes électromagnétiques : la polarisation des ondes électromagnétiques pose souvent problème. En particulier, l'écriture d'un état de polarisation d'une onde électromagnétique, tant en notation complexe que réelle, est délicate pour beaucoup de candidats. Par ailleurs, l'effet d'une lame à retard sur la polarisation d'une onde est largement méconnu.

Mines-ponts 2024

Les méthodes pour la détermination d'équation de propagation, de relation de dispersion, de vitesse de phase et de groupe sont généralement maîtrisées. L'exploitation de conditions aux limites restent cependant une difficulté pour nombre de candidats.

Il semble important de rappeler que la relation de dispersion $k = \omega/c$ n'est pas généralisable à l'ensemble des problèmes ondulatoires.

Les coefficients de réflexion et transmission proposés sont très régulièrement un rapport de norme. Il est alors délicat d'expliquer, par exemple, l'existence de nœud de vibration à une interface.

Mines-ponts 2023

Les méthodes pour la détermination d'équation de propagation, de relation de dispersion, de vitesse de phase et de groupe sont généralement maîtrisées. L'exploitation de conditions aux limites restent cependant une difficulté pour nombre de candidats.

On ne peut que rappeler que l'utilisation de résultats de cours (relation de dispersion, relations de structure, ...) sans vérification préalable des hypothèses, est souvent source de déconvenue. En particulier, la connaissance de la signification des termes du cours (plane, progressive, stationnaire, évanescente, ...) est un prérequis pour cette vérification.

Centrale 2022

Ondes mécaniques
Il faut être capable de dépasser le simple établissement de l'équation de d'Alembert pour une corde vibrante. Attention à la notion de continuité très souvent invoquée sans réelle réflexion !

Électromagnétisme Il existe un certain nombre de situations dans le programme à identifier rapidement (plasma neutre, zone vide de charge et de courant, métal...). On n'appliquera pas une relation de structure à une onde qui n'est pas plane.

II Questions de cours

— Les cordes vibrantes ; célérité de propagation.
— Corde vibrante ; énergie linéique et transport d'énergie.
— Approximation acoustique dans les ondes sonores.
— Ondes sonores ; densité volumique d'énergie et densité de courant d'énergie acoustique.
— Onde électromagnétique plane progressive ; structure et aspect énergétique.
— Paquet d'ondes. Vitesse de groupe.
— Les ondes électromagnétiques dans le vide. Équation de propagation, structure et polarisation.

III Exercices

1. Onde sonore – CCINP

Soit une onde acoustique incidente $\underline{v_i} = v_0 \exp i(\omega t - kx)$ qui se propage dans le milieu 1 (masse volumique ρ_1 et célérité c_1) occupant le demi-espace $x < 0$. Le demi-espace $x > 0$ est occupé par le milieu 2 (masse volumique ρ_2 et célérité c_2) ; on note $\alpha = \dfrac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$.

1. Justifier l'existence d'une onde réfléchie. Calculer $\underline{v_r}$ et $\underline{v_t}$, les ondes réfléchies et transmises. Calculer les coefficients de réflexion et de transmission pour les amplitudes notés r et t.
2. Quelle est l'équation d'Euler dans le cadre de l'approximation acoustique ?
   Exprimer les surpressions $\underline{p_i}$, $\underline{p_r}$ et $\underline{p_t}$.
3. On définit le vecteur $\overrightarrow{\Pi} = p\overrightarrow{v}$ analogue du vecteur de Poynting de l'électromagnétisme. Calculer pour chaque onde (incidente, réfléchie et transmise) la puissance sonore instantanée traversant une surface S.
4. Calculer les puissances moyennes surfaciques. Définir les coefficients de réflexion et de transmission pour les énergies (notés R et T) ; les calculer en fonction de α. Justifier et vérifier que $R + T = 1$.
5. Dans le cas $\rho_1 c_1 \ll \rho_2 c_2$, que valent r, t, R et T ?

2. Pression de radiation

1. Soit une onde plane progressive harmonique de champ électrique

$$\overrightarrow{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)\overrightarrow{e_y}$$

se propageant dans le vide. Exprimer l'éclairement $\mathcal{E}$ (puissance surfacique rayonnée à travers un plan d'onde) en fonction de ϵ_0, c et E_0.

2. Cette onde est considérée comme un faisceau de photons de vitesse $c\overrightarrow{e_x}$.
a) Exprimer en fonction de $\mathcal{E}, \omega$ et de constantes fondamentales le nombre N_0 de photons traversant une unité de surface d'un plan d'onde par unité de temps.
b) L'onde frappe une surface parfaitement réfléchissante située au plan $x = 0$. Déterminer la quantité de mouvement

reçue par la paroi lors d'un choc photon-paroi. En déduire l'expression de la pression de radiation subie par la paroi en fonction de $\mathcal{E}$ et c, puis de ϵ_0 et E_0.

3. Quelle est la surface minimale de la voile solaire d'un vaisseau spatial pour que celui-ci quitte l'attraction solaire ?

Données :
— constante gravitationnelle : $\mathcal{G} = 6.67.10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}
— masse du Soleil : $M_s = 2.10^{30}$ kg
— masse du vaisseau spatial : $m = 10^3$ kg
— puissance rayonnée par le Soleil : $\mathcal{P} = 4.10^{26}$ W

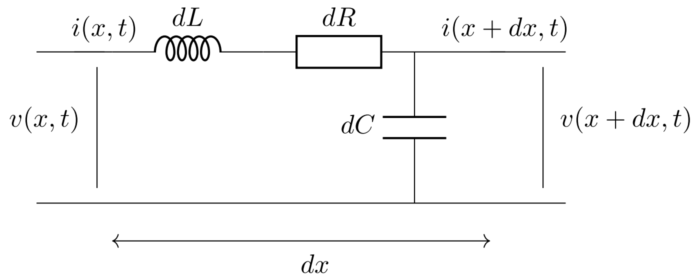
3. Vibrations d'une corde – CCINP

On considère une corde de masse linéiqueμ soumise à une tension T le long de l'axe Ox horizontal et à une force de rappel $\overrightarrow{dF} = -K\,ds\,y\overrightarrow{e_y}$, où ds est un élément de longueur de la corde après étirement. On traite les petits mouvements selon l'axe Oy vertical. On néglige l'influence de la pesanteur. Donner la relation de dispersion des ondes.

On posera $c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ et $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K}{\mu}}$.

4. Câble coaxial réel – CCINP

Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs de même axe Ox : un cylindre plein (l'âme, de rayon R_1) et une tresse cylindrique d'épaisseur négligeable (de rayon R_2), séparés par un diélectrique (isolant). Le conducteur central sert à amener un courant électrique et la tresse extérieure en assure le retour (jouant le rôle de masse). La longueur de câble utilisée (une centaine de mètres) fait qu'on ne peut plus négliger le temps de propagation du signal le long de la ligne : on adopte alors un modèle dit à constantes réparties, où le câble est caractérisé par sa capacité linéique γ, son inductance linéique λ et sa résistance linéique ρ.



ρ résistance linéique telle que $dR = \rho dx$;
λ inductance linéique telle que $dL = \lambda dx$;
γ capacité linéique telle que $dC = \gamma dx$.

1. Par application de la loi des noeuds, établir une équation du premier ordre entre v et i . (1)
2. Par application de la loi des mailles, établir une équation du premier ordre entre v et i. (2)
3. En combinant (1) dérivée par rapport à l'espace et (2) dérivée par rapport au temps, établir :
$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - \gamma\lambda\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - \rho\gamma\frac{\partial i}{\partial t} = 0 \qquad (*)$$
Comparer à l'équation d'onde de d'Alembert. Expliquer la différence et le comportement relatif des solutions de (*) par rapport à celles de l'équation de d'Alembert.

5. Onde cylindrique

Une onde cylindrique est émise dans le vide par des sources situées le long d'un axe Oz. En coordonnées cylindriques d'axe Oz, le champ électrique a pour expression
$$\overrightarrow{E}(M,t) = E(r)\exp(i(\omega t - kr))\overrightarrow{e_z}$$

On se place dans la zone de champ lointain ($r \gg \lambda$). La fonction $E(r)$ est réelle.

1. Déterminer le champ magnétique associé à cette onde. Commenter son expression.

2. Déterminer la moyenne temporelle $\langle\overrightarrow{\Pi}\rangle$ du vecteur de Poynting et en déduire la puissance moyenne $\mathcal{P}$ rayonnée à travers un cylindre de hauteur h et de rayon $r \gg \lambda$.

3. En déduire l'expression de $E(r)$ en fonction notamment de $\mathcal{P}$ et de r.

4. En déduire la relation de dispersion en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2 en $\dfrac{1}{kr}$.

5. Expliciter les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ et décrire la structure de l'onde pour $r \gg \lambda$.

Donnée : en coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\overrightarrow{e_r} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\overrightarrow{e_\theta} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial (rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\overrightarrow{e_z}$$

6. Propagation guidée – Mines

On considère un champ de la forme $\overrightarrow{E} = E_0 \sin\left(\dfrac{\pi z}{a}\right)\cos(\omega t - kx)\overrightarrow{u_y}$.

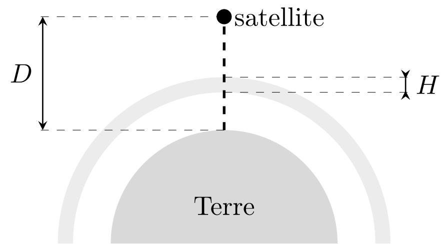
1. Quelle relation doit être vérifiée entre k et ω pour qu'il y ait propagation entre deux conducteurs parfaits situés entre $z = 0$ et $z = a$?
2. Donner alors les vitesses de phase et de groupe. Les exprimer puis les tracer.
3. Calculer le champ $\overrightarrow{B}$ associé et les courants surfaciques.
4. Calculer l'énergie volumique e puis sa valeur moyenne temporelle $\langle e\rangle$ puis sa valeur moyenne spatiale $\langle\langle e\rangle\rangle$.
5. Calculer le vecteur de Poynting $\overrightarrow{\Pi}$ puis sa moyenne temporelle $\langle\overrightarrow{\Pi}\rangle$.
6. Montrer que $\langle\overrightarrow{\Pi}\rangle = \overrightarrow{v}\langle\langle e\rangle\rangle$. Quel est ce $\overrightarrow{v}$?

7. Onde sonore – CCINP

On considère une onde sonore plane progressive harmonique se propageant dans l'air à la célérité c ; la masse volumique au repos est notée μ_0. L'intensité sonore est 120 dB.

1. Calculer (littéralement, puis numériquement) l'amplitude de la surpression et de la vitesse.
2. Commenter, en relation avec l'approximation acoustique.

8. Système GPS et ionosphère



Le système de localisation GPS (Global Positioning System) est si précis qu'il nécessite la prise en compte de la dispersion due à la traversée de l'ionosphère. L'ionosphère est un plasma neutre d'épaisseur H. Il contient

— des électrons de masse m, de charge $-e$ et de densité particulaire n

— des ions de masse M, de charge $+e$ et de densité particulaire n

Il est suffisamment dilué pour que l'on néglige les interactions entre ces particules chargées.

1. A quelle condition l'effet sur une particule chargée du champ magnétique d'une onde électromagnétique est-il négligeable devant celui du champ électrique ?

2. On suppose cette condition satisfaite. En un point M donné, le champ électrique s'écrit, en représentation complexe :

$$\underline{\overrightarrow{E}} = e^{i\omega t}\overrightarrow{E_0}$$

En étudiant le mouvement des charges, établir l'expression de la conductivité complexe $\underline{\gamma}(\omega)$ du plasma.

3. On cherche une solution des équations de Maxwell sous la forme

$$\underline{\overrightarrow{E}} = e^{i(\omega t - \underline{\overrightarrow{k}}\cdot\overrightarrow{r})}\overrightarrow{E_0}$$

Montrer que la relation de dispersion peut se mettre sous la forme

$$\underline{k}^2 c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$$

où l'on donnera l'expression de ω_p.

4. Pourquoi ω_p est-elle une pulsation de coupure ? Donner les expressions des vitesses de groupe et de phase.

5. Un train d'ondes électromagnétiques est envoyé par un satellite vers la Terre. Quel temps τ met-il pour parcourir la distance D ? Hors de l'ionosphère, l'espace est assmilié au vide et la pulsation ω est supposée telle que $\omega \gg \omega_p$.

6. Pour estimer la dispersion ionosphérique, on envoie deux trains d'ondes de pulsations ω_1 et ω_2 telles que $\omega_2 > \omega_1 \gg \omega_p$. Exprimer l'écart $\Delta\tau$ entre leurs temps de parcours.

7. On trouve que $|D - c\tau|$ est de l'ordre de quelques mètres. Que peut-on en conclure ?

9. Conducteur ohmique – Centrale

Les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ à l'intérieur d'un conducteur de conductivité γ varient dans le temps.

1. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la densité volumique de courant $\overrightarrow{j}$, quand on néglige le courant de déplacement et en admettant la loi d'ohm ?
2. Pour quelles fréquences l'équation obtenue est-elle valable ? Pour le cuivre $\gamma = 6.10^7$ S.m^{-1} et $\epsilon_0 = 9.10^{-12}$ F.m^{-1}. L'équation vérifiée par $\overrightarrow{j}$ vous en rappelle-t-elle d'autres ?
3. En utilisant la notation complexe déterminer j sous la forme

$$j = f(z)\cos(\omega t - kz).$$

Commenter la fonction f.

10. Polariseur – Centrale

Une onde plane progressive harmonique se propage selon Oz et est polarisée selon $\overrightarrow{u_x}$. On note k la norme du vecteur d'onde.

1. Donner l'expression réelle du champ $\overrightarrow{E}$.
2. On place un polariseur faisant un angle θ avec $\overrightarrow{u_x}$. Donner l'expression du champ après la traversée du polariseur. Déterminer le coefficient de transmission en énergie T après la traversée. Quelle loi retrouve-t-on ?
3. On place une série de N polariseurs décalés d'un angle θ les uns par rapport aux autres. Donner l'expression de l'amplitude du champ en sortie.
Pour $\theta = \dfrac{\pi}{2N}$, donner l'amplitude du champ en sortie ainsi que la direction de polarisation. Montrer que pour N assez grand, la direction de polarisation a tourné d'un angle de 90^o avec une perte énergétique minimale.
Combien faut-il placer de polariseurs pour que les pertes soient inférieures à 1% ?

11. Onde sonore – Centrale

Une onde sonore de fréquence f_1 se propage dans un tuyau creux de section cylindrique et de longueur L. On observe des noeuds de pression aux extrémités.

Montrer que si l'on place une cloison étanche au milieu du tuyau, on ne modifie pas l'onde.