Sources du champ électromagnétique

Dans ce chapitre nous nous intéressons au sources du champ électromagnétique. D'une part, une distribution de charges électriques produit un champ électrique (exemples : « électricité statique », condensateur, noyau d'un atome, etc). D'autre part, une distribution de courant électrique génère un champ magnétique (exemples : électroaimant, spectromètre de masse, orbite électronique, etc)

I Modélisation d'une distribution de charge électrique

I.1 La charge électrique

La charge est une grandeur caractéristique d'un système. C'est la somme des charges électriques des particules qui la constituent.

$$Q = \sum_{P_i \in \mathcal{D}} q_i$$

On note e la charge élémentaire.

$$\boxed{e = 1,602 \cdot 10^{-19}\ \mathscr{C}}$$

Propriétés :

- La charge électrique est **quantifiée** : $q = Ze$ avec $Z \in \mathbb{Z}$.
- La charge électrique se conserve.
- La charge électrique est invariante par changement de référentiel.

I.2 Densité volumique de charge

Pour un corps chargé en volume, on définit $\rho(M,t)$ la densité volumique de charge par :

$$\boxed{\rho(M,t) = \frac{\delta q_M(t)}{d\tau_M}}$$

Applications :

$\boxed{1}$ Une boule de rayon R est chargée uniformément en volume, avec une charge totale Q. Que vaut la densité volumique de charge ?

$\boxed{2}$ Soit un cylindre droit de rayon r_0 et de hauteur h portant une densité volumique de charge : $\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \dfrac{r}{r_0}\right)$ avec $\rho_0 > 0$. Déterminer la charge Q portée par le cylindre.

I.3 Densité surfacique de charge

Pour une distribution de charge $\mathscr{D}$ présentant l'aspect d'une nappe chargée, on définit une densité surfacique de charge $\sigma(M,t)$ par :

$$\boxed{\sigma(M,t) = \frac{\delta q_M(t)}{dS_M}}$$

Applications :

1. Déterminer la charge Q_0 portée par un cube d'arête a uniformément chargé en surface (σ_0).
2. Déterminer la charge Q_1 portée par une sphère de rayon R uniformément chargée en surface (σ_0).
3. Déterminer la charge Q_2 portée par un disque de rayon R chargée en surface avec la densité surfacique $\sigma(r) = \sigma_0 \dfrac{r^2}{R^2}$.

I.4 Densité linéique de charge

I.5 Charge ponctuelle

II Courant électrique

II.1 Définitions, vecteur densité de courant électrique

$\overrightarrow{j_{\text{elec}}}$: vecteur densité de courant électrique,

$$\boxed{\overrightarrow{j_{\text{elec}}}(M,t) = \rho_{cond}(M,t)\overrightarrow{v}(M,t)}$$

II.2 Intensité traversant une surface

Soit $\mathscr{S}$ une surface orientée,

$$\boxed{I_{\mathscr{S}}(t) = \frac{\delta q}{dt} = \iint_{M\in\mathscr{S}} \overrightarrow{j_{\text{elec}}}(M,t)\cdot \overrightarrow{dS_M}}$$

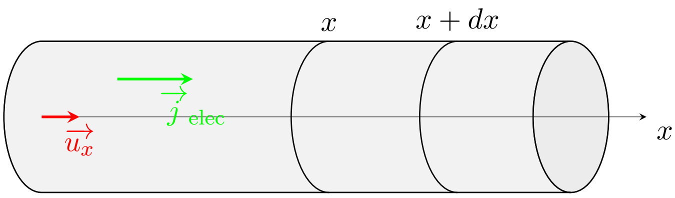
Applications : On considère un cylindre d'axe Oz et de rayon R. On note I l'intensité du courant parcourant ce cylindre. Déterminer l'expression de I :

1. si $\overrightarrow{j_{\text{elec}}}(M) = j_0\overrightarrow{u_z}$;
2. si $\overrightarrow{j_{\text{elec}}}(M) = j_0\left(1 - \dfrac{r}{R}\right)\overrightarrow{u_z}$.

III Conservation de la charge

III.1 Cas unidimensionnel

Considérons un transport unidimensionnel dans un cylindre de génératrices parallèles à $\overrightarrow{u_x}$; la densité de charge est $\rho = \rho(x,t)$ et la densité de courant est $\overrightarrow{j_{\text{elec}}} = j_{\text{elec}}(x,t)\overrightarrow{u_x}$.



III.2 Généralisation

Équation locale de conservation de la charge en 3D :

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \overrightarrow{j_{\text{elec}}} = 0}$$

IV Conducteur ohmique

Les charges électriques libres d'un milieu soumis à un champ électrique $\overrightarrow{E}$ sont mises en mouvement. Expérimentalement, dans un conducteur électrique, on observe que la densité de courant $\overrightarrow{j}_{\text{elec}}$ est proportionnelle à $\overrightarrow{E}$ dans la plupart des situations.

IV.1 Modèle de Drude

On étudie le mouvement d'un électron (charge $q = -e$, masse m) dans un fil soumis à un champ électrostatique uniforme $\overrightarrow{E}$. L'action de l'agitation thermique et des défauts du réseau cristallin est modélisée par une force de frottement fluide linéaire en vitesse : force phénoménologique $\overrightarrow{F}_f = -\alpha \overrightarrow{v}$.

IV.2 La loi d'Ohm locale

Dans un conducteur ohmique la densité volumique de courant électrique est proportionnelle au champ $\overrightarrow{E}$:

$$\boxed{\overrightarrow{j_{\text{elec}}} = \gamma \overrightarrow{E}}$$

γ : conductivité électrique en S.m^{-1}.
Cette loi n'est valable que dans les régimes lentement variables.

IV.3 Résistance électrique

Pour un conducteur ohmique cylindrique de section S et de longueur ℓ :

$$\boxed{R = \frac{\ell}{\gamma S}}$$

IV.4 Aspect énergétique

$\mathscr{P}_V$ = densité volumique de puissance reçue par les porteurs de charge :

$$\boxed{\mathscr{P}_V = \overrightarrow{j_{\text{elec}}} \cdot \overrightarrow{E} = \gamma \overrightarrow{E}^2(M) = \frac{\overrightarrow{j_{\text{elec}}}^2(M)}{\gamma}}$$

V Effet Hall

Extrait de Wikipdia : L'effet Hall ≪ classique ≫ a été découvert en 1879 par Edwin Herbert Hall, qui l'a énoncé comme suit : ≪ un courant électrique traversant un matériau baignant dans un champ magnétique, engendre une tension perpendiculaire à ce dernier ≫.

V.1 Présentation du régime transitoire

V.2 Régime permanent

V.3 Interprétation de la force de Laplace