Sources de champ électromagnétique

Questions de cours

- Donner la valeur de la constante fondamentale e.
- Donner l'unité de la densité volumique de charge ρ. Donner l'expression de ρ pour un système comprenant plusieurs types de charges q_i à la densité volumique n_i.
- Établir l'équation de conservation de la charge dans le cas 1DD.
- Dans quel cas l'équation de conservation de la charge donne-t-elle la loi des nœuds ?
- Donner la loi d'Ohm locale et la loi de Joule locale.
- Déterminer la résistance électrique d'un conducteur filiforme.

Applications directes du cours

$\boxed{1}$ Calculer la charge portée par un disque de rayon R et de densité surfacique de charge $\sigma(M) = \sigma_0 \frac{r}{R}$.

$\boxed{2}$ Calculer la charge portée par un segment de longueur a et de densité linéique de charge $\lambda(M) = \lambda_0 \cos(\pi \frac{x}{a})$ avec $x \in [-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}]$.

$\boxed{3}$ Un domaine de l'espace, délimité par 2 plans parallèles de surface S situés en $x = \pm d$, contient des charges avec une densité volumique uniforme ρ_0. Calculer la charge présente entre les cotes $\pm x_0$ avec $x_0 < d$ puis $x_0 > d$.

$\boxed{4}$ Un électron parcourt une orbite circulaire de rayon a autour du noyau en une période T. Quelle est l'intensité du courant correspondant ?

$\boxed{5}$ Un cylindre métallique de rayon $r = 2,5$ mm est parcouru par un courant uniforme d'intensité $I = 20$ A. Déterminer la densité volumique de courant électrique parcourant ce cylindre. Sachant que la densité volumique d'électrons libres dans ce métal vaut $n = 7 \cdot 10^{28}$ m^{-3}, en déduire la vitesse mésoscopique des électrons de conduction.

$\boxed{1}$ $Q_d = 2\pi\sigma_0 R^2/3$; $\boxed{2}$ $Q_s = \frac{2\lambda_0 a}{\pi}$; $\boxed{3}$ $q(|x_0| < d) = \rho 2|x_0|S$ et $q(|x_0| > d) = \rho 2dS$; $\boxed{4}$ $|I| = e/T$; $\boxed{5}$ $j = 1,0 \cdot 10^6$ A.m^{-2} et $v = 9,1 \cdot 10^{-5}$ m.s^{-1}.

Exercices

1. Sphère chargée non uniformément

On considère une boule chargée avec une densité volumique de charge $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$ pour $r \leq R$. Calculer la charge totale de cette boule puis la charge à l'intérieur dans une sphère de rayon $a \leq R$.

2. Distribution de charge

Une distribution de charge est constituée d'une charge ponctuelle $q > 0$ en O et d'une distribution volumique de densité $\rho(M) = \rho_0 e^{-r/a}$, avec $r = \|\overrightarrow{OM}\|$.

1. Calculer la charge $Q(r)$ à l'intérieur d'une sphère de centre O et de rayon r.
2. Montrer qu'on peut choisir ρ_0 telle que
$$\lim_{r\to\infty} Q(r) = 0$$
3. Que peut modéliser cette distribution ?

3. Distribution de charges à symétrie cylindrique

Un cylindre de révolution d'axe (Oz), de rayon R et de hauteur H, est chargé en volume avec une densité non uniforme $\rho(r) = \rho_0\left(1 - \dfrac{r^2}{2R^2}\right)$, ρ_0 étant une constante.

1. Représenter la courbe de la fonction ρ, et calculer sa valeur moyenne $\langle\rho\rangle$ sur l'intervalle $[0; R]$.
2. Déterminer la charge totale Q et la charge volumique moyenne ρ_m. Pourquoi trouve-t-on $\rho_m \neq \langle\rho\rangle$?

4. Modèle de Drüde

1. Évaluer, pour un conducteur comme le cuivre, l'ordre de grandeur de la vitesse de dérive des électrons de conduction, dans un fil de section $S = 1$ mm^2, parcouru par un courant $I = 10$ A. La comparer à la vitesse d'agitation thermique d'un électron libre à la température $T = 300K$.
2. Évaluer le temps de relaxation τ du milieu. En assimilant τ à un temps de collision (temps moyen entre deux collisions successives d'une charge de conduction avec le réseau), évaluer le libre parcours moyen ℓ des charges de conduction.
3. Le champ électrique appliqué au milieu est sinusoïdal, de la forme :
$$\underline{\overrightarrow{E}} = \underline{\overrightarrow{E_0}} e^{j\omega t}$$
Montrer que le modèle précédent nous permet de définir une conductivité complexe γ en régime sinusoïdal établi.
4. Dans quel domaine de fréquences sera-t-il possible d'assimiler la conductivité du milieu à sa valeur en régime permanent ?

Données :
- Électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C,
- Constantes : $\mathscr{N}_a = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J.K^{-1},
- Cuivre : $M = 64$ g.mol^{-1}, $\mu = 8,9 \cdot 10^3$ kg.m^{-3} et $\gamma = 5,9 \cdot 10^7$ S.m^{-1}.

5. Foudre

La durée d'un éclair est d'environ 25 milliseconde et son diamètre est d'environ 3 cm. En dessous des nuages orageux, il se forme un champ électrique d'environ 20 000 V/m. L'intensité moyenne d'un éclair est de 100 A.
Lorsque la foudre tombe, quel est le nombre d'électrons allant du nuage vers le sol ?
Quelle conductivité électrique pourrait-on attribuer à l'air dans ces conditions ?
Quelle est l'ordre de grandeur de l'énergie dissipée lors d'un éclair ?

6. Ordres de grandeur pour un semi-conducteur

Le germanium, élément chimique de symbole Ge et de numéro atomique 32, est un solide semi-conducteur : la conduction y est assurée par des électrons libres et également par des trous, ou lacunes électroniques sur les atomes du réseau ayant libéré un électron (et qui sont donc devenus des ions Ge^+). Dans le germanium pur, les électrons libres et les trous ont donc la même densité, de valeur $n_0^* = 2,4 \cdot 10^{19}$ m^{-3}.
En présence d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$, chaque type de particule acquiert une vitesse moyenne $\overrightarrow{v} = \mu\overrightarrow{E}$ en régime permanent, où μ est sa mobilité ; on donne $\mu_e = -0,39$ m^2.V^{-1}.s^{-1} pour les électrons et $\mu_t = 0,19$ m^2.V^{-1}.s^{-1} pour les trous. La constante d'Avogadro est $\mathcal{N}_A = 6,06 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

1. Calculer la proportion d'atomes ionisés dans le germanium pur. On donne $M = 72,6$ g.mol^{-1} masse molaire et $\rho = 5320$ kg.m-3 la masse volumique du germanium pur.
2. Déterminer la conductivité du germanium pur.

*Le dopage d'un semi-conducteur consiste à y introduire des atomes d'un autre élément, susceptible d'apporter des électrons libres supplémentaires (dopage de type N) ou bien des trous supplémentaires (dopage de type P). On peut par exemple réaliser un dopage de type P du germanium en y introduisant des atomes de bore (*B*, numéro atomique 5), qui viennent se substituer à des atomes de germanium dans le réseau cristallin (de type diamant). Chaque atome B entraîne l'apparition d'un trou pouvant circuler ; les trous ainsi obtenus s'ajoutent à ceux provenant de l'ionisation d'atomes* Ge *(dont la quantité ne change pas).*

3. Justifier le fait que chaque atome de bore apporte un trou.
4. Interpréter le fait que la densité des électrons libres et celle des trous vérifient toujours la relation : $n_e^* \cdot n_t^* = n_0^{*2}$.
5. Pour un dopage au bore dans lequel un atome Ge sur un million est remplacé par un atome B, déterminer les densités d'électrons et de trous. En déduire la conductivité du germanium dopé.

7. Résistance de fuite d'un isolant

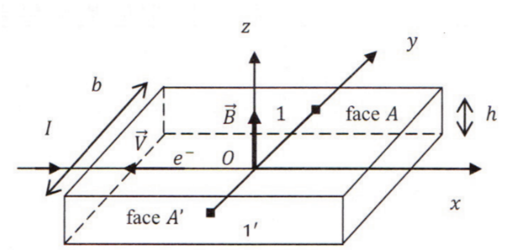
Soit deux conducteurs en forme d'hémisphères, séparés par un liquide isolant, de résistivité ρ_f : il existe un défaut caractérisé par un courant de fuite d'intensité I_f entre les deux conducteurs de rayons r_1 et r_2 lorsqu'on applique une différence de potentiel continue U, le conducteur externe étant au potentiel nul.

1. Dessiner l'allure des lignes de courant de fuite lorsque U est positive. Déterminer l'expression de la résistance d'isolement R_f entre les deux conducteurs.
2. Calculer l'intensité I_f du courant qui circule dans le liquide pour $U = 1,0$ kV.

Données : $r_1 = 10$ cm, $r_2 = 20$ cm, $\rho_f = 1,0 \cdot 10^9$ Ω.m.

8. Effet Hall

On considère une plaque rectangulaire d'épaisseur h et de largeur b. Elle est réalisée dans un semi-conducteur de type N où la conduction électrique est assurée par des électrons mobiles dont le nombre par unité de volume est n^*. On notera e la charge élémentaire. La plaque est parcourue par un courant I, uniformément réparti sur la section de la plaque avec la densité volumique $\vec{j} = j\vec{u_x}$ et $j > 0$. Elle est alors placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u_z}$ avec $B > 0$ créé par des sources extérieures. Le champ magnétique crée par le courant dans la plaque est négligeable devant $\vec{B}$.



On suppose qu'en présence du champ magnétique, le vecteur densité de courant est toujours égal à $\vec{j} = j\vec{u_x}$.

1. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}$ des électrons dans la plaque en fonction de $\vec{j}$, n^* et e. Montrer qu'en présence du champ magnétique il apparaît un champ électrique de Hall $\vec{E_H}$ tel que :

$$\vec{E_H} = \frac{1}{n^* e}\vec{j} \wedge \vec{B}$$

Exprimer les composantes de $\vec{E_H}$

2. On considère deux points 1 et 1′ en vis-à-vis des faces A et A' de la plaque. Calculer la différence de potentiel $U_H = V(1) - V(1')$ appelée tension de Hall. Montrer que U_H peut s'écrire :

$$U_h = \frac{C_H}{h} IB$$

Exprimer la constante C_H puis faites l'application numérique. Donner la valeur de n^* la densité particulaire.
Données : Antimoiniure d'Indium, $C_H = 375 \cdot 10^{-6}$ m^{3}C^{-1} ; $I = 0,1$ A ; $h = 0,3$ mm ; $B = 1$ T.

3. On veut établir la loi d'Ohm locale. Soit $\overrightarrow{E'} = E'\overrightarrow{u_x}$ la partie du champ électrique colinéaire à $\overrightarrow{j}$. On pose $\overrightarrow{j} = \sigma\overrightarrow{E'}$. Quelle caractéristique du matériau σ représente-t-elle ? Montrer qu'en présence du champ magnétique, on a :
$$\overrightarrow{j} = \sigma(\overrightarrow{E} - C_H\overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{B})$$
4. Tracer dans un plan xOy de la plaque les vecteurs $\dfrac{\overrightarrow{j}}{\sigma}$, $\overrightarrow{E}$ et $C_H\overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{B}$ et les lignes équipotentielles en présence puis absence de champ magnétique.