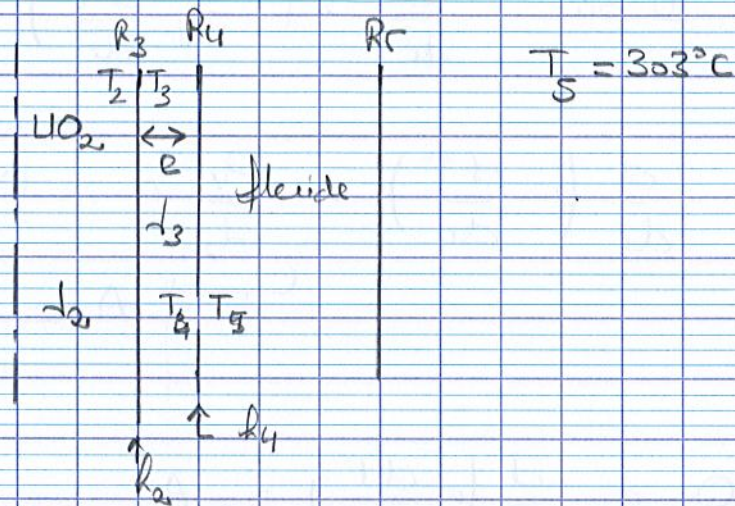


1h15

35

Circuit primaire d'une centrale nucléaire

I - Evolution de la température dans le cœur du combustible



42

Q1 Pour les N crayons $S_{\text{tot}} = N \cdot 2\pi \frac{d}{2} H$

$$S_{\text{tot}} = N \pi d H$$

43

Q2 On effectue un bilan thermique pour un cylindre creux de combustible entre r et $r+dr$ (hauteur H)
 D'après le 1^{er} principe entre t et $t+dt$
 $dU = \delta Q + \delta W$

avec $dU = 0$ en régime stationnaire

$$\delta Q = \Phi_{\text{th entrant en } r} - \Phi_{\text{th sortant en } r+dr} + P_v dV$$

$$= j_{\text{th}}(r) 2\pi r H - j_{\text{th}}(r+dr) 2\pi (r+dr) H + P_v 2\pi r dr H$$

$$= - \frac{\partial (r j_{\text{th}})}{\partial r} 2\pi H + P_v 2\pi r dr H$$

$$\delta W = 0$$

On a donc $\frac{d r j_{th}}{dr} = P_v r$

D'après la loi de Fourier $\vec{j}_{th} = -\frac{1}{2} \text{grad } T$

D'où $\frac{d}{dr} r \left(-\frac{1}{2} \frac{dT}{dr} \right) = P_v r$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{P_v}{\frac{1}{2}} r = 0$$

$$A = \frac{P_v}{\frac{1}{2}}$$

Q3) On a $\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = -Ar$

soit $r \frac{dT}{dr} = -A \frac{r^2}{2} + B$

Avec pour $r=0$ $B=0$

D'où $\frac{dT}{dr} = -\frac{A}{2} r$

T est de la forme $T(r) = -\frac{A}{4} r^2 + C$

Or $T(R_3) = T_2$ soit $T_2 = C - \frac{A}{4} R_3^2$

$$T(r) = T_2 + \frac{P_v}{4 \frac{1}{2}} (R_3^2 - r^2)$$

Q4) A l'interface $UO_2(s)/\text{gaine}$ il doit y avoir continuité des flux thermique.
Toute la puissance thermique engendrée

par les réactions de fission est évacuée en régime stationnaire

$$P_1 = h_2 (T_2 - T_3) 2\pi R_3 H N$$

D'où
$$T_3 = T_2 - \frac{P_1}{2\pi \left(\frac{d}{2} - e\right) H N h_2}$$

Q4 Dans la gaine il n'y a pas de production de chaleur.

58

On a alors
$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

soit
$$r \frac{dT}{dr} = D$$

T est de la forme
$$T(r) = D \ln r + E$$

avec
$$T(R_3) = T_3 = D \ln R_3 + E$$

et
$$T(R_4) = T_4 = D \ln R_4 + E$$

D'où
$$D = \frac{T_4 - T_3}{\ln R_4 / R_3}$$

$$E = T_3 - \frac{T_4 - T_3}{\ln R_4 / R_3} \ln R_3$$

$$T(r) = T_3 + \frac{T_4 - T_3}{\ln R_4 / R_3} \ln \frac{r}{R_3}$$

Pourtant
$$Q_{th} = j_{th}(r) \cdot 2\pi r N H = \text{cte}$$

 cylindre hauteur NH
 rayon r
$$= P_1$$

Or

22,

$$\text{Soit } j_{th}(r) = \frac{P_1}{2\pi r NH}$$

$$\text{Or, d'après la loi de Fourier } j_{th}(r) = -\lambda_3 \frac{dT}{dr}$$

$$\text{On a donc } \frac{dT}{dr} = - \frac{P_1}{2\pi r \lambda_3 NH}$$

$$T(r) = - \frac{P_1}{2\pi \lambda_3 NH} \ln r + F$$

$$\text{avec } T(R_4) = T_4 = - \frac{P_1}{2\pi \lambda_3 NH} \ln R_4 + F$$

$$T(r) = T_4 - \frac{P_1 R_4}{\lambda_3 S_{tot}} \ln \frac{r}{R_4}$$

①6 Applications numériques

$$S_{tot} = 4,52 \text{ m}^2$$

$$T_4 \text{ ? } \text{ On a } P_1 = 2\pi R_4 NH \lambda_4 (T_4 - T_5)$$

$$T_4 = T_5 + \frac{P_1}{S_{tot} \lambda_4}$$

$$\underline{T_4 = 328^\circ \text{C}}$$

$$T_3 = T_4 + \frac{P_1 R_4}{\lambda_3 S_{tot}} \ln \frac{R_4}{R_3}$$

$$\underline{T_3 = 352^\circ \text{C}}$$

$$\underline{T_2 = 422^\circ \text{C}}$$

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{d}{d-2e}$$

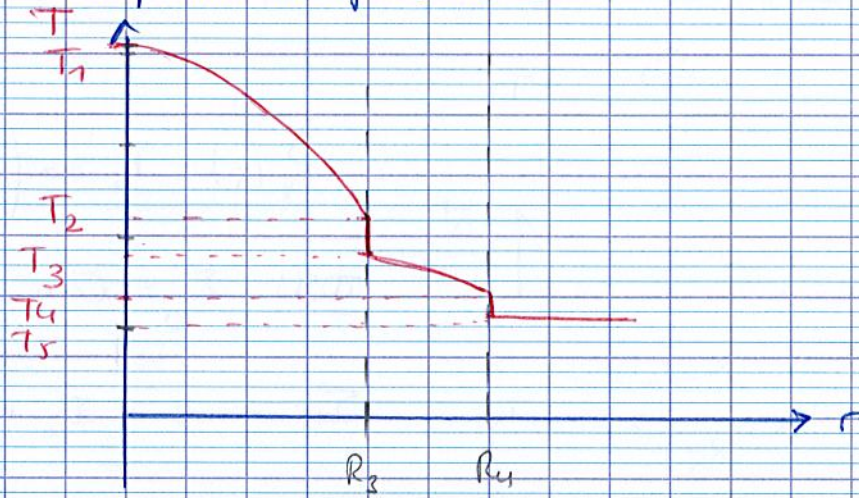
$$\underline{T_1 = 838^\circ \text{C}}$$

$$T_1 = T_2 + \frac{P_1 R_3^2}{NH \pi R_3^2 4 \lambda_2}$$

47

Q7

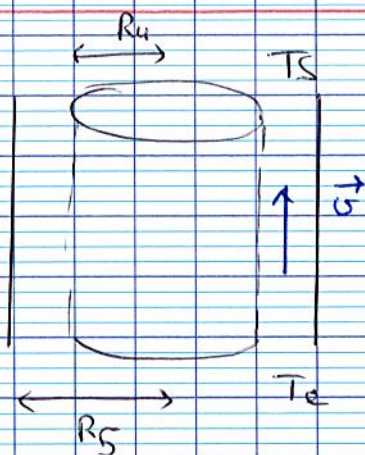
Profil de température



49

Q8

II. Prise en compte de dépendances longitudinales



$$P_v(z) = P_0 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

09) $\Sigma'_0 = \text{Eau entre } z \text{ et } z+dz$

$\Sigma'_t \text{ à } t \quad \Sigma'_0 + \delta m_e$
 $\uparrow$ eau qui entre entre t et $t+dt$

$\Sigma'_t \text{ à } t+dt = \Sigma'_0 + \text{eau qui sort de } \Sigma'_0 \text{ entre } t \text{ et } t+dt$

D'après le 1^{er} principe appliqué à Σ'_t entre t et $t+dt$

$$dU + dE_m = \delta Q + \delta W$$

$\uparrow$ négligée

avec $dU = U_{\Sigma'_0}(t+dt) + U_{\delta m_n} - U_{\Sigma'_0}(t) - U_{\delta m_e}$

$$= 0 + \delta m_n e_n - \delta m_e e_e$$

$\uparrow$
car stationnaire

avec $\delta m_n = \delta m_e = D_m dt$

$$dU = D_m dt c_s (T(z+dz) - T(z))$$

$$\begin{aligned} \delta Q &= \phi_{th} dt \\ &= P_v(z) \pi R_s^2 dz dt \end{aligned}$$

$$\delta W = 0$$

D'où $D_m c_s [T(z+dz) - T(z)] = P_v(z) \pi R_s^2 dz$

21

Q10. On a $D_m c_s \frac{dT}{dz} = P_0 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) \pi R_u^2$

Soit $\frac{dT}{dz} = \frac{P_0 \pi R_u^2}{D_m c_s} \sin \frac{\pi z}{H}$

$$T_s - T_e = \frac{P_0 R_u^2 H}{D_m c_s} (-\cos \pi + \cos 0)$$

$$T_s - T_e = \frac{2 P_0 R_u^2 H}{D_m c_s}$$

On a $T(z) - T_e = \frac{P_0 H R_u^2}{D_m c_s} \left(-\cos \frac{\pi z}{H} + 1 \right)$

$$T(z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \right)$$

Q11. Il y a continuité des flux sur une hauteur dz entre le combustible et l'eau

Soit $P_0 \sin \frac{\pi z}{H} \cdot \pi R_u^2 dz = h_{cc} (T_p(z) - T(z)) 2\pi R_u dz$

soit $\frac{P_0 R_u \sin \frac{\pi z}{H}}{h_{cc}} = T_p(z) - T_e - \frac{T_s - T_e}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi z}{H} \right)$

$$T_p(z) - T_e = \frac{T_s - T_e}{2} + \frac{T_e - T_s}{2} \cos \frac{\pi z}{H} + \frac{P_0 R_u \sin \frac{\pi z}{H}}{h_{cc}}$$

$$\frac{T_p(z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{\pi z}{H} + \frac{2 P_0 R_u \sin \frac{\pi z}{H}}{h_{cc} (T_s - T_e)} \right]$$

Soit $B = 1$ $C = \frac{D_m c_s}{h_{cc} H R_u}$

Q12. Pour le combustible, on régime stationnaire
 Σ = cylindre de rayon r et de hauteur dz entre
 z et $z+dz$

D'après le 1^{er} principe

$$dU = \delta Q + \delta W$$

avec $dU = 0$ $\delta W = 0$

$$\delta Q = -j_H(r) 2\pi r dz + P_v(z) \pi r^2 dz$$

D'où $j_H(r) = P_v(z) \frac{r}{2}$

36

or, d'après la loi de Fourier $\vec{j}_H = -\frac{1}{2} \text{grad } T_c$
 $= -\frac{1}{2} \frac{\partial T_c}{\partial r} \vec{e}_r$

échanges thermiques
 purement radiaux

$$\frac{\partial T_c}{\partial r} = -\frac{P_v(z)}{2L_2} r$$

$$T_c(r, z) = -\frac{P_0}{2L_2} \sin \frac{\pi z}{H} \frac{r^2}{2} + f(z)$$

avec $T_c(R_4, z) = T_p(z)$

Soit $-\frac{P_0}{4L_2} R_4^2 \sin \frac{\pi z}{H} + f(z) = T_p(z)$

$$\begin{aligned}
 T_c(r, z) &= -\frac{P_0}{4k_2} r^2 \sin \frac{\pi z}{H} + T_p(z) + \frac{P_0 R_4^2}{4k_2} \sin \frac{\pi z}{H} \\
 &= \frac{(T_s - T_e) D_m c_s}{8Hk_2} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \sin \frac{\pi z}{H} + T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \\
 &\quad + \frac{T_s + T_e}{2} \cos \frac{\pi z}{H} + \frac{T_s - T_e}{2h_{cc} R_4 H} D_m c_s \sin \frac{\pi z}{H}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D'où } \frac{T_c(r, z) - T_e}{T_s - T_e} &= \frac{D_m c_s}{8Hk_2} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \sin \frac{\pi z}{H} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi z}{H} \right) + \frac{D_m c_s}{2h_{cc} R_4 H} \sin \frac{\pi z}{H}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{T_c(r, z) - T_e}{T_s - T_e} &= \frac{1}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi z}{H} \right] \\
 &\quad + \sin \frac{\pi z}{H} \left[\underbrace{\frac{D_m c_s}{2h_{cc} R_4 H}}_E + \underbrace{\frac{D_m c_s}{8Hk_2} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right)}_F \right]
 \end{aligned}$$

$$D = 1 \quad E = \frac{D_m c_s}{2h_{cc} H R_4} \quad F = \frac{D_m c_s}{8Hk_2}$$

46

013 $T_c(0, z) = T_e + (T_s - T_e) \left[1 + \right.$

