

MP PSI 2016

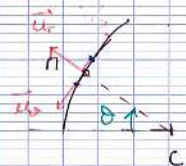
I Mesures de champ magnétique1. Balance de CottonQ1 Système étudié = balance = 2 fléaux

Référentiel terrestre galiléen

Bilan des forces

* le poids $\vec{P}$ en G* liaison pivot selon Oz de résultante $\vec{R}$ la balance est à l'équilibre $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
ou $\vec{OG} \wedge \vec{P} + \vec{OG} \wedge \vec{R} = \vec{0}$ On a donc $\vec{OG} \wedge \vec{P} = \vec{0}$ $\vec{OG}$ est colinéaire à $\vec{P}$
ou $\vec{OG} = \vec{0}$

G est à la verticale de O.

Q2 Sur les parties on arc de cercle (centre O)Pour un élément de longueur
 $dl = r d\theta$

Il est soumis à la force

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$$= + i r d\theta \vec{e}_\theta \wedge B \vec{e}_z$$

↑ dépend du sens de i

$$= + i r B d\theta \vec{e}_r$$

$$d\vec{G}(d\vec{F}) = \vec{OG} \wedge d\vec{F}$$

$$= r \vec{e}_r \wedge d\vec{F} = \vec{0}$$

Le moment résultant est la somme des moments

élémentaire $d\vec{G}(\vec{F}_L) = \vec{0}$ sur les arcs de cercleQ3 Pour le segment A_3A_4 à l'équilibre

Ce est à l'horizontal

$$\vec{F}_L = i \int_{A_3}^{A_4} \vec{e}_x \wedge B \vec{e}_z$$

$$\vec{F}_L = + i l B \vec{e}_y$$

poids des masses
donc le plateaula balance est soumise à $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{F}_L + \vec{P}'$
A l'équilibre $d\vec{G}(\vec{P}) + d\vec{G}(\vec{R}) + d\vec{G}(\vec{F}_L) = \vec{0}$
 $= \vec{0} \quad = \vec{0} \quad + d\vec{G}(\vec{P}')$

$$\vec{OG} \wedge \vec{F}_L + \vec{OD} \wedge \vec{P}' = \vec{0}$$

$$+ d_1 \vec{e}_r \wedge i l B \vec{e}_y + d_2 (-\vec{e}_r) \wedge m g \vec{e}_y = \vec{0}$$

$$d_1 i l B = d_2 m g \Rightarrow B = \frac{d_2}{d_1} \frac{m g}{i l}$$

$$\vec{M}_0(\vec{F}_L) = \vec{OC} \wedge \vec{F}_L = i l d_1 B \vec{e}_y$$

$$\text{Q4 } \delta m = 0,05 \text{ g} \quad B_{\min} = 1 \text{ mT}$$

Cette balance ne peut pas mesurer le champ magnétique terrestre $\approx 50-55 \mu\text{T}$ mais peut mesurer dans des champs créés par des aimants ou bobines2) L'héliation d'une boussoleQ5 Dans le plan horizontal passant par G

$$\vec{O} \leftarrow \vec{F} = \vec{M}_m \wedge \vec{B}$$

$$= (M \cos \theta \vec{e}_y - M \sin \theta \vec{e}_x) \wedge B \vec{e}_y$$

$$\vec{F} = - M B \sin \theta \vec{e}_z$$

Σ = aiguille aimantée (réalise sa rotation autour d'un axe fixe)
 Réf. terrestre galiléenne

Par la des actions

* le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ en G

* réaction pivot

* couple des forces magnétiques

D'après la théorème du moment cinétique par rapport à l'axe Oz

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \sigma_{Oz}(\vec{P}) + \sigma_{Oz}(\vec{R}) + \vec{P} \cdot \vec{u}_z$$

soit $J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -M_m B \sin \alpha$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{M_m B}{J} \sin \alpha = 0$$

A l'équilibre $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ ou π

$\alpha = 0$ équilibre stable ($\vec{n}$ et $\vec{B}$ même sens)

$\alpha = \pi$ équilibre instable

Pour $|\alpha| \ll 1$ $\sin \alpha \approx \alpha$

$$\alpha(t) = A_2 \cos \sqrt{\frac{M_m B}{J}} t + B_1 \sin \sqrt{\frac{M_m B}{J}} t$$

avec $\alpha(0) = 0 = B_1 \sqrt{\frac{M_m B}{J}} \Rightarrow B_1 = 0$

$\alpha_{\max} = A_1 = \alpha_0$ on pose $K = \frac{M_m}{J}$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\sqrt{KB} t)$$

26

Q6 Pour 1 solénoïde $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e}_z$

avec $n = \frac{N}{L}$ $[\vec{B}] = \frac{[\mu_0] \cdot [I]}{L}$

$$\Rightarrow B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Q7 On a

$$B(x) = N B_0 \left\{ \left[1 + \left(\frac{x}{R} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} + \left[1 + \left(\frac{x}{R} + \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} \right\}$$

avec $X = \frac{x}{R}$

$$= N B_0 \left\{ \frac{8}{5\sqrt{5}} \left[1 + \frac{6X}{5} - \frac{32}{25} X^2 - \frac{144}{125} X^4 \right] + 1 - \frac{6X}{5} + \frac{32}{25} X^2 - \frac{144}{125} X^4 + 0(X^4) \right\}$$

$$B(x) = \frac{16}{5\sqrt{5}} N B_0 \left[1 - \frac{144}{125} \left(\frac{x}{R} \right)^4 + 0 \left(\frac{x}{R} \right)^4 \right]$$

$B_{\max}$ pour $x = 0$ $B(0) = \frac{16 N B_0}{5\sqrt{5}}$

On souhaite avoir $\frac{B(0) - B(x)}{B(0)} \leq \frac{2}{100}$

$$\Leftrightarrow \frac{144}{125} \left(\frac{x}{R} \right)^4 \leq \frac{2}{100}$$

$$|x| \leq \sqrt[4]{\frac{250}{144 \cdot 100}} R \quad \text{AN: } |x| < 5,4 \text{ cm}$$

AN $B(0) = \frac{8}{5\sqrt{5}} \mu_0 \frac{NI}{R}$ $B(0) = 1,2 \text{ mT}$

Q8 $T = \frac{2\pi}{\sqrt{KB(0)}} \Rightarrow K = \frac{4\pi^2}{B T^2}$ en $s^{-2} T^{-1}$

$$K = 3,76 \text{ s}^{-2} T^{-1}$$