

Orage et foudre

Préambule

L'électrosphère est une couche atmosphérique ionisée. L'électrosphère et la Terre, de rayon $R = 6370$ km, forment un gigantesque condensateur terrestre (figure 1), où le champ électrique par beau temps est dirigé de l'électrosphère vers la Terre et atteint environ 100 à 120 V.m^{-1} .

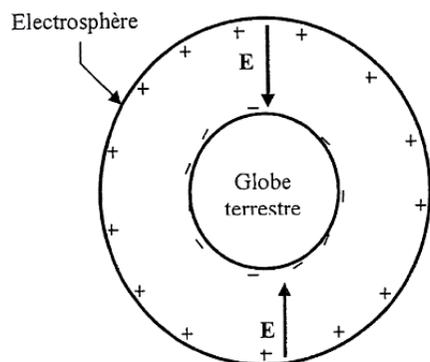


Figure 1 - Terre et électrosphère

Les armatures de ce condensateur sont l'électrosphère et le globe terrestre, entre lesquelles il y a la troposphère et la stratosphère qui constituent le diélectrique, dont l'épaisseur est d'environ 80 km.

L'air comprend en permanence des charges électriques, positives et négatives, créées par les rayonnements cosmiques ou la radioactivité de la Terre. Par beau temps, il en résulte un courant atmosphérique de densité volumique \vec{J} tendant à décharger le condensateur.

Suite aux perturbations atmosphériques et sous certaines conditions, il se forme des nuages orageux en général du type cumulo-nimbus (figure 2) de couleur sombre. Ils constituent une gigantesque machine thermique dont la base et le sommet sont respectivement à environ 2 km et 15 km d'altitude. Sa constitution est rendue possible par l'élévation d'air chaud par des courants ascendants dont la vitesse est de quelques mètres par seconde. Lors de son

ascension, cette masse d'air se charge en humidité jusqu'à devenir un nuage. La partie supérieure, où il fait froid, est occupée par les particules de glace, tandis que les gouttes d'eau s'établissent dans la partie inférieure.

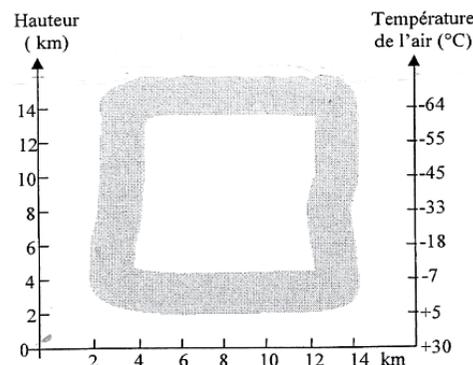


Figure 2 - Cumulo-nimbus

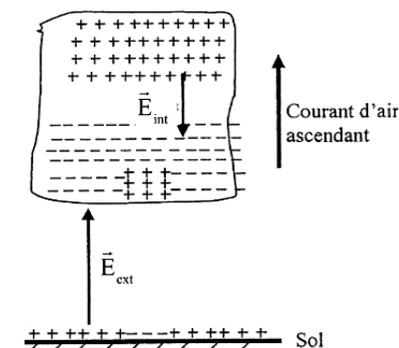


Figure 3 - Dipôles électriques

Les violents courants ascendants provoquent des collisions entre les gouttes d'eau et les micro-particules de glace, ce qui produit la création de charges électriques par frottement. Ces micro-particules de glace, plus légères et chargées positivement, sont emportées vers le haut par le courant d'air ascendant et occupent ainsi la partie supérieure du nuage qui forme le pôle positif. Tandis que les gouttes d'eau chargées négativement s'établissent dans la partie inférieure et créent le pôle négatif. Cependant, une petite quantité de charges positives demeurent à la base du nuage.

Le nuage fait apparaître sur la Terre, par influence électrique, une charge de signe opposé et crée ainsi deux véritables dipôles électriques (figure 3) :

- Un dipôle interne généré entre les pôles positif et négatif du nuage. Si le champ électrique interne \vec{E}_{int} devient suffisamment grand, il provoque un claquage interne dans le nuage ;
- un dipôle externe, généré entre la base du nuage et la surface de la Terre. Si le champ électrique externe \vec{E}_{ext} atteint des conditions critiques de l'ordre de 20 kV.m^{-1} , il finit par provoquer une grande décharge entre le nuage et la Terre.

I Étude d'un condensateur sphérique

Un condensateur sphérique à air (figure 5), dont la permittivité diélectrique est assimilable à celle du vide, est formé de deux armatures concentriques, de rayon R_1 et R_2 , avec $R_1 < R_2$.

L'armature intérieure de rayon R_1 porte une charge totale Q uniformément répartie. L'armature extérieure porte la charge totale $-Q$ uniformément répartie.

On travaillera ici dans la base classique des coordonnées sphériques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ et dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

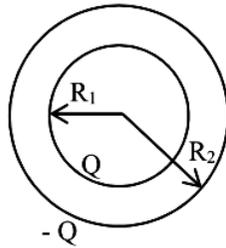


Figure 5 - Condensateur sphérique

1. Par des arguments clairs et précis d'invariance et de symétrie, justifier qu'entre les armatures, le champ électrique est de la forme : $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$.

2. a) Déterminer l'expression du champ électrique entre les armatures, en fonction de r , Q et ϵ_0 .

b) En déduire la différence de potentiel $V_1 - V_2$ entre les deux armatures en fonction de Q , R_1 , R_2 et ϵ_0 .

c) En déduire l'expression de la capacité de ce condensateur sphérique en fonction de R_1 , R_2 et ϵ_0 .

3. Le diélectrique n'est pas parfait. Il possède une résistivité électrique certes grande mais finie. Il circule alors un courant de densité volumique dans tout l'espace inter-conducteur. Faire un dessin montrant l'allure et le sens des lignes de courant dans le cas où $Q > 0$.

II Analyse du préambule

En vous appuyant sur le texte fourni en préambule, répondre aux six questions suivantes :

4. Donner une valeur approchée de la capacité du condensateur délimité par l'électrosphère et le globe terrestre.

5. Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie électrique stockée en permanence et par beau temps dans l'électrosphère ?

6. Le champ électrique qui règne à la surface de la Terre est-il, en général, dans le même sens ou en sens opposé suivant que le temps est clément ou orageux ?

7. a) Lequel de l'éclair ou de la foudre correspond à un claquage diélectrique interne au nuage ?

b) La foudre est-elle toujours descendante ou non ?

8. Quel est l'ordre de grandeur de la différence de potentiel entre la Terre et le nuage juste avant l'arrivée de la foudre ?

9. Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie véhiculée par un coup de foudre de courant $I = 50000$ A et d'une durée de 10 ms ? Dans le cadre des énergies renouvelables, vous parait-il judicieux de vouloir récupérer cette énergie ou non ? Une argumentation de quelques mots est attendue.

III Protection contre la foudre et prise de terre

L'élévation de la température ΔT_{foudre} n'est pas suffisante pour détériorer la ligne électrique.

Néanmoins, il convient de dévier le courant de foudre vers la Terre de façon à ne pas laisser se propager des ondes de tension qui pourraient endommager les appareils électriques des usagers.

Une prise de terre (figure 8) est constituée d'une coque hémisphérique

métallique de centre O , de rayon intérieur R_a , et de rayon extérieur R_b . On note γ_{met} , la conductivité électrique du métal qui la constitue. Cette prise est enfoncée dans le sol, assimilé au demi espace $z < 0$ et de conductivité électrique γ_{sol} .

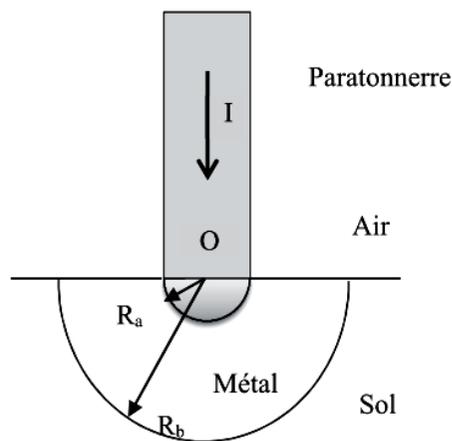


Figure 8 - Modèle simplifié d'une prise de terre

La prise de terre se décompose ainsi en deux résistances hémisphériques R_{metal} et R_{sol} , l'une en métal de rayon intérieur R_a et de rayon extérieur R_b , l'autre associée au sol de rayon intérieur R_b et de rayon extérieur infini.

Elle est destinée à recevoir un courant I provenant d'un paratonnerre. Il sera supposé indépendant du temps et descendant.

On suppose que le courant, qui traverse la prise de terre, est radial. Sa densité est de la forme $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$ en coordonnées sphériques.

10. a) Rappeler l'unité de la grandeur $j(r)$.
b) Donner l'expression de la densité de courant $j(r)$ en fonction de I et de r .

11. a) Exprimer alors le champ électrique $E(r)$ régnant dans le sol.
b) En déduire en fonction de I , r et γ_{sol} , l'expression du potentiel électrique $V(r)$ régnant dans le sol. On supposera que $V = 0$ loin du point O .

12. Cette répartition non uniforme du potentiel à la surface de la Terre ex-

plique le foudroiement indirect des hommes ou des animaux.

On appelle R_h , la résistance du corps humain mesurée entre ses deux pieds supposés distants de a . Pour ne pas être électrocuté (c'est-à-dire pour que son corps ne soit pas traversé par un courant supérieur à une valeur seuil notée : I_{max}), un homme doit rester éloigné d'une distance au moins égale à D de la prise de terre.

- a) Trouver une relation entre D , a , R_h , I , I_{max} et γ_{sol} .
b) En supposant $D \gg a$, exprimer D en fonction de a , R_h , I , I_{max} et γ_{sol} .
c) Application numérique : évaluer D pour $I = 5,010^4$ A.
d) Ce phénomène d'électrocution à distance touche-t-il plutôt les grands animaux (vaches, chevaux, ...) ou les petits animaux (lapins, renards, ...)?

13. Expression de la résistance d'une coque hémisphérique

On considère une coque hémisphérique homogène de conductivité électrique γ , comprise entre les rayons R_{int} et R_{ext} et parcourue par un courant radial. On la décompose en une infinité de coques hémisphériques élémentaires comprises entre les rayons r et $r + dr$.

- a) Exprimer en fonction de γ , r et dr , la résistance élémentaire dR_C d'une coque hémisphérique élémentaire.
b) En déduire en fonction de γ , R_{int} et R_{ext} , la résistance totale R_C de la coque hémisphérique.

14. a) Donner l'expression de la résistance globale, notée R_{glob} de la prise de terre en fonction de γ_{met} , γ_{sol} , R_a et R_b .

b) Application numérique : évaluer R_{glob} pour $R_a = 1,0$ cm, $R_b = 35$ cm, $\gamma_{met} = 6,0$ S.m⁻¹.

c) La législation en terme de sécurité électrique impose que $R_{glob} < 25\Omega$, est-ce respecté dans le cas de cette prise ? Sinon, que préconisez-vous pour remédier à ce problème ?

Données :

Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$ F.m⁻¹

Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹

Constante de Faraday : 1 Faraday = 96 500 C.mol⁻¹ = $\mathcal{N}_A \cdot e$ (e = charge élémentaire d'un proton)

Caractéristiques électriques d'une ligne électrique

Inductance linéique : $\ell = 1,5 \text{ mH.km}^{-1}$

Capacité linéique : $c = 10 \text{ nF.km}^{-1}$

Physique du sol et du corps humain

Conductivité électrique du sol : $\gamma_{sol} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$

Résistance électrique entre deux pieds d'un homme : $R_h = 2,5 \text{ k}\Omega$

Longueur d'un pas humain : $a = 1,0 \text{ m}$

Courant d'électrocution d'un être humain : $I_{max} = 25 \text{ mA}$

Rappels d'électrostatique

Capacité d'un condensateur plan : $C = \frac{\epsilon S}{e}$ où S est la surface des deux armatures en regard et e la distance entre les armatures.

Densité volumique d'énergie électrostatique : $w_e = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$ où E est le champ électrique.

Énergie d'un condensateur : $W_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ où U est la différence de potentiel entre les deux armatures et Q la charge du condensateur.