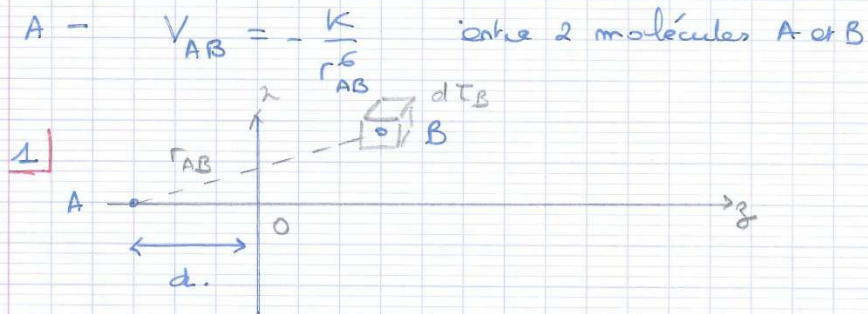


Films de savon, film noir



n_B = nombre de molécules B par u de volume.

Th de superposition

$$dE = - \frac{K}{r_{AB}^6} n_B dV_B$$

avec $dV = dx dy dz$

$$r_{AB} = \|\vec{AB}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}$$

$$dE = -k n_B \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + (z+d)^2)^3}$$

$$E(d) = -k n_B \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + (z+d)^2)^3}$$

En cylindrique (0 $\vec{e}_r$ $\vec{e}_\theta$ $\vec{e}_z$) $B(r; \theta; z)$ Impasse.

$$dV = dr r d\theta dz$$

$$dE = -k n_B \frac{dr r d\theta dz}{(r^2 + (z+d)^2)^3}$$

$$E(d) = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{+\infty} \int_{z=0}^{+\infty} dE$$

$$= -k n_B 2\pi \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{r dr dz}{(r^2 + (z+d)^2)^3} \quad \times \frac{1}{-4}$$

$$= + \frac{2\pi k n_B}{4} \int_0^{+\infty} \left[\frac{1}{(r^2 + (z+d)^2)^2} \right]_{r=0}^{+\infty} dz$$

$$= \frac{\pi k n_B}{2 \times 3} \int_0^{+\infty} -\frac{dz}{(z+d)^4}$$

$$= \frac{\pi k n_B}{6} \left[\frac{1}{(z+d)^3} \right]_0^{+\infty}$$

$$E(d) = - \frac{\pi k n_B}{6 d^3}$$

Entre 2 demi-espaces distinct de D

$$U(D) = - \frac{H}{12\pi D^2}$$

2. Pour 2 charges q_1 et q_2 distantes de r dans le vide

$$V(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

3. l_B est telle que $V(l_B) \approx k_B T$ avec $q_1 = q_2 = e$
soit $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 l_B} = k_B T$

$$l_B = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r k_B T}$$

4) AN. $l_B = 7.6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 $= 0.76 \text{ nm}$

5. On a $E_{p+}(x) = e\psi(x)$
et $E_{p-}(x) = -e\psi(x)$

6. $\psi(x) =$ densité volumique de charge
 $= e(c_+(x) - c_-(x))$

7. Soit $\psi(x) = e c_0 \left(e^{-e\psi(x)/k_B T} - e^{+e\psi(x)/k_B T} \right)$
or d'après l'éq de Maxwell Gauss

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad \text{avec } \vec{E} = -\text{grad } \psi$$

$$\text{soit } \Delta\psi = -\frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\text{Soit } \frac{d^2\psi}{dx^2} = +\frac{e c_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(e^{e\psi/k_B T} - e^{-e\psi/k_B T} \right)$$

$$= \frac{2e c_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sinh\left(\frac{e\psi}{k_B T}\right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{e\psi}{k_B T} \right) = \frac{2e^2 c_0}{\epsilon_0 \epsilon_r k_B T} \sinh\left(\frac{e\psi}{k_B T}\right)$$

$$\text{On peut poser } \lambda_D^2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r k_B T}{2e^2 c_0} \cdot \frac{4\pi}{4\pi}$$

$$\lambda_D^2 = \frac{1}{l_B c_0 \cdot 8\pi}$$

8) AN. Pour $c_0 = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$ $\lambda_D = 5.6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
 $= 6.026 \cdot 10^{20} \text{ L}^{-1}$
 $= 6.026 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

$$\text{Pour } c_0 = 1 \text{ mol L}^{-1} \quad \lambda_D = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$= 6 \cdot 10^{26} \text{ m}^{-3}$$

9. Dans le cas des potentiels faibles

$$\sinh\left(\frac{e\psi}{k_B T}\right) \approx \frac{e\psi}{k_B T}$$

On obtient alors

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = + \frac{1}{\lambda_D^2} \psi$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{\psi}{\lambda_D^2} = 0}$$

Eq. caractéristique associée $r^2 - \frac{1}{\lambda_D^2} = 0$

$$\psi(x) = A e^{x/\lambda_D} + B e^{-x/\lambda_D}$$

avec $\psi(0) = \psi_0 = A + B \quad \Rightarrow B = -A$

$$\psi(x) = A 2 \sinh\left(\frac{x}{\lambda_D}\right) + \psi_0 e^{-x/\lambda_D}$$

$\psi(x)$ doit être finie quand x tend vers $+\infty$
 $\Rightarrow A = 0$

Il vient

$$\boxed{\psi(x) = \psi_0 e^{-x/\lambda_D}}$$

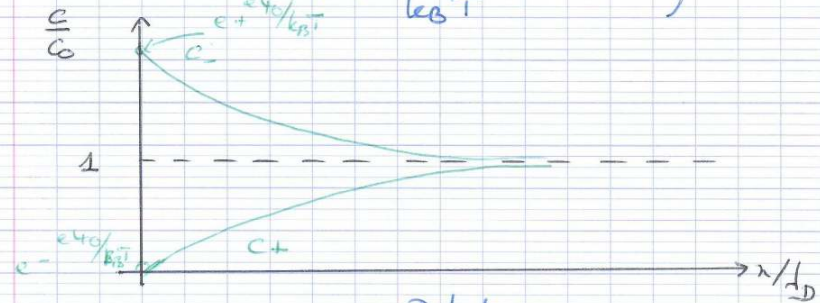
10) On a $c_+(x) = c_0 e^{-e\psi(x)/k_B T}$

$$c_+(x) = c_0 e^{-\frac{e\psi_0}{k_B T} e^{-x/\lambda_D}}$$

et $c_-(x) = c_0 e^{+\frac{e\psi_0}{k_B T} e^{-x/\lambda_D}}$

$$c_+(x) = c_0 \exp\left(-\frac{e\psi_0}{k_B T} e^{-x/\lambda_D}\right)$$

$$c_-(x) = c_0 \exp\left(+\frac{e\psi_0}{k_B T} e^{-x/\lambda_D}\right)$$

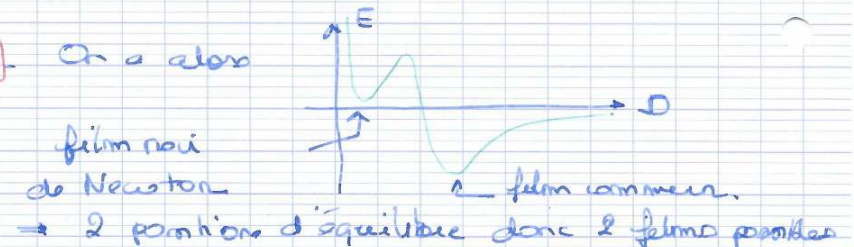


$$C_- W(D) = \underbrace{W_0}_{>0} e^{-D/\lambda_D}$$

$$E_L(D) = U(D) + W(D)$$

11) Non, l'énergie potentielle totale ne semble pas réelle lorsque $D \rightarrow 0$. On a 2 plans de charge de même nature en regard. Il y a répulsion quand $D \rightarrow 0 \Rightarrow E$ qui tend vers $+\infty$.

12) On a alors



13) Quand $e \uparrow$ la barrière de potentiel semble diminuer. Cela favorise le film noir de Newton.