Semaine de colle n^o 1

Question de cours : Équation locale de conservation de la charge

Établir l'équation traduisant la conservation de la charge dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Généralisation en géométrie quelconque. Cas du régime stationnaire.

Exercice : Effet Hall

On considère un barreau métallique de section rectangulaire. Son axe est dirigé selon $\overrightarrow{e_x}$. Ses dimensions transversales sont ℓ selon $\overrightarrow{e_y}$ et e selon $\overrightarrow{e_z}$. Il est parcouru par une densité de courant $\overrightarrow{j}$ $(j_x, 0, 0)$, produite par les électrons de conduction de masse m et de charge q. Ces électrons sont soumis à l'action du champ électrique local $\overrightarrow{E}$ et ils ont avec le reste du conducteur des chocs qui sont équivalents, en moyenne, à une force de frottement $\overrightarrow{f}$ proportionnelle à leur vitesse $\overrightarrow{v}$: $\overrightarrow{f} = -\dfrac{m}{\tau}\overrightarrow{v}$ (τ est appelé temps de collision).

1. Écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron de conduction. En l'appliquant au régime permanent, calculer la conductivité σ du barreau en fonction de τ, q, m et du nombre n d'électrons de conduction par unité de volume.

2. On applique au barreau un champ magnétique $\overrightarrow{B}(0, 0, B_z)$.
   (a) Écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron de conduction. En régime permanent, en déduire trois équations scalaires obtenues par projection sur la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.
   (b) Montrer qu'il apparaît un champ électrique transverse E_y, que l'on calculera en fonction de q, B_z, n et j_x. Calculer la différence de potentiel $U = V_A - V_B$.
   (c) Exprimer la force appliquée sur le barreau par unité de volume.

Question de cours : Effet Hall

Exercice : Résistance électrique radiale d'une portion de cylindre

Considérons une gaine cylindrique métallique solide de longueur L, rayon intérieur R_1 et rayon extérieur R_2, de conductivité électrique γ. Elle est soumise à un potentiel V_1 sur la face intérieure, et V_2 à l'extérieur, le courant va donc circuler radialement et non le long de l'axe du cylindre. On a $\overrightarrow{j}(M) = j(r)\overrightarrow{u_r}$. On cherche à déterminer la résistance de ce conducteur.

1. Déterminer l'intensité I du courant à travers la paroi du cylindre de rayon r et de hauteur L en fonction de $j(r)$, r et H.

2. En déduire l'expression de $j(r)$ en fonction de I puis l'expression de $\overrightarrow{E}$.

3. Déterminer l'expression de $U = V_1 - V_2$.

4. En déduire que la résistance électrique vaut $R = \dfrac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi\gamma L}$

Semaine de colle n^o 1

Question de cours : Conducteur ohmique

Établir l'expression de la conductivité électrique à l'aide du modèle de Drüde. Loi d'ohm locale. Influence de la fréquence. Résistance d'une portion de conducteur filiforme.

Exercice : Boule radioactive

Une boule de matière radioactive, de centre O et de rayon $R \simeq 0$, est électriquement neutre à l'instant $t = 0$. À partir de cet instant initial, elle émet depuis sa surface n positons β^+ par unité de temps, chaque positon ayant une charge élémentaire e. On suppose que l'émission est isotrope, les charges émises ayant une même vitesse radiale $\overrightarrow{v} = v_0\overrightarrow{u_r}$ de norme v_0 constante. On note $\overrightarrow{j}(r,t) = j(r,t)\overrightarrow{u_r}$ le vecteur densité de courant volumique et $\rho(r,t)$ la densité volumique de charge en un point M tel que $OM = r$.

1. Justifier l'existence, à la date t, d'un rayon critique $r_C(t)$ et l'exprimer.

2. Déterminer la charge $Q(t)$ de la boule à la date t.

3. En supposant que les particules se déplacent à vitesse constante v_0, exprimer $j(r,t)$ et $\rho(r,t)$ pour $r < r_C(t)$.

4. Vérifier la conservation de la charge totale du système.

Exercice : Généralisation de la conduction

Dans un métal, on traduit en moyenne les collisions entre électrons de conduction (charge $-e$, masse m, densité $n^\star$) et ions du réseau par une force de frottement fluide de la forme : $\overrightarrow{f_d} = -\dfrac{m}{\tau}\overrightarrow{v}$, où $\overrightarrow{v}$ est la vitesse moyenne des électrons et τ est homogène à un temps.
Un point O du milieu métallique sert d'origine au repère cartésien $(Oxyz)$ associé au référentiel galiléen d'étude. On superpose les actions des champs uniformes et permanents $\overrightarrow{E} = (E_x, E_y, E_z)$ et $\overrightarrow{B} = (0, 0, B)$ sur les électrons de conduction. On se place en régime permanent.

1. En appliquant le PFD en régime permanent, montrer qu'on obtient l'égalité matricielle :

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ -\alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{bmatrix}$$

où (j_x, j_y, j_z) est le vecteur densité de courant. Donner les expressions de σ et α.

2. Dans le cas d'un milieu d'axe de symétrie (Ox) dans lequel la composante du vecteur $\overrightarrow{j}$ dans le plan (Oxy) est uniforme et colinéaire à (Ox), déterminer la conductivité longitudinale $\sigma_{//} = \dfrac{j_x}{E_x}$ et le coefficient de Hall $R_H = \dfrac{E_y}{jxB}$.