

**Question de cours : Le plan uniformément chargé**

Déterminer le champ créé par un plan uniformément chargé en  $z = 0$ . En déduire l'expression du potentiel.

**Exercice : Cylindre chargé en surface**

On considère un cylindre, supposé de longueur infini et de rayon  $a$ , avec une répartition surfacique de charge uniforme  $\sigma_0$ .

On considère un point  $M$  placé à une distance  $r$  de l'axe du cylindre.

1. Étudier les symétries et invariances du problème étudié.
2. En déduire pour  $r > a$  :  $\vec{E}(M)$  et  $V(M)$  (on prendra  $V(r = a) = V_0$ ).
3. Faire la même chose pour  $r < a$ .

**Question de cours : Le cylindre uniformément chargé**

Déterminer le champ électrostatique créé par un cylindre uniformément chargé en volume (densité volumique de charge  $\rho_0$ ). En déduire le potentiel électrostatique.

**Exercice : Modélisation du noyau**

Le noyau de certains atomes légers peut être modélisé par une distribution sphérique de rayon  $a$  dont la charge varie en fonction de la distance  $r$  au centre suivant la loi :

$$\rho(r) = \rho_0 \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \text{ où } \rho_0 \text{ est une constante positive et } r < a.$$

1. Calculer la charge du noyau.
2. Calculer le champ électrique pour un point  $M$  quelconque de l'espace situé à une distance  $r$  du centre  $O$  telle  $r > a$ .
3. Calculer le champ électrique pour  $r < a$ . Y a-t-il continuité en  $r = a$  ?
4. Calculer le potentiel pour  $r > a$ .
5. Calculer le potentiel pour  $r < a$ . Y a-t-il continuité en  $r = a$  ?

### Question de cours : Condensateur plan

On admet l'expression de champ électrostatique créé par un plan infini chargé uniformément en  $z = 0$  ( $\vec{E} = \pm \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \vec{u}_z$ ). Champ créé par un condensateur plan. Capacité d'un condensateur plan. Aspect énergétique.

### Exercice : Distribution volumique entre deux sphères concentriques

On considère une charge  $q$  positive répartie en volume entre deux sphères concentriques de rayon  $R_1$  et  $R_2$ . On appelle  $\rho(r)$  la densité volumique de charges entre  $R_1$  et  $R_2$ . Le champ électrostatique se met sous la forme :  $\vec{E}(r) = a(r - R_1)\vec{u}_r$  pour  $R_1 \leq r \leq R_2$  avec  $a$  une constante. On donne, pour un champ à symétrie sphérique :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{dE_r}{dr} + \frac{2E_r}{r} \quad \text{avec} \quad E_r = \vec{E} \cdot \vec{u}_r$$

1. Déterminer  $\rho(r)$  en fonction de  $a$ ,  $r$ ,  $R_1$  et  $\epsilon_0$ .
2. Déterminer  $a$  en fonction de  $q$ ,  $\epsilon_0$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
3. Déterminer le champ électrostatique en tout point de l'espace. Représenter graphiquement  $E_r$  en fonction de  $r$ .

### Question de cours : Boule uniformément chargée

Déterminer le champ électrostatique créé par une boule uniformément chargée en volume (densité volumique de charge  $\rho_0$ ). En déduire le potentiel électrostatique. Commentaires.

### Exercice : Plan épais chargé

1. Déterminer l'expression du champ électrique créé dans une plaque infinie d'épaisseur  $2a$  et de charge volumique  $-\rho$  pour  $x \in [-a; 0]$  et  $\rho$  pour  $x \in [0; a]$ .
2. Calculer également ce champ à l'extérieur de la plaque.

### Question de cours : Boule uniformément chargée

Déterminer l'énergie de constitution d'une boule de rayon  $a$  uniformément chargée en la construisant par adjonction progressive de charges apportées de l'infini. On rappelle l'expression du champ électrostatique :

$$\vec{E}(r < a) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \vec{u}_r \text{ et } \vec{E}(r > a) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r .$$

### Exercice : Plan épais chargé

1. Déterminer l'expression du champ électrique créé dans une plaque infinie d'épaisseur  $2a$  et de charge volumique  $-\rho$  pour  $x \in [-a; 0]$  et  $\rho$  pour  $x \in [0; a]$ .
2. Calculer également ce champ à l'extérieur de la plaque.

### Question de cours : Équations de Maxwell

Donner les équations de Maxwell pour le champ électrostatique  $\vec{E}$ . Conséquences en global. Théorème de Gauss, démonstration.

### Exercice : Distribution sphérique non homogène

En coordonnées sphériques, on considère une distribution de charges à symétrie sphérique, définie par :

$$\begin{cases} \rho(r) = \rho_0 R/r & \text{pour } r \in [0, R]; \\ \rho(r) = 0 & \text{pour } r \in [R, \infty[ \end{cases}$$

1. Déterminer la charge  $Q(r)$  contenue dans la sphère de centre  $O$  et de rayon  $r$  pour  $r \in [0, \infty[$ .
2. Déterminer le champ électrique  $\vec{E}$  et le potentiel  $V$  en tout point de l'espace.
3. Calculer l'énergie électrostatique de cette distribution de charges.

**Exercice : Distribution sphérique non homogène**

On considère le champ électrique d'expression en coordonnées sphériques

$$\begin{cases} \vec{E} = \frac{E_0 a^2}{2r^2} \vec{e}_r & \text{pour } r > a \\ \vec{E} = \frac{E_0}{2} \vec{e}_r & \text{pour } r < a \end{cases}$$

1. Décrire la distribution de charges électriques à l'origine de ce champ.
2. Déterminer le potentiel électrostatique correspondant.
3. Calculer l'énergie électrostatique du système.