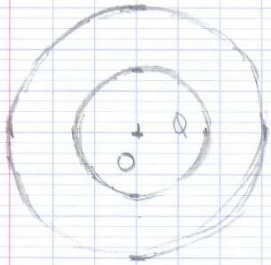


Orage et foudre

I - Etude d'un condensateur sphérique



1. La distribution de charge Q est équirépartie par toute rotation d'angle θ ou φ . Le champ électrique $\vec{E}(\pi)$ ne dépend ni de θ ni de φ .

Le plan $(M; \vec{e}_r; \vec{e}_\theta)$ est plan de symétrie pour Q donc $\vec{E}(\pi)$ appartenant à ce plan $\Rightarrow E_\varphi = 0$

De même $(M; \vec{e}_r; \vec{e}_\varphi)$ est plan de symétrie pour Q $\vec{E}(\pi)$ $\in$ à ce plan $\Rightarrow E_\theta = 0$

On en déduit $\vec{E}(\pi) = E(r) \vec{e}_r$

2. $\mathcal{V}_G$ = surface de Gauss = sphère de rayon r .

$$\begin{aligned}\Phi_{\mathcal{V}_G}(\vec{E}) &= \oint_{\mathcal{V}_G} \vec{E}(\pi) \cdot \vec{m} dS_\pi \\ &= \oint E(r) r d\theta r \sin\theta d\varphi \\ &= 4\pi r^2 E(r)\end{aligned}$$

Pour $r \in]R_1; R_2[$ la charge enfermée dans $\mathcal{V}_G$ est Q .

D'après le théorème de Gauss

$$\Phi_{\mathcal{V}_G}(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Soit $\vec{E}(\pi) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$ pour $r \in]R_1; R_2[$

$$\begin{aligned}\textcircled{b} \quad V_1 - V_2 &= \int_{R_2}^{R_1} dV = \int_{R_2}^{R_1} -\vec{E} \cdot d\vec{OM} \\ &= - \int_{R_2}^{R_1} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{R_2}^{R_1}\end{aligned}$$

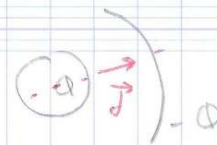
$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

3. D'après la relation caractéristique du condensateur $Q = CU$ avec U qui "pointe" vers Q .

$$\text{Soit } V_1 - V_2 = \frac{Q}{C}$$

Par identification on obtient $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

3. $\vec{J}$ est selon les potentiels décroissants (colimaçon à $\vec{E}$ dans le même sens)
Pour $Q > 0$



II - Analyse du préombré.

4) D'après le préombré $R_1 = 6370 \text{ km}$.

$$\text{On prendra } R_2 = R_1 + 80 \text{ km} \\ = 6450 \text{ km}$$

Il nous faut $C = 57 \text{ mF}$.

5) $\mathcal{E}_c$ = énergie stockée dans un condensateur.

$$= \frac{1}{2} C U^2 \quad \text{avec } U = \text{ddp entre les} \\ \text{2 armatures.}$$

$$\text{Par beau temps } U \approx 80 \times 10^3 \times 110 \\ = 8,8 \times 10^6 \text{ V} = 8,8 \text{ MV}$$

$$\text{Soit } \mathcal{E}_c \approx 2,2 \times 10^{12} \text{ J}$$

6) Par beau temps $\vec{E}$ est dirigé de l'électrosphère vers la Terre.

Par temps orageux le champ est dirigé de la Terre vers l'électrosphère (vers les nuages).

7a) L'éclair correspond à un claquage diélectrique interne au nuage.

b) Dans le cas présenté le foudre est montante ou descendante. Cela dépend du signe des charges.

8. Le champ électrique est de 20 kV m^{-1} .

Le bas du nuage se trouverait à 2 km de la surface du sol, cela correspond à une ddp de $40 \times 10^6 \text{ V} = 40 \text{ MV}$

9. Pour le coup de foudre $I = 50 \text{ kA}$
 $U = 40 \text{ MV}$

$$\text{Soit une puissance } P = UI \\ = 2 \times 10^{12} \text{ W}$$

Sur une durée $t = 6 \text{ ms}$ cela correspond à une énergie $\mathcal{E} = 20 \text{ GJ}$

Cette énergie n'est pas très importante à l'échelle d'une centrale énergétique.

De plus

IV Protection contre la foudre et perte de terre.

15) (a) $j(r)$ est une densité de courant

$j(r)$ s'exprime en $A m^{-2}$

(b) I = flux de $\vec{j}$ à travers une surface donnée.

Dans notre situation la surface est une $1/2$ sphère de rayon r .

$$I = \iint_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \vec{j}(r) \cdot \vec{n} dS \quad \text{avec } dS = r \sin \theta d\theta d\varphi$$

et $\vec{n} = \vec{e}_r$.

$$I = 2\pi r^2 j(r)$$

$$j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$$

16) (a) D'après la loi d'Ohm locale, dans le sol $\vec{j}(r) = \gamma_{\text{sol}} \vec{E}(r)$

$$\text{Soit } \vec{E}(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r^2} \vec{e}_r$$

(b) Or $\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dr} \vec{e}_r$

$$\text{Il vient } \frac{dV}{dr} = -\frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r^2}$$

$$V(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r} + \text{cte.}$$

$$\text{On prend } \lim_{r \rightarrow +\infty} V(r) = 0 = \text{cte.}$$

$$V(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r}$$

17) (a) Pour un homme ayant les 2 pieds distants de a on a, à la limite de l'électrocution

$$U = R_h I_{\text{max}} = V(D) - V(D+a)$$

$$\text{Soit } R_h I_{\text{max}} = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}}} \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D+a} \right)$$

$$R_h I_{\text{max}} = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}}} \times \frac{a}{D(D+a)}$$

(b) Pour $D \gg a$

$$R_h I_{\text{max}} = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} D} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{a}{D}} \right)$$

$$\approx \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} D} \left(1 - \left(1 - \frac{a}{D} \right) \right)$$

à l'ordre 1

Soit $D^2 = \frac{I/I_{\max}}{2\pi\gamma_{\text{nd}} R_L} a$

$$D = \sqrt{\frac{I a}{2\pi\gamma_{\text{nd}} R_L I_{\max}}}$$

(c) AN $D = 113 \text{ m.}$

(d). Ce phénomène d'électrocution à distance touche plutôt les grands animaux car le courant est proportionnel à a .

18) (a). On a $dR_c = \frac{1}{\gamma} \frac{dr}{2\pi r^2}$

En effet on a vu $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$

avec $E(r) = \frac{j(r)}{\gamma}$

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E(r)dr = V(r+dr) - V(r)$$

D'où $V(r+dr) - V(r) = \frac{I}{\gamma 2\pi r^2} dr$ (OK).

b. Tous les coques hémisphériques sont parcourues par le même courant. Elles sont en série.

$$R_c = \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} dR_c = \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \frac{1}{2\pi\gamma} \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{R_{\text{int}}} - \frac{1}{R_{\text{ext}}} \right)$$

19) (a) On a $R_{\text{glob}} = \frac{1}{2\pi\gamma_{\text{mét}}} \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right) + \frac{1}{2\pi\gamma_{\text{nd}}} \frac{1}{R_b}$

(b). AN. $R_{\text{glob}} = 48 \Omega$

(c). La législation n'est pas respectée.
Solutions : augmenter R_b .