

## Première partie

# Mesures interférométriques de la durée d'un train d'onde

### Données

Vitesse de la lumière dans le vide  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

La fonction **sinus cardinal** est par définition  $\text{sinc}(u) = \frac{\sin(u)}{u}$ . Elle possède un maximum principal égal à 1 pour  $u = 0$ , des zéros pour les valeurs de  $u$  égales à  $u_{\min} = n\pi$ , avec  $n$  entier relatif non nul et des maxima secondaires pour des valeurs proches de  $u_{\max} = (2p+1)\frac{\pi}{2}$  avec  $p$  entier relatif différent de 0 et  $-1$ .

## I Interférences lumineuses à 2 ou 3 ondes

On considère (figure 1) un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde  $\lambda_0$ , se propageant dans la direction  $Oz$ . Ce faisceau arrive sur un écran placé dans le plan  $(xOy)$ ,  $z = 0$ , percé de deux trous identiques  $T_1$  et  $T_2$ . Les centres des trous  $O_1$  et  $O_2$  ont pour coordonnées respectivement  $(\frac{a}{2}, 0, 0)$  et  $(-\frac{a}{2}, 0, 0)$ .

Le rayon des trous est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Ceci permet de supposer qu'il existe un champ d'interférences qui est la zone commune aux deux faisceaux diffractés par les trous. On modélise chaque trou par une source secondaire ponctuelle émettant une lumière uniforme dans le champ d'interférences. Ces sources secondaires sont cohérentes entre elles.

1. On observe sur un écran placé dans le plan  $z = D$ , en un point  $M$  de coordonnées  $(x, y, D)$ .

On suppose que  $D$  est très grand devant  $|x|$  et  $|y|$ . Le montage est réalisé

dans l'air d'indice égal à l'unité.

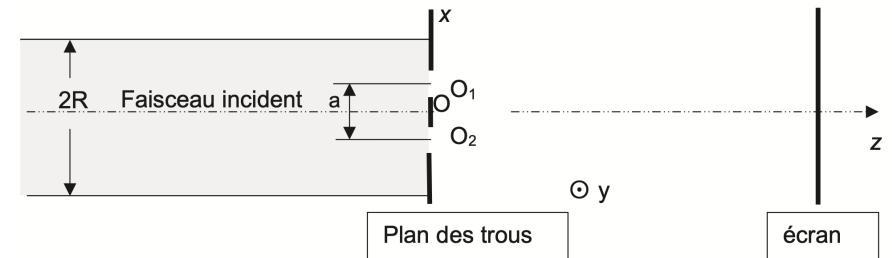


Figure 1 – Géométrie du dispositif à deux trous

- De quel type de division interférentielle s'agit-il ? Les interférences sont-elles localisées ?
  - Établir (dans le cadre de l'approximation scalaire de l'optique) l'expression de la différence de marche  $\delta(M)$ .
  - Rappeler l'expression de l'intensité  $I(M)$  au point  $M$  en notant  $I_{\max}$  l'intensité maximale.
1. (a) Décrire ce qu'on doit voir sur l'écran dans le cadre de ces hypothèses et exprimer l'interfrange  $i$  en fonction de la fréquence d'émission  $\nu_0$ , de  $c$  et des paramètres géométriques du dispositif.  
(b) Pourquoi, dans ce cadre, peut-on remplacer les deux trous par deux fentes fines identiques parallèles à  $Oy$ ? Quel en est l'intérêt ?
  2. La source est en réalité quasi-monochromatique à profil spectral "rectangulaire" de largeur  $\Delta\lambda$  autour de  $\lambda_0$  avec  $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ . Ce profil spectral, en fonction de la fréquence d'émission, est représenté sur la figure page suivante (figure 2). On admet que l'intensité émise par une bande spectrale de largeur  $d\nu$  autour de  $\nu$  vaut  $dI = J_\nu d\nu$ . On pose  $J_0 = \frac{I_0}{\Delta\nu}$ .
    - Établir l'expression de l'intensité  $I(M)$  au point  $M$  en notant  $I_{\max}$  l'intensité maximale et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme
$$I(M) = \frac{I_{\max}}{2} \left( 1 + V(M) \cos \left( \frac{2\pi x}{i} \right) \right),$$

avec  $i$  l'interfrange correspondant à la valeur centrale de la raie.

$$\text{On rappelle que } \sin(p) - \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right).$$

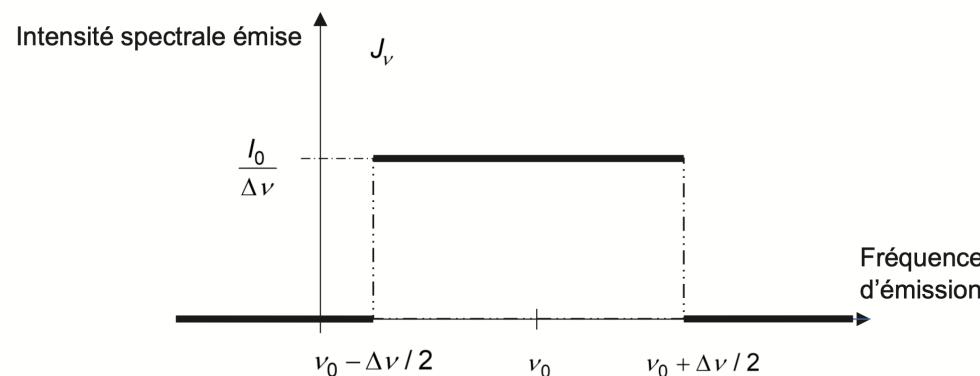


Figure 2 – Profil " rectangulaire " d'une source quasi-monochromatique  
Par commodité de représentation, l'échelle n'est pas respectée ( $\Delta\nu \ll \nu$ )

- (b) Exprimer la visibilité  $V(M)$  correspondante.
- (c) Exprimer en fonction de  $\Delta\lambda$  et  $\lambda_0$  la longueur de cohérence  $L_c$ , c'est-à-dire la plus petite valeur de la différence de marche  $\delta$  à partir de laquelle les franges ne sont plus visibles. Vérifier que ce résultat correspond au critère de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences.

On rappelle le lien entre les deux largeurs spectrales :  $\Delta\nu = \frac{c}{\lambda_0^2} \Delta\lambda$ .

- (d) Établir la durée  $\tau$  des trains d'onde ou temps de cohérence.
- (e) Justifier pourquoi on définit le nombre d'interfranges visibles par  $N = \frac{2L_c}{\lambda_0}$ .
- (f) Dans le tableau ci-dessous sont indiquées des caractéristiques de sources quasi-monochromatiques. Après l'avoir recopié sur votre copie, le compléter et le commenter.

Source	$\lambda_0$ en nm	$\Delta\lambda$ en nm	$\tau$ en s	$L_c$ en m	N
Laser He-Ne	632,991	0,001			
Raie rouge de H	656,2	0,1			
Lumière blanche filtrée	500	20			

Dans la suite de cette partie, on considère que la source est rigoureusement monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ .

- 4. Une troisième fente, identique aux deux autres, parallèle à  $Oy$ , est placée en  $O(0, 0, 0)$ . Le plan des trois fentes est placé orthogonalement à l'axe de révolution commun de deux lentilles minces convergentes de distance focale  $f' = 50$  cm. La lumière provient d'une fente source monochromatique, parallèle aux fentes diffractantes, placée au foyer principal objet de la première lentille (lentille d'entrée). L'écran d'observation est confondu avec le plan focal image de la seconde lentille (lentille de sortie), placée en aval du plan percé.

- (a) Faire une représentation schématique du montage.
- (b) Représenter les cheminements des trois rayons qui interfèrent en un point  $M$  de l'écran.
- (c) Établir la nouvelle fonction intensité  $I(\varphi)$  en posant  $\varphi = \frac{\pi ax}{\lambda f'}$ . On fera figurer l'intensité  $I_0$  qui correspondrait à celle d'une fente unique identique.
- (d) Représenter  $I(\varphi)$ .
- (e) On donne sur la photo 1 ce qu'on voit sur l'écran pour une lumière monochromatique rouge de longueur d'onde  $\lambda = 633$  nm. À partir de cette photo, évaluer la distance entre les deux fentes en considérant que seule la zone comprise entre les abscisses  $x = 2,1$  mm et  $x = -2,1$  mm correspond au calcul de l'intensité tel qu'il a été fait, c'est-à-dire sans tenir compte de la largeur des fentes diffractantes.

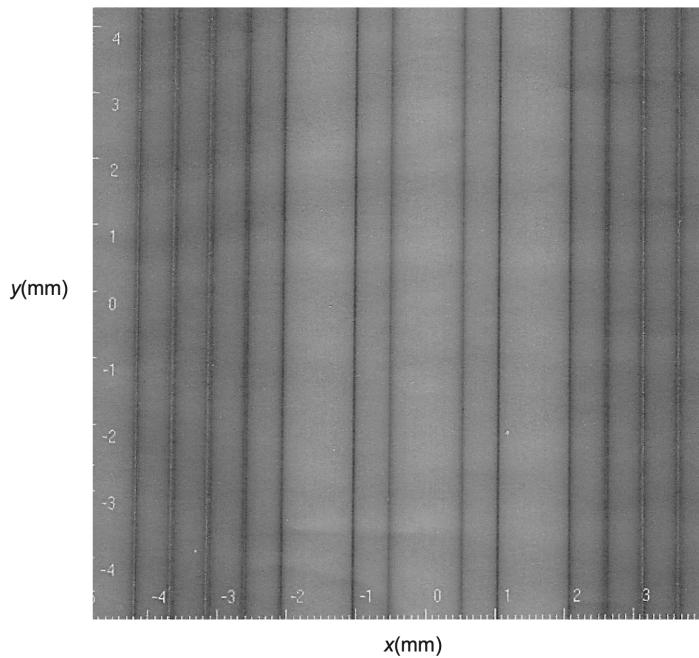


Photo 1 – Interférences à 3 fentes (plateforme.sillages.info)  
Les graduations sont en mm

## II Interféromètre de Michelson

On cherche dans cette partie à faire une mesure de la largeur spectrale (donc de la durée moyenne du train d'onde  $\tau_0$ ) de la raie  $\lambda_v \simeq 541,6 \text{ nm}$  du mercure (Hg). Pour cela on utilise un interféromètre de Michelson et ce afin de réaliser une mesure interférométrique par division d'amplitude.

### 1. Description de l'interféromètre de Michelson idéal

On considère en figure 3 l'interféromètre de Michelson dans sa représentation « idéale », constitué par une lame semi-réfléchissante infiniment fine

séparatrice  $[Sp]$ , dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5 et par deux miroirs plans  $[M_1]$  et  $[M_2]$ . Les miroirs  $[M_1]$  et  $[M_2]$  sont réglés orthogonalement l'un à l'autre, de façon à observer des franges d'égale inclinaison.

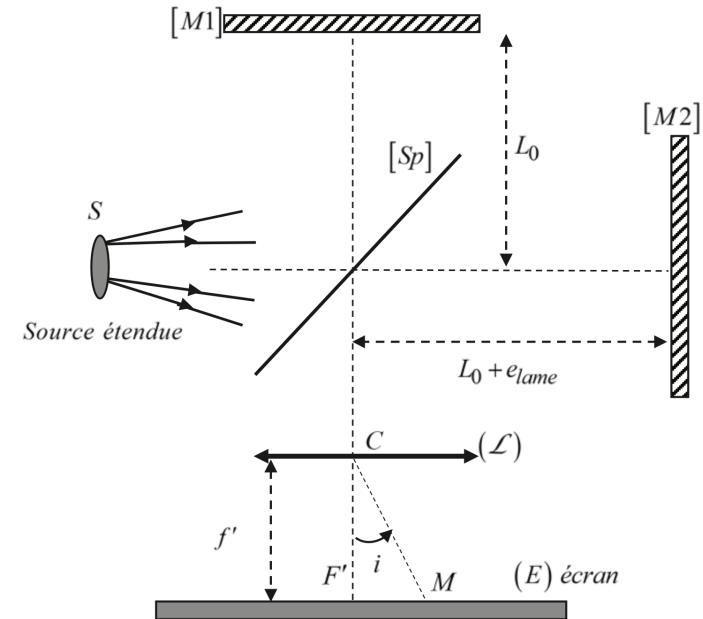


Figure 3 – Représentation simplifiée et « idéale » de l'interféromètre de Michelson

Le miroir  $[M_1]$  est situé à une distance  $L_0$  de la séparatrice.  
Le miroir  $[M_2]$  est situé à une distance  $L_0 + e_{lame}$  de la séparatrice.  
L'écran est placé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente ( $\mathcal{L}$ ) de distance focale  $f' \simeq 1 \text{ m}$ , de centre  $C$ , utilisée dans les conditions de Gauss. Le tout est plongé dans l'air d'indice assimilé à l'indice du vide :  $n_{\text{air}} = n_{\text{vide}} = 1$ .

On éclaire l'interféromètre avec une source spatialement étendue, considérée ici monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_v = 541,6 \text{ nm}$ .

5. Par un schéma équivalent du montage interférentiel, expliquer pourquoi on appelle cette configuration le montage en « lame d'air ». Représenter sur votre schéma deux rayons qui interfèrent en un point  $M$  de l'écran,

- caractérisé par l'inclinaison angulaire  $i(M) = (\overrightarrow{CF'}, \overrightarrow{CM})$ .
6. Montrer que la différence de marche  $\delta$  entre les deux ondes qui interfèrent en  $M$  (par division d'amplitude) est donnée par  $\delta = 2e_{lame} \cos(i)$ .  
Donner l'expression de l'intensité lumineuse au point  $M$ .  
Quel est l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran ?
  7. On place un détecteur en  $F'$ , au centre de l'écran. Ce détecteur délivre un signal proportionnel à l'intensité lumineuse. À partir de l'instant  $t = 0$  où le Michelson est au contact optique, on charrie le miroir mobile  $M_2$  à la vitesse  $v = 250 \text{ nm.s}^{-1}$  selon  $+Ox$ .

- (a) Exprimer  $I(t)$  intensité lumineuse reçue par le détecteur. Tracer l'allure de l'interférogramme observé.
- (b) On se place à l'instant  $t_1 = 5$  minutes. Calculer l'épaisseur de la lame d'air.  
L'écran est un carré de côté  $a$ . Combien voit-on d'anneaux brillants ? (On considérera que le centre de la figure correspond à un ordre d'interférence entier).  
Calculer le rayon du 3ième anneau brillant.  
Données :  $a = 20 \text{ cm}$  et on se place dans l'approximation des petits angles.

## 2. Largeur spectrale d'une raie d'émission

En fait, l'enregistrement conduit à l'interférogramme représenté ci-dessous qui montre que la raie verte du mercure n'est pas monochromatique mais présente une certaine largeur spectrale  $\Delta\lambda_v$ .

8. Quels sont les phénomènes physiques qui contribuent à la largeur d'une raie spectrale ?
9. Pour une lampe à mercure haute pression, on modélise les raies spectrales par des raies *lorentziennes*. On attribue ainsi à la raie verte du mercure une distribution d'intensité spectrale :

$$J(\sigma) = \frac{dI_0(\sigma)}{d\sigma} = \frac{J_0(\Delta\sigma_v)^2}{(\sigma - \sigma_v)^2 + (\Delta\sigma_v)^2}$$

où  $J_0 = \text{Cte}$ ,  $\sigma_v = \frac{1}{\lambda_v}$  (nombre d'onde) et  $\Delta\sigma_v = \frac{\Delta\lambda_v}{\lambda_v^2}$ .

Montrer que l'intensité lumineuse reçue par le détecteur en  $F'$  est :

$$I(\delta) = \pi J_0 \Delta\sigma_v [1 + \cos(2\pi\sigma_v\delta) \exp(-2\pi|\delta|\Delta\sigma_v)].$$

On rappelle que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma}{(\sigma - \sigma_0)^2 + (\Delta\sigma)^2} = \frac{\pi}{\Delta\sigma} \cos(2\pi\sigma_0\delta) \exp(-2\pi|\delta|\Delta\sigma).$$

Penser au changement de variable  $\tan x = \frac{\sigma - \sigma_v}{\Delta\sigma_v}$ .

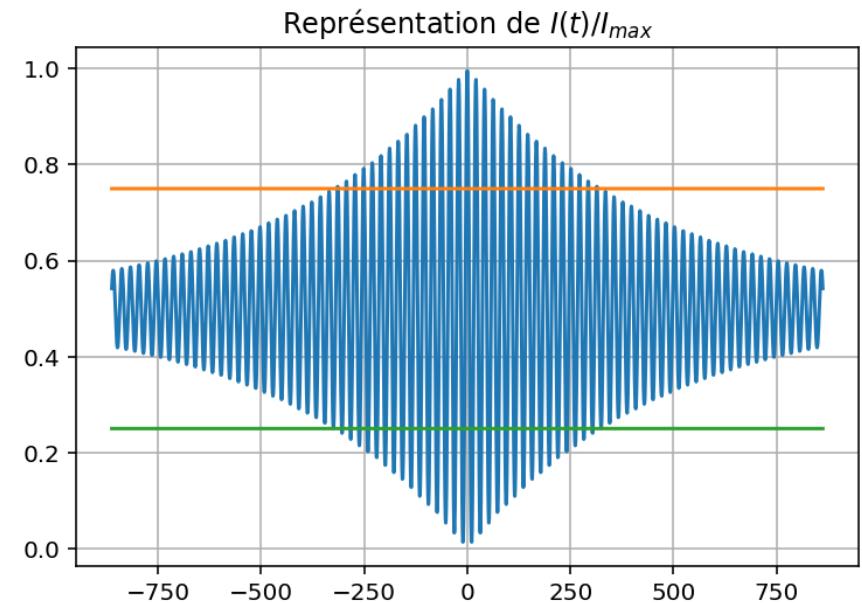


Figure 4 – Interférogramme réel

10. On observe que l'enveloppe de l'interférogramme diminue de moitié pour  $t = t_{1/2}$ . En déduire l'expression de  $\Delta\lambda_v$  en fonction de  $\lambda_v$ ,  $t_{1/2}$  et  $v$ .
11. Déduire du résultat précédent la longueur de cohérence temporelle  $L_c$  de la raie verte du mercure.

Sujet difficile :

## Deuxième partie

# Mesure de l'activité sismique d'une étoile par interférométrie

Le dispositif étudié constitue un interféromètre compact dédié à l'étude sismique de sources stellaires. Le principe proposé, un peu moins efficace qu'un spectromètre à réseau, conduit à un instrument bien moins encombrant et bien moins coûteux. Le principe de l'interféromètre est analysé, ainsi que son installation au foyer d'un télescope et son fonctionnement dans des conditions d'observation réalistes. On suppose, dans tout le problème, les optiques idéales : lentilles parfaitement transparentes, miroirs totalement réfléchissants, lames semi-réfléchissantes divisant le faisceau incident en deux faisceaux d'intensités lumineuses égales. Un soin tout particulier devra être apporté aux applications numériques.

### Grandeurs physiques

$$\text{Vitesse de la lumière : } c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{Constante de Boltzmann : } k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$$

$$\text{Constante des gaz parfaits : } R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}\text{mol}^{-1}$$

$$\text{Masse de l'atome d'hydrogène : } m_H = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Masse molaire de l'hydrogène atomique : } M_H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$$

## I Interférométrie

Dans tout ce qui suivra on notera  $\sigma$  le nombre d'onde, à savoir l'inverse de la longueur d'onde  $\lambda$ . On exprimera ce nombre d'onde en  $\text{m}^{-1}$ .

1. La figure 1 correspond au montage de principe d'un interféromètre de Michelson. Les miroirs sont réglés de telle façon que l'on observe des anneaux d'interférence circulaires sur l'écran  $E$  placé dans le plan focal de la lentille  $L$ , de distance focale image  $f'$ .
  - (a) Quel est le rôle de la lame semi-réfléchissante  $SR$ ? Quel est celui de la lentille  $L$ ?
  - (b) Montrer qu'avec ce montage la moitié du flux incident est irrémédiablement perdue.

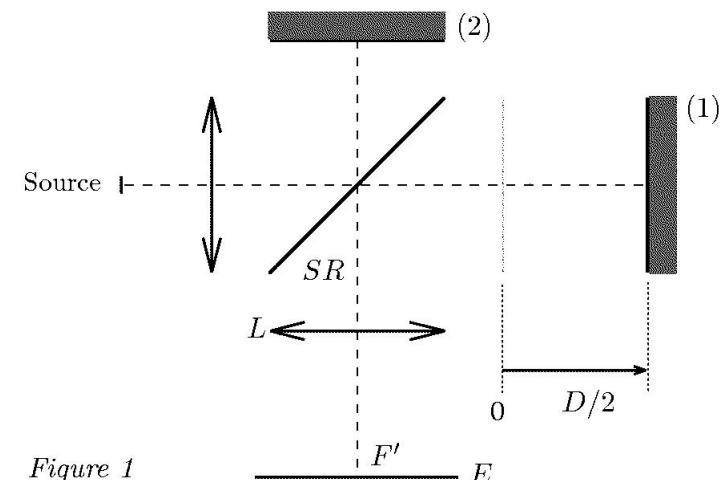


Figure 1

2. La différence de marche, différence entre les deux chemins optiques pour un rayon entrant perpendiculairement au miroir (1), est notée  $D$ ; pour un rayon entrant avec une inclinaison  $i$ , on rappelle que la différence de marche est alors donnée par  $\delta = D \cos i$ .
  - (a) L'interféromètre est éclairé par une source étendue, supposée strictement monochromatique de nombre d'onde  $\sigma_0$ . On suppose la tache

centrale en  $F'$  brillante. Exprimer le rayon  $r_1$  du 1<sup>er</sup> anneau sombre, en fonction de  $\sigma_0, D$  et  $f'$ . Faire un schéma de ce que l'on observe sur l'écran.

- (b) La source est l'image d'une étoile, telle celle fournie par un télescope. Cette image est étalée par la diffraction mais surtout par la turbulence atmosphérique, ce qui donne des rayons entrant dans l'interféromètre d'inclinaisons diverses mais faibles. Quelle est la figure d'interférence observée en fonction de  $D$  en présence d'un filtre interférentiel qui sélectionne une très étroite bande passante autour d'un nombre d'onde  $\sigma_0$  donné ?
- 3. On éclaire l'interféromètre par une source monochromatique, de nombre d'onde  $\sigma_0$ . Un détecteur est placé au foyer  $F'$  de la lentille  $L$ . Ce détecteur délivre un signal  $S(D)$ , proportionnel à l'intensité lumineuse au point  $F'$ . Ce signal sera appelé dans la suite *interférogramme*. Il dépend de la différence de marche  $D$ .
  - (a) Montrer que  $S(D)$  est donné par :  $S(D) = S_0(1 + \cos 2\pi\sigma_0 D)$ . Que représente  $S_0$  ?
  - (b) Quelle est la période de l'interférogramme ?
- 4. On illumine l'interféromètre par une source présentant un doublet de nombres d'onde  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  voisins. Chacune des raies est supposée monochromatique et leurs intensités sont égales.
  - (a) Déterminer l'expression de l'interférogramme  $S(D)$  correspondant. Mettre en évidence deux périodes caractéristiques dans  $S(D)$ .
  - (b) *Application numérique* : Représenter l'allure de l'interférogramme pour le doublet du sodium :  $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$ .

## II Interférogramme d'une raie élargie

- 1. On suppose maintenant que le profil spectral de la source n'est plus monochromatique mais possède une largeur  $\Delta\sigma$ . On désigne par  $I_\sigma$  l'intensité spectrale : dans l'intervalle  $[\sigma, \sigma + d\sigma]$  l'intensité émise est  $I_\sigma d\sigma$ . On admettra que les rayonnements correspondant à chaque intervalle de largeur

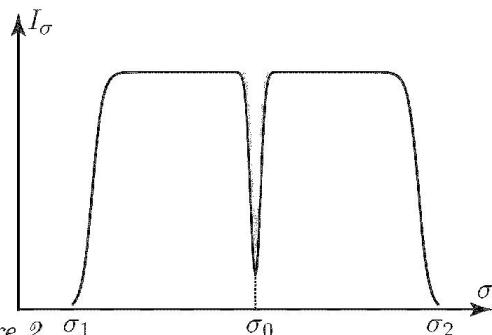
$d\sigma$  sont incohérents. On notera  $I_0$  l'intensité lumineuse totale de la raie.  $I_0$  est donc donnée par la somme des intensités de chaque intervalle :

$$I_0 = \int_0^\infty I_\sigma d\sigma.$$

Dans la suite, on prend  $I_\sigma$  de la forme :

$$\begin{aligned} I_\sigma(\sigma) &= \frac{I_0}{\Delta\sigma} & \text{si } |\sigma - \sigma_0| \leq \frac{\Delta\sigma}{2} \\ I_\sigma(\sigma) &= 0 & \text{si } |\sigma - \sigma_0| > \frac{\Delta\sigma}{2} \end{aligned}$$

- (a) Montrer alors que le signal détecté est donné par :  $S(D) = S_0(1 + v \cos 2\pi\sigma_0 D)$  et exprimer la fonction de visibilité des franges  $v$  en fonction de  $D$  et  $\Delta\sigma$ . Représenter schématiquement la fonction  $v(D)$ .
- (b) Quelle est la plus petite valeur  $D_{\Delta\sigma}$  de  $D$  qui annule la fonction de visibilité ?
- 2. On illumine l'interféromètre avec une source stellaire via un filtre de bande passante  $[\sigma_1, \sigma_2]$  sélectionnant une raie en absorption (figure 2). Cette raie d'absorption (profil grisé sur la figure 2) est suffisamment étroite pour être considérée comme monochromatique. On note  $I_c$  l'intensité totale au travers du filtre (sans absorption) et  $I_a$  l'intensité totale absorbée.
  - (a) Montrer que, d'après la question précédente, on peut négliger dans le signal interférométrique tout terme interférentiel associé au spectre large délimité par le filtre si  $D$  est suffisamment grand, en supposant valables les résultats établis précédemment sur le profil de raie idéalisé.

Figure 2  $\sigma_1$ 

- (b) En déduire que l'interférogramme s'écrit :  $S(D) = S_c(1 + C \cos 2\pi\sigma_0 D)$  où  $S_c$  est proportionnel à  $I_c$ . Exprimer le contraste de franges  $C$  en fonction de  $I_c$  et  $I_a$ .

### III Élargissement et décalage possibles des raies spectrales.

#### Évaluation de la différence de marche optimale

Une cause possible d'élargissement ou de décalage (en nombre d'onde) d'une raie spectrale est associée au mouvement relatif de la source et de l'observateur (effet Doppler). Soit  $\nu_0$  la fréquence d'émission d'une source au repos. Dans tout ce qui suit, lorsque la source ( $S$ ) se déplace à la vitesse relative  $V$  par rapport à l'observateur ( $O$ ), on admettra que celui-ci reçoit un rayonnement de fréquence  $\nu$  donnée (pour  $V/c \ll 1$ ) par :

$$\nu - \nu_0 = \nu_0 \frac{V \cos \theta}{c}$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière,  $V = \|\vec{V}\|$  et  $\theta$  l'angle entre la direction de propagation et  $\vec{V}$  (figure 3). Nous examinons dans la suite diverses conséquences de cet effet Doppler sur l'interférogramme.

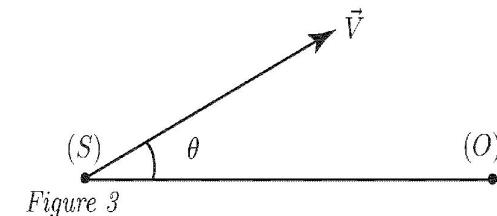


Figure 3

1. À la surface d'une étoile, les atomes (majoritairement de l'hydrogène) sont supposés former un gaz parfait à l'équilibre thermodynamique de température  $T$ .
  - (a) Quelle est la vitesse quadratique moyenne  $V_T$  d'un atome de cette étoile ?
  - (b) La dispersion des vitesses entraîne par conséquent un élargissement  $\Delta\sigma_K$  de la raie symétrique autour de la valeur  $\sigma_0$ . Donner l'ordre de grandeur de  $\Delta\sigma_K$  en fonction de  $\sigma_0$ ,  $V_T$  et  $c$ .
  - (c) *Application numérique* : Évaluer  $\Delta\sigma_K$  pour  $T = 6000$  K et  $\sigma_0 = 2.10^6$  m $^{-1}$ .
2. La rotation de l'étoile est aussi un paramètre dont il faut tenir compte. On note  $\psi$  l'angle entre la direction de visée et l'axe de rotation stellaire.
  - (a) Pour quelle valeur de  $\psi$  l'influence de la rotation sur la largeur de raie sera-t-elle nulle ? maximale ? Dans ce dernier cas, expliquer qualitativement pourquoi la rotation de l'étoile, phénomène parfaitement déterminé, conduit à un élargissement de la raie d'émission analogue à celui associé aux mouvements erratiques des atomes et analysé dans la question précédente.
  - (b) Toujours dans le cas d'une influence maximale de la rotation, évaluer la contribution de la rotation stellaire  $\Delta\sigma_{rot}$  à la largeur de raie en fonction de la vitesse équatoriale de rotation  $V_{rot}$  de la surface de l'étoile. Pour quelle vitesse équatoriale de rotation ce dernier terme est-il comparable à  $\Delta\sigma_K$  ?
  - (c) *Application numérique* : dans ce dernier cas, calculer  $V_{rot}$  pour une étoile dont la température de surface est  $T_s = 6000$  K.

3. On désire utiliser l'interféromètre comme sismomètre pour détecter les mouvements oscillatoires de la surface stellaire. Une oscillation sismique est assimilée à une variation  $\Delta v(t)$  de la vitesse apparente vers l'observateur de l'ensemble de la couche externe de l'étoile. On suppose cette variation sinusoïdale, d'amplitude  $\Delta V$ , de pulsation  $\omega$ . Le spectre d'émission et d'absorption de l'étoile est celui de la question II.2. Cette utilisation ne requiert que l'enregistrement de l'interférogramme pour une valeur optimisée de la différence de marche notée  $D_0$ . En l'absence de signal sismique, l'interférogramme est  $S(D_0)$  de II.2.b).

- (a) Montrer qu'à l'instant  $t$ , l'interférogramme peut être mis sous la forme :

$$S(D_0) = S_c[1 + C \cos(2\pi\sigma_0 D_0 + \varphi)]$$

où  $\varphi$  est le déphasage de l'interférogramme donné par l'expression :

$$\varphi = 2\pi\sigma_0 D_0 \frac{\Delta v(t)}{c}.$$

- (b) Montrer que cette relation implique, pour une détection optimale, le choix d'une différence de marche  $D_0$  la plus grande possible. Comparer cette nouvelle condition à celle trouvée à la question II.1 et en déduire un ordre de grandeur de la différence de marche optimale pour une étoile de température  $T_0$ , en supposant négligeables les effets de rotation.
- (c) Montrer alors que le principe instrumental conduit à mesurer un déphasage  $\varphi$  d'amplitude de l'ordre de  $\frac{\Delta V}{V_T}$ .

4. Au décalage Doppler sismique du spectre stellaire, enregistré sur une nuit entière, se superposent diverses contributions. Estimer succinctement l'influence du mouvement de rotation de la Terre pour une observation menée dans un observatoire situé à la latitude  $\lambda$ . L'amplitude et la pulsation de l'oscillation sismique sont typiquement de l'ordre de  $10 \text{ cm.s}^{-1}$  et  $10^{-2} \text{ rad.s}^{-1}$ .

## IV Amélioration du montage interférométrique

1. Un montage plus efficace que le montage de principe de type Michelson est proposé sur la figure 4. Il reçoit un faisceau de lumière parallèle monochromatique. Il permet de récupérer le flux total incident en utilisant deux détecteurs placés aux deux sorties possibles des faisceaux qui interfèrent.

- (a) On suppose que le premier détecteur délivre un interférogramme :

$$S_1 = \frac{S_0}{2}(1 + C \cos \psi).$$

En admettant que les pertes d'énergie lumineuse dans l'appareil sont négligeables, déduire la forme de l'interférogramme  $S_2$  délivré par le second détecteur.

- (b) Montrer comment une combinaison de  $S_1$  et de  $S_2$  permet d'avoir directement accès au terme de modulation interférométrique  $C \cos \psi$ .
- (c) Montrer que la recombinaison géométrique des faisceaux sur la deuxième lame semi-réfléchissante suppose la symétrie du montage, et donc une observation à différence de marche nulle. Cela est-il intéressant pour l'observation sismique stellaire discutée plus haut ?

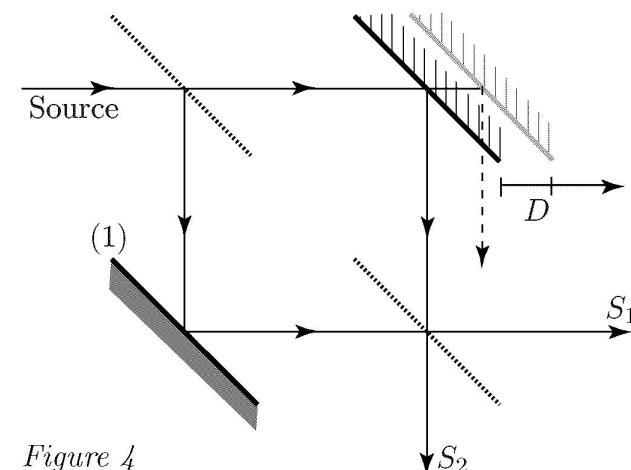


Figure 4

2. Le montage étant initialement symétrique, on interpose, contre l'un des miroirs, une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur uniforme  $e$  et d'indice  $n$ .

- (a) Montrer que, pour une incidence  $j$  correspondant à un rayon réfracté repéré par l'angle  $r$ , la lame introduit une différence de marche qui s'exprime par :

$$D = 2e(n \cos r - \cos j)$$

Où les interférences sont-elles observables ?

- (b) Par un schéma, montrer qu'un réglage de ce montage optique permet alors la recombinaison exacte des faisceaux sur la 2<sup>e</sup> lame réfléchissante, tout en assurant une différence de marche non nulle (figure 5).

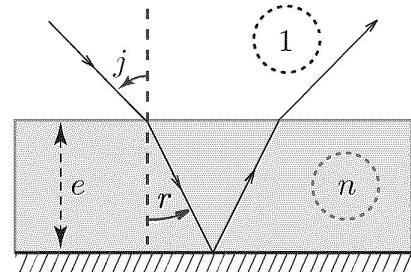


Figure 5

- (c) Ce réglage étant effectué, montrer que, pour une incidence  $j$  correspondant à un rayon réfracté repéré par l'angle  $r$ , la lame introduit une différence de marche qui s'exprime alors par :

$$D = \frac{2e}{\cos r} \left( n - \frac{1}{n} \right).$$

- (d) *Application numérique* : On cherche à imposer dans la configuration précédente une différence de marche de 0,8 cm. Calculer l'épaisseur  $e$  de la lame pour un verre d'indice  $n = 1,55$  et un angle d'incidence  $j$  de 45°.

## V Effet de la turbulence atmosphérique

1. L'interféromètre reçoit le flux d'une étoile, objet à l'infini, collecté par un télescope. On suppose le système optique du collecteur équivalent au montage de la figure 6. Ce montage est dit afocal : le foyer image de  $L_1$  est confondu avec le foyer objet de  $L_2$ . La lentille  $L_1$  représente le miroir primaire du télescope, de diamètre  $a$ . La lentille  $L_2$  alimente l'interféromètre : le flux issu de  $L_2$  est divisé par la première lame semi-réfléchissante de la figure 4.

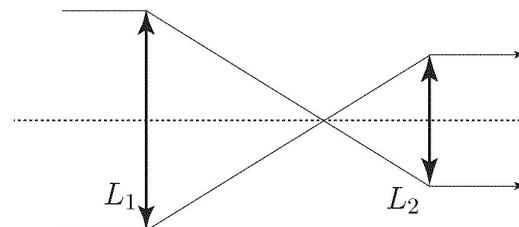


Figure 6

- (a) Justifier l'intérêt de ce montage afocal pour alimenter l'interféromètre.  
 (b) Exprimer le grossissement angulaire  $G$  en fonction des distances focales images  $f'_1$  et  $f'_2$  des lentilles  $L_1$  et  $L_2$ .  
 (c) Déterminer la taille  $b$  du faisceau en sortie du collecteur, en fonction de  $G$  et du diamètre  $a$  du collecteur. En déduire le diamètre minimal des pièces optiques de l'interféromètre. Le calculer pour  $a = 3,30$  m et  $G = 165$ .

2. La tache image de l'étoile n'est en fait ni limitée par la seule diffraction du collecteur, ni stable. La turbulence de l'atmosphère terrestre dévie et étale le faisceau stellaire incident. On s'intéresse principalement à la déviation atmosphérique du faisceau incident, notée  $i_0$ , et l'on suppose la source toujours ponctuelle.

- (a) Déterminer l'angle  $i$  sous lequel l'interféromètre voit les rayons d'une source stellaire, en fonction de  $i_0$  et du grossissement  $G$  (grossissement angulaire) du télescope collecteur de lumière.

- (b) Estimer la différence de marche  $D(i)$ , en fonction de la différence de marche sous incidence nulle  $D_0$  et de l'angle  $i$ .
- (c) Exprimer la condition sur l'inclinaison maximale admissible dans l'instrument, pour que les fluctuations en différence de marche restent inférieures à une fraction  $\alpha$  de longueur d'onde.
- (d) *Application numérique* : On fixe  $\alpha$  au plus égal à 5 %; pour des conditions de turbulence moyenne  $i_0 = 1''$ ; on donne  $D_0 = 0,8 \text{ cm}$  et  $\sigma_0 = 2.10^6 \text{ m}^{-1}$ . Estimer le grossissement  $G$  maximal.
3. (a) Montrer que la turbulence conduit à une mesure de vitesse parasite  $\delta v$  telle que :

$$\frac{\delta v}{c} = \frac{i^2}{2}.$$

- (b) *Application numérique* : Calculer  $\delta v$  pour  $i_0 = 1''$ , et un grossissement  $G$  égal à 165. L'instrument est conçu pour la mesure de vitesses sismiques dont l'amplitude est de l'ordre de  $10 \text{ cm.s}^{-1}$ . Est-il nécessaire de prévoir, pour alimenter l'interféromètre, un dispositif corrigéant les fluctuations dues à la turbulence atmosphérique ?