

Devoir surveillé n°4

Lundi 15 décembre 2025

Durée : 2h00

- Vous devez vérifier que le sujet comprend 08 pages numérotées dont un document réponse de 2 pages à rendre.
- Vous êtes invités à porter une attention toute particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.
- Toute réponse devra être justifiée et ce, même si l'énoncé ne le précise pas (sauf mention particulière).
- Vous devez établir une relation littérale avant d'effectuer toute application numérique (sauf mention particulière).
- Toute relation littérale présentant une erreur flagrante d'homogénéité ne donnera pas lieu à l'attribution de points.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à l'attribution de points.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
- Le téléphone portable est strictement interdit. Il doit être rangé éteint dans le sac.
- La calculatrice est autorisée.

Première partie

Beauté de la nature

En se promenant, le randonneur peut observer des oiseaux, des insectes et les belles couleurs de leurs ailes (papillons), carapaces (coléoptères, mouches) ou plumes. Il constate que, souvent, la couleur observée est changeante selon l'angle de vue : on parle d'irisation. La simple présence d'un pigment coloré ne peut pas expliquer ces variations de couleurs. Il s'agit en effet d'une couleur liée à la structure microscopique de l'aile, la carapace ou la plume : certaines sont constituées d'un empilement régulier de couches de deux matériaux d'indices optiques différents. Le nombre de couches va de deux à plus de cent selon les cas.

On souhaite expliquer le phénomène optique responsable des irisations. On s'intéresse à une unique couche d'épaisseur e d'un matériau noté c_1 , délimitée par deux couches d'épaisseur négligeable d'un autre matériau noté c_2 . Ces trois couches sont plongées dans l'air comme illustré sur la figure suivante. On note n_0 l'indice optique de l'air et n l'indice optique du matériau c_1 , n et n_0 étant différents.

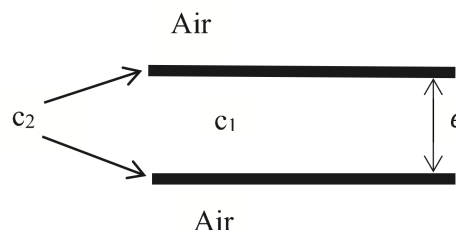


Figure 1 : Multicouche

On considère un rayon lumineux incident supposé monochromatique ; on note λ sa longueur d'onde dans le vide. Le rayon lumineux se divise en un rayon transmis et un rayon (a) réfléchi dans l'air. Le matériau c_2

constitue l'interface sur laquelle le rayon lumineux se divise. Le rayon transmis est lui-même réfléchi puis en partie transmis dans l'air. Le rayon qui ressort est noté (b). Les rayons (a) et (b) sont parallèles : voir la figure suivante.

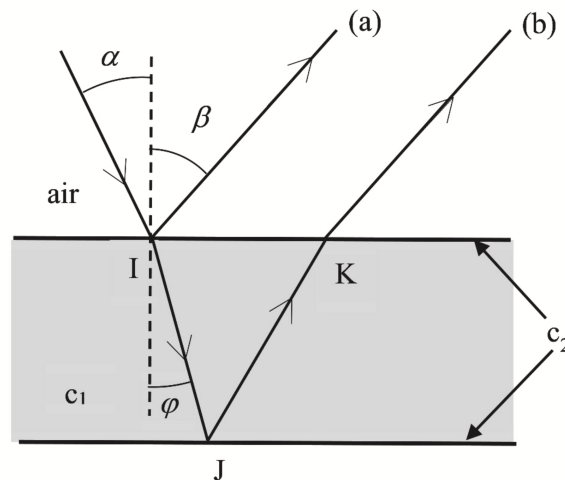


Figure 2 : Trajet des rayons lumineux

- Déterminer l'angle β . Justifier.
- Pourquoi le rayon IJ change-t-il de direction par rapport au rayon incident ? Nommer le phénomène en jeu.
- Les deux rayons (a) et (b) interfèrent. Expliquer, en rappelant les conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse.
- Où se trouve la surface de localisation des interférences ?
- Montrer que la différence de marche entre les rayons (a) et (b) a pour expression :

$$\delta = 2ne \cos(\varphi) + \frac{\lambda}{2}$$

- Donner, sans démonstration, l'expression de l'intensité lumineuse résultant de la superposition des rayons (a) et (b). On introduira et définira les notations utiles. On supposera que l'intensité lumineuse du rayon (a) pris seul est identique à celle du rayon (b) pris seul.
- Montrer que :

$$\delta = 2e \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2(\alpha)} + \frac{\lambda}{2}$$

- Démontrer que l'on voit de la lumière dans la direction β telle que $\delta = p\lambda$ où p est un entier. Comment qualifie-t-on les interférences dans ce cas ?

En réalité la lumière incidente est une lumière blanche : c'est la lumière du soleil. Elle contient toutes les longueurs d'onde du spectre visible.

- Expliquer alors que selon l'angle d'observation β de la structure, la lumière réfléchie observée n'a pas la même couleur.
- Supposons que la structure observée soit plongée dans l'eau : sur le premier schéma l'air est remplacé par de l'eau. Quel paramètre est modifié ? Cela induit un changement de la couleur observée dans une direction donnée. Expliquer.

On suppose que l'on peut modéliser une aile de papillon par la structure multicouche étudiée précédemment.

- On observe cette aile de papillon sous un angle de 30° . Dans l'air d'indice optique 1,0, l'aile a une couleur bleue. Plongée dans l'acétone d'indice optique 1,4, l'aile a une couleur verte. Montrer que cette observation permet d'estimer e , connaissant l'indice optique de la couche c_1 . On ne demande pas de réaliser cette estimation.
- Si l'épaisseur e est grande, il arrive que la structure devienne transparente : le phénomène d'interférences n'a plus lieu. Expliquer.

Deuxième partie

Interféromètre de Michelson et épaisseur d'une lame de savon

Le but de cette partie est de quantifier, par l'étude de la figure d'interférence à la surface d'une lame de savon, l'écart que présente celle-ci à un écoulement rigoureusement plan. On procédera par analogie avec la figure d'interférence obtenue à l'aide d'un interféromètre Michelson réglé en coin d'air.

I

On considère un interféromètre de Michelson dans lequel l'ensemble lame séparatrice + compensatrice est assimilé à une unique lame semi-réfléchissante d'épaisseur négligeable. On la note par la suite lame séparatrice (L).

L'interféromètre, éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 est réglé comme schématisé sur la figure 2 : les deux bras sont dissymétriques du fait de la position relative des miroirs : M_1 est parallèle à (J, x) et M_2 est parallèle à (J, y) mais ils ne sont pas à égale distance de J . On considère que les deux ondes qui émergent de l'interféromètre vers l'espace d'observation ont le même éclairement I_0 .

1. Sur la figure A du document réponse, à rendre avec la copie, tracer avec soin les deux rayons issus du rayon incident qui émergent de l'interféromètre dans l'espace d'observation. Sur le même schéma, dans l'espace réservé à cet effet, montrer graphiquement que l'on peut considérer que ces deux rayons sont issus d'une « lame d'air » d'épaisseur e que l'on représentera. On supposera que l'indice de l'air est égal à 1.
2. Établir la différence de marche introduite par le système en fonction de l'angle d'incidence θ sur cette lame et de son épaisseur e .

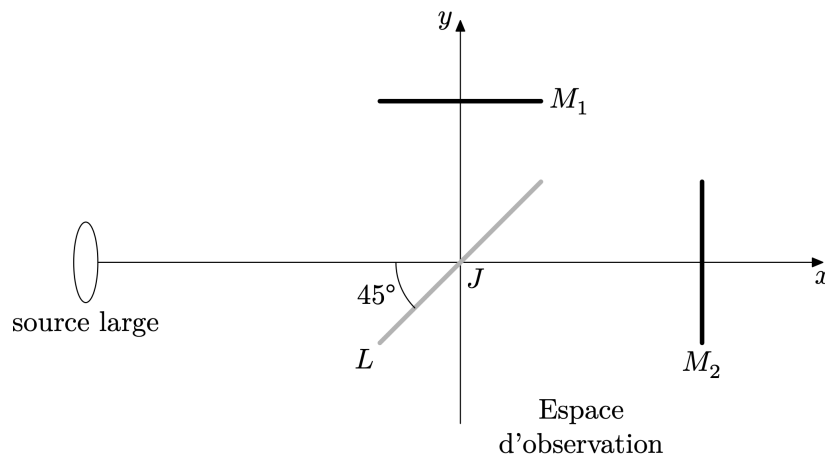


Figure 2 Schéma de l'interféromètre éclairé par une source large

3. Où est localisée la figure d'interférence ? Comment l'observer dans de bonnes conditions si l'on dispose d'un jeu complet de lentilles convergentes de distances focales comprises entre 20 cm et 1 m ? Un schéma clair de la situation expérimentale correspondante est attendu
4. Montrer que la figure d'interférence est formée d'anneaux d'égale inclinaison (justifier ce terme). On observe sur l'écran la figure d'interférence présentée figure 3.

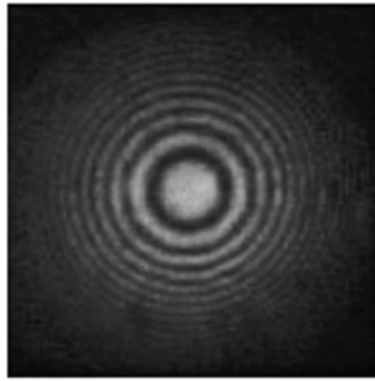


Figure 3 Figure d'interférence : anneaux d'égale inclinaison

On souhaite maintenant régler l'appareil au contact optique.

5. Décrire l'opération : faut-il tourner ou translater un miroir ? Comment savoir dans quel sens ? Décrire l'évolution de la figure d'interférence au cours de l'opération. Quel est l'aspect de l'éclairement sur l'écran une fois ce réglage réalisé ?
6. Partant de cette situation on incline un des miroirs d'un petit angle α pour former un coin d'air. On éclaire le système en incidence quasi-normale de telle sorte que l'on observe des franges d'interférences rectilignes parallèles entre elles. Où sont-elles localisées ? Préciser les conditions de leur observation.
7. On admet que la différence de marche introduite par le coin d'air en un point M de la surface de localisation situé à une distance x de l'arête commune des deux miroirs est $\delta(M) \simeq \pm 2n\alpha x$ avec $n = 1$. Déterminer l'interfrange i sur la surface de localisation, en fonction de α et λ_0 . Comment évolue la figure d'interférence si l'angle α varie ?

II

Une lame de savon est constituée d'une mince couche d'eau entourée de part et d'autre par une couche de savon. Cette configuration est due aux tensio-actifs contenus dans le savon. Ces molécules sont constituées de deux parties distinctes : une tête hydrophile, généralement ionique, et une queue hydrophobe, généralement constituée d'une chaîne carbonée (figure 4).

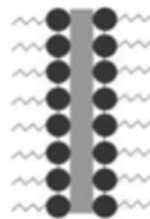


Figure 4

Cette propriété amène ainsi les tensio-actifs à se concentrer et à se fixer les uns aux autres aux interfaces entre l'eau et l'air. En éclairage monochromatique, cette lame fait apparaître des franges d'interférence (figure 5), dont l'interfrange diminue vers le bas de la lame. Ces franges sont liées à un phénomène d'interférence se produisant sur une couche mince. On suppose ici que l'indice de cette fine couche est $n \simeq 1,4$. L'épaisseur de cette couche est variable de haut en bas sans dépasser une épaisseur maximum d'environ $1 \mu\text{m}$. La masse volumique et la viscosité du liquide savonneux sont pris égaux à ceux de l'eau.

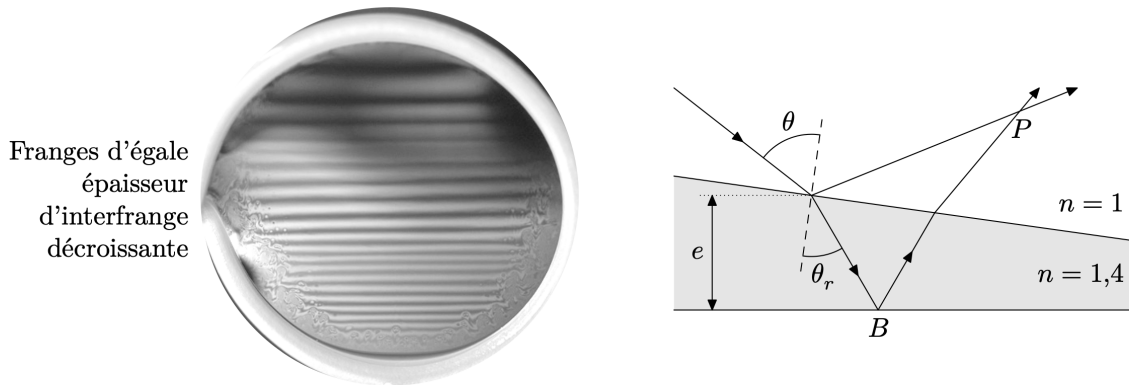


Figure 5 Interférences sur le film (à gauche) et modélisation des rayons lumineux (à droite)

Le trajet d'un rayon lumineux arrivant sous incidence θ sur une lame d'indice n et d'épaisseur locale e , doit tenir compte du phénomène de réfraction à l'intérieur de la lame. On note θ_r l'angle de réfraction et θ l'angle d'incidence. Une division d'amplitude se produit sur la face avant, suivie d'une réflexion sur la face arrière, produisant deux rayons réfléchis par la lame qui interfèrent au point P . On admet que la réflexion sur un milieu plus réfringent s'accompagne d'un déphasage de π .

8. Justifier qu'en incidence quasi-normale, le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent peut s'écrire
- $$\Delta\Phi = 2\frac{\pi}{\lambda_0} \left((2ne + \frac{\lambda_0}{2}) \right).$$

En l'absence de perturbation extérieures (telles que celles qui seront abordées par la suite) la lame n'est le siège que de son écoulement gravitaire (du haut vers le bas sous l'effet de la gravité). Dans le cadre d'un modèle simplifié, dit d'interface sans interaction, la pression P au sein du fluide en écoulement gravitaire entre l'interface de tensioactifs est supposée uniforme. Le phénomène de drainage des tensioactifs est alors négligé. L'axe (Oz) sera pris vertical ascendant. La figure 6 présente la figure d'interférence observée sur un film de savon, ainsi que les notations introduites.

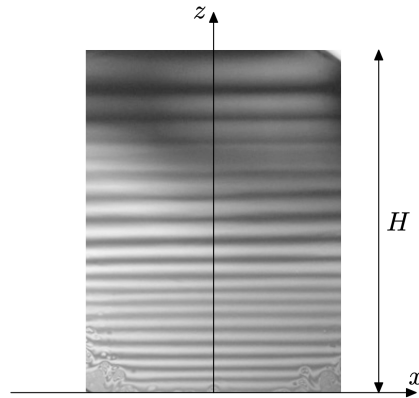


Figure 6 Vue de face de la lame de savon

On note $H = 5,0$ cm la hauteur de la lame de savon. On note $e(z, t)$ l'épaisseur de la lame, dans la direction (Oy) , à l'altitude z et à l'instant t . Du fait de l'écoulement de drainage gravitaire, cette épaisseur varie au cours du temps à z fixé et à t fixé elle augmente vers le bas.

9. Compte tenu de la topographie des franges observées sur la figure 6, discuter qualitativement l'écart du profil de la lame à une portion de coin d'angle constant, induit par son drainage gravitaire. Afin d'interpréter ces différences, une modélisation de mécanique des fluides, non détaillée ici, aboutit à l'expression suivante pour l'épaisseur e de la lame en fonction de z et du temps :

$$e(z, t) = \sqrt{\frac{2\eta(H - z)}{\rho g t}}$$

10. Discuter qualitativement la validité de cette expression en regard de la figure 6.

Pour aller plus loin dans la caractérisation de la variation de l'épaisseur de la lame, on se propose d'effectuer une approche semi-empirique de la loi de variation de l'épaisseur de la lame. On se place à t fixé et on suppose une loi de puissance semi-empirique de la forme

$$e(z, t) = K(H - z)^\beta$$

où β et K sont des constantes. On relève pour cela expérimentalement la position des premières franges brillantes. Le tableau 1 présente les résultats obtenus en indiquant la position z de ces franges, pour un éclairage monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 600$ nm et un film de savon d'indice optique $n = 1,4$.

Numéro de la frange brillante	1	2	3	4	5	6	7	8
Position z (cm)	4,5	4,1	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6

Tableau 1

11. Compte tenu de ces valeurs numériques, analyser graphiquement, à l'aide du support fourni en figure B du document réponse, si cette loi semi-empirique est conforme aux observations. Si c'est le cas, donner la valeur numérique de β .

Document réponse

Nom :

Question 1

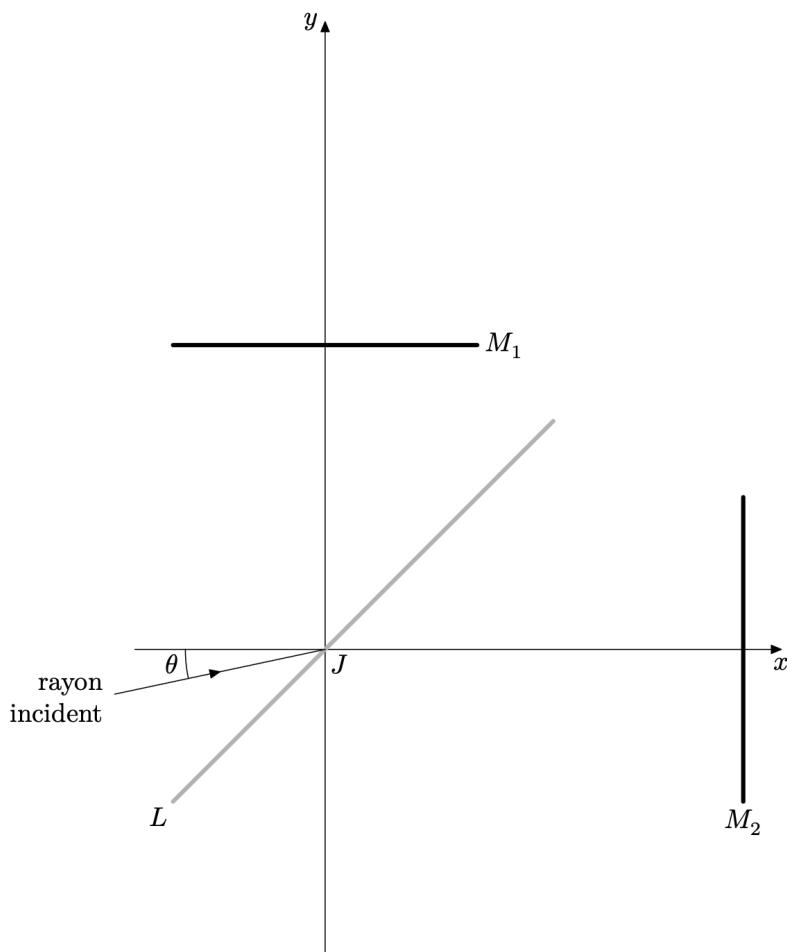


Figure A

Lame d'air équivalente

Question 11**Figure B**