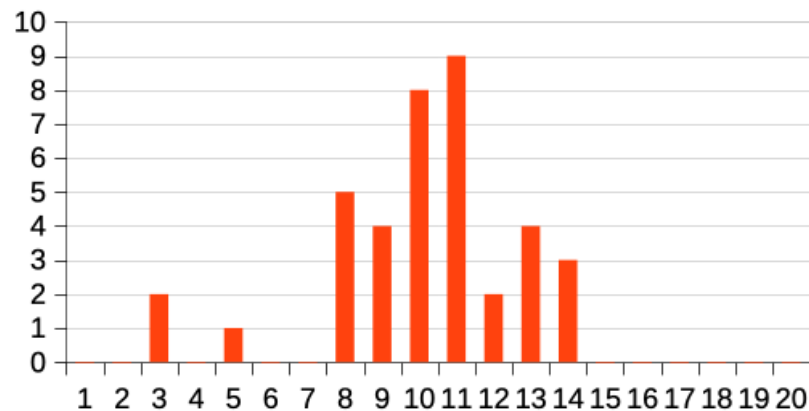


Meilleure note : 14,5

Moyenne : 10,3

Écart-type : 2,6

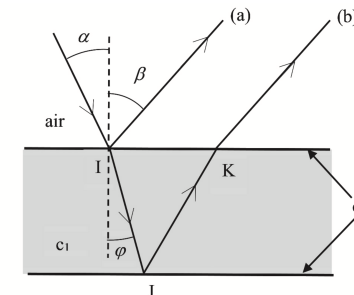
Devoir n°4
Répartition des notes



Première partie

Beauté de la nature

D'après CCP 2019 TSI



1. En utilisant les lois de Snell-Descartes (SD) concernant la réflexion des rayons lumineux sur un dioptre (au point I), on a $\boxed{\beta = \alpha}$.
2. Le rayon IJ change de direction parce que les indices optiques de l'air et de c_1 sont différents : il s'agit de **réfraction**.
3. Les rayons (a) et (b) interfèrent parce que ce sont deux rayons provenant de la même source, donc de même fréquence (isochrone), et avec la même phase initiale. Deux rayons interfèrent si l'intensité résultante en un point n'est pas égale à la somme des intensités des deux rayons.
4. Les rayons (a) et (b) étant parallèles, la figure d'interférence est localisée à l'infini.
5. On appelle H le projeté orthogonal de K sur le rayon (a). Par définition, la différence de marche δ a pour expression $\delta = (SS')_b - (SS')_a$, différence de chemin optique de S à S' entre le rayon (b) et le rayon (a). On a $\delta = (SI) + (IJ) + (JK) + (KS') - (SI) - \frac{\lambda}{2} - (IH) - (HS')$.

Le déphasage supplémentaire de $\lambda/2$ est dû à la réflexion en I sur un milieu plus réfringent.

Or, si S' était point source, alors H et K appartiendraient au même plan d'onde pour S' . On a donc, d'après le théorème de Malus $(S'H) = (S'K)$ et $(HS') = (KS')$ d'après le principe du retour inverse de la lumière. Il vient :

$$\delta = 2nIJ - n_0IH - \lambda/2.$$

Or $\tan \varphi = \frac{IK}{2e}$, $\cos \varphi = \frac{e}{IJ}$ et enfin $\sin \alpha = \frac{IH}{IK}$. On en déduit

$$\delta = 2n \frac{e}{\cos \varphi} - n_0 \sin \alpha 2e \tan \varphi - \frac{\lambda}{2}$$

avec, d'après les lois de SD sur la réfraction : $n_0 \sin \alpha = n \sin \varphi$.

On a donc,

$$\delta = 2ne \left(\frac{1}{\cos \varphi} - \sin \varphi \tan \varphi \right) - \frac{\lambda}{2} = 2ne \cos \varphi - \frac{\lambda}{2}$$

6. Si on appelle I_1 (respectivement I_2) l'intensité lumineuse du rayon (a) (resp. (b)), alors, l'intensité lumineuse totale est donnée par la formule de Fresnel :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left(2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right)$$

Ici, puisque $I_1 = I_2 = I_0$ cette formule se simplifie en

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right) \right]$$

7. D'après les lois de SD sur la réfraction, $n_0 \sin \alpha = n \sin \phi$, on a donc :

$$\cos(\varphi) = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_0 \sin \alpha}{n} \right)^2} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha},$$

ce qui donne bien :

$$\delta = 2ne \cos \varphi + \frac{\lambda}{2} = 2e \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}.$$

8. L'intensité lumineuse vue dans la direction β dépend de la longueur d'onde. Il y aura interférences constructives (et donc un maximum d'intensité) entre les deux rayons (a) et (b) si et seulement si la différence de marche est un multiple entier de la longueur d'onde, donc si $\delta = p\lambda$ ($\cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} = 1$).

9. Selon l'angle β , seules les longueurs d'onde telles que $\delta = p\lambda$ sont observées. Soit

$$2e \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda_p}{2} = p\lambda_p, \text{ avec } \beta = \alpha,$$

$$\lambda_p = \frac{4e}{2p+1} \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}$$

Ainsi, quand l'angle β change, différentes longueurs d'ondes sont sélectionnées, donc différentes couleurs sont perçues.

10. Le paramètre qui est modifié est l'indice optique n_0 , donc la valeur de δ , qui dépend de n_0 change aussi. Alors les longueurs d'onde sélectionnées par la relation $\delta = p\lambda_p$ ne sont plus les mêmes, il y a bien changement de couleur.
11. On observe l'aile sous l'angle de réflexion $\beta = 30^\circ$, soit $\sin(\alpha) = 1/2$ et n est supposé connu. Dans l'air, on observe un maximum de lumière de couleur bleue, soit :

$$\lambda_{bleu} = \frac{4e}{2p+1} \sqrt{n^2 - \frac{1}{4}}$$

Dans l'acétone, on observe un maximum de lumière de couleur verte, soit :

$$\lambda_{vert} = \frac{4e}{2p'+1} \sqrt{n^2 - \frac{n_0'^2}{4}}$$

L'énoncé ne permet pas de conclure d'avantage.

Afin de pouvoir estimer M , il faudrait faire l'hypothèse simplificatrice que les ordres d'interférences p et p' sont les mêmes, ou alors connaître la relation entre p et p' . Il sera alors possible de déterminer e en combinant les deux équation

12. Si l'épaisseur e devient trop grande, la différence de marche devient plus grande que la longueur de cohérence de la source, et les deux rayons (a) et (b) ne sont plus cohérents (les trains d'onde qui se superposent sont différents, le déphasage est aléatoire), il n'y a donc plus d'interférences possibles.

Deuxième partie

Interféromètre de Michelson et épaisseur d'une lame de savon

Extrait de l'épreuve de CCS 2021 PC

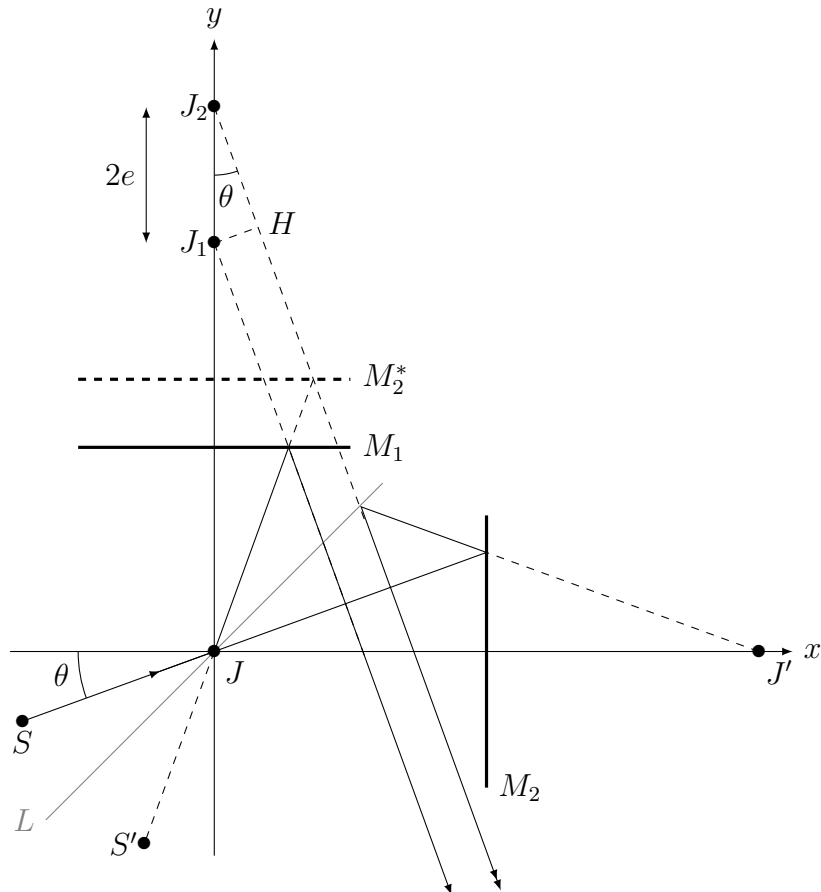
I

1. Voilà le tracé. Pour établir ce tracé différents points images secondaires ont été exploités.

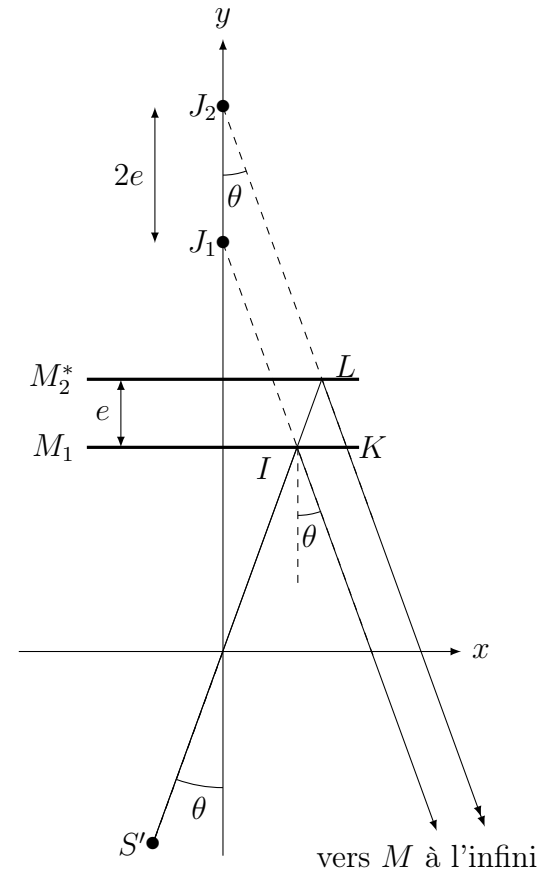
Pour le rayon 2 traversant la séparatrice L et se réfléchissant sur M_2 , nous avons introduit le symétrique J' de J par rapport à M_2 , puis lors de la réflexion sur L , le symétrique J_2 de J' par rapport à L qui n'est autre que le symétrique de J par rapport à M_2^* , miroir fictif symétrique de M_2 par rapport à L .

De même, pour le rayon 1 se réfléchissant sur L , il semble provenir du prolongement du rayon symétrique du rayon incident par rapport à L , puis il se réfléchit sur M_1 en semblant provenir de J_1 , symétrique de J par rapport à L , et traverse ensuite L .

Nous constatons que ces deux rayons émergent du dispositif en étant parallèles l'un à l'autre et en faisant avec l'axe Jy l'angle θ .



Nous constatons de plus que tout l'ensemble peut être remplacé par un unique rayon provenant de S' (rayon symétrique du rayon incident par rapport à L) qui se réfléchit : pour le rayon 1, sur le miroir M_1 , pour le rayon 2, sur le miroir fictif M_2^* symétrique de M_2 par rapport à L . M_1 et M_2^* forment ainsi une lame d'air que nous allons représenter ci-dessous.



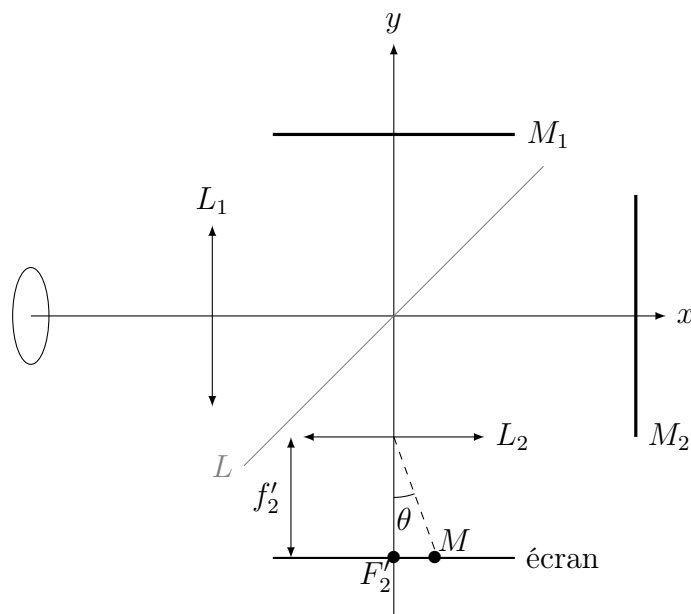
- La différence de marche introduite entre ces deux rayons est $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SJ) + (JL) + (LM) - (SJ) - (JI) - (IM)$. Avec $JL = J_2L$ et $JI = J_1I$ on obtient $\delta = (J_2M) - (J_1M)$ avec M point situé à l'infini dans la direction donnée par l'angle θ .

Nous traçons donc sur le schéma initial un plan d'onde relatif à M passant par le point J_1 et intersectant le rayon 2 en H . D'après le principe de retour inverse de la lumière : $\delta(M) = n_{\text{air}} J_2H = 2n_{\text{air}}e \cos(\theta)$ avec $n_{\text{air}} = 1$ (on peut faire aussi le calcul directe-

ment dans la lame d'air équivalente).

- La source étant une source étendue, le dispositif est un dispositif à division d'amplitude et la figure d'interférence est localisée à l'infini (brouillage à distance finie).

Pour observer la figure d'interférence dans de bonnes conditions : on fait converger les rayons **issus de la source** sur le miroir M_2 du Michelson grâce à une lentille L_1 de courte focale (20 cm par exemple), de façon à se placer en éclairage convergent. Ensuite, on ramène la figure d'interférence située à l'infini dans le plan focal image d'une lentille L_2 convergente de grande focale (1 m par exemple) située à la sortie du dispositif



- Le point M où convergent les deux rayons issus du Michelson dans la direction d'angle θ est indiqué sur le schéma ci-dessus. L'ordre

d'interférence en M est ainsi $p(M) = \frac{2n_{\text{air}}e \cos(\theta)}{\lambda_0}$. Une frange d'interférence correspond à un ordre d'interférence constant, donc par conséquent à $\cos(\theta) = \text{Cste}$, donc à $\theta = \text{Cste}'$. Le système présentant une invariance par rotation autour de l'axe $F_2'y$, les courbes $\theta = \text{Cste}'$ dans le plan de l'écran correspondent à des cercles centrés sur le foyer F_2' de la lentille de projection. θ représentant l'inclinaison des rayons par rapport à l'axe $F_2'y$, on parle ainsi d'anneaux d'égale inclinaison.

- Pour régler l'appareil au contact optique, il faut translater M_2 de façon à diminuer l'épaisseur de la lame d'air, le contact optique correspondant en effet à $e = 0$.

Si e diminue, pour suivre la même frange, il faut conserver le même ordre d'interférence, ce qui correspond à une augmentation de $\cos(\theta)$ donc une diminution de θ . Lorsque les anneaux semblent rentrer vers le centre de la figure, on sait que e diminue. Conjointement, ces anneaux ont des rayons devenant de plus en plus grand. Lorsque le contact optique est obtenu, δ est nul en tout point de l'écran, on obtient sur ce dernier un éclairement uniforme (qui correspond en lumière polychromatique à la couleur de la source). On peut parler de teinte plate.

- Les franges du coin d'air à partir d'une source raisonnablement étendue sont localisées au voisinage du coin d'air, c'est à dire au voisinage de M_1 .

Pour les observer, on peut bien sûr regarder dans le Michelson sur le miroir M_1 , mais aussi les projeter sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille d'assez courte focale (20 cm, pour respecter la règle des $4f'$). La source est quant à elle placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de façon à éclairer le dispositif en incidence quasi-normale.

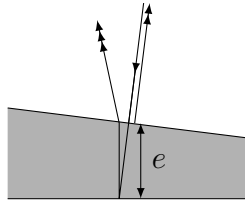
- L'ordre d'interférence en un point M situé sur la surface de localisation à la distance x (qu'on algébriserait!) de l'arête du coin d'air qui passe par le milieu de M_1 est $p(M) = p(x) = \frac{2n_{\text{air}}\alpha x}{\lambda_0}$:

la figure est ainsi constituée de droites rectilignes, équidistantes si $\alpha = \text{cste}$ parallèles à l'arête du coin d'air. La distance i entre deux franges de même intensité, appelée interfrange, est telle que $p(x + i) = p(x) + 1$, soit $i = \frac{\lambda_0}{2n_{\text{air}}\alpha}$.

Lorsque α augmente, l'interfrange diminue. Lorsque α diminue, l'interfrange augmente.

II

8. On peut en incidence quasi-normale et en supposant que l'angle α est également très faible réaliser le schéma suivant (nous avons légèrement décalé pour une question de lisibilité le rayon incident (rayon 1) du rayon 2 réfléchi sur l'interface air/eau) :

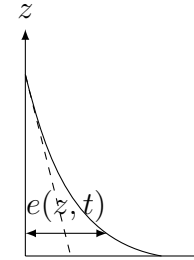


Nous constatons que si α est très faible, les rayons 2 et 3 s'interceptent au voisinage du coin d'eau, et que la différence de marche peut être assimilée comme pour le coin d'air à $\delta(e) = 2n_{\text{eau}}e$ avec e l'épaisseur locale du coin d'eau au niveau du point d'impact du rayon incident et $n_{\text{eau}} = 1,4$ (confusion possible de notation avec $n...$).

La différence de phase entre ces deux rayons est donc $\Delta\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} - \pi$ à cause du déphasage supplémentaire introduit par la réflexion à l'interface air/eau du rayon 2. $\Delta\phi$ est défini à 2π près. Ce dernier se met donc bien finalement sous la forme $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(2n_{\text{eau}}e + \frac{\lambda_0}{2} \right)$. L'ordre d'interférence est alors $p(e) = \frac{\Delta\phi}{2\pi}$.

9. Si nous avons un angle α constant, d'après ce que nous avons vu précédemment, l'interfrange devrait être constant et les franges équidistantes.

Nous observons sur la figure que les franges se resserrent vers le bas de la lame, ce qui correspond à une augmentation progressive de l'angle du coin d'eau. Nous pouvons donc décrire un profil approximatif de la forme du coin d'eau (très exagéré...) :



Le trait en pointillés correspond à un coin d'eau d'angle constant.

10. On peut signaler que pour $z = H$, $e = 0$ et $p(H) = \frac{1}{2}$: on obtient une frange sombre en $z = 0$, ce qui correspond bien à l'observation de la figure.

Notons que l'expression donnée n'est pas définie en $t = 0$. Par contre, on constate qu'à z fixé, l'épaisseur décroît avec le temps,

ce qui correspond bien naturellement au drainage gravitaire et à l'amincissement progressif de la lame.

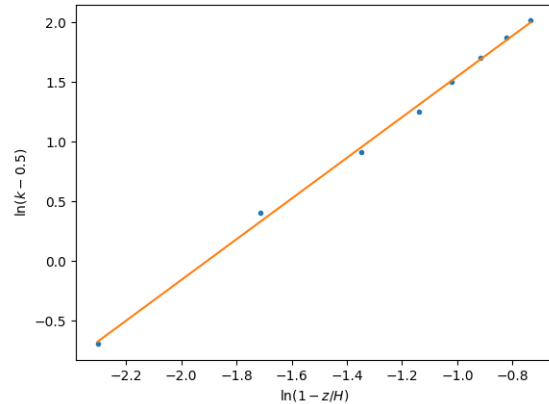
On retrouve bien la fait que l'épaisseur de la lame est d'autant plus grande que z est petit à t fixé.

11. Les franges brillantes correspondent à un ordre d'interférence entier : $p(e) = k$.

On peut donc en déduire : $2n_{\text{eau}}e(z)/\lambda_0 = k - 1/2$, soit :

$$(H - z)^\beta = \frac{\lambda_0}{2n_{\text{eau}}K}(k - 1/2) \text{ ou encore : } \ln(k - 1/2) = \beta \ln(1 - z/H) + A \text{ avec } A \text{ constante.}$$

On trace donc $\ln(k - 1/2)$ en fonction de $\ln(1 - z/H)$.



On obtient approximativement une droite, ce qui semblerait indiquer que la loi de puissance est vérifiée. Par contre, le calcul mène à une pente $\beta = 1,7$, ce qui ne correspond pas du tout au modèle proposé.