

On donne en **figure 4** le profil de température dans le composite à plusieurs instants.

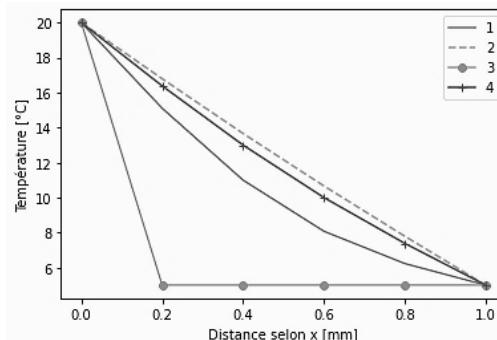


Figure 4 - Évolution de la température dans le composite à plusieurs instants

Q18. Associer à chaque courbe de la **figure 4** les instants de la liste suivante :
 $t = [0 \text{ s}, 6\,000 \text{ s}, 12\,000 \text{ s}, 18\,000 \text{ s}]$.

Q19. Le régime permanent est-il atteint ? Justifier.

Partie III - Études des performances acoustiques

Source : Manuel Van Damme, Isolation aux bruits aériens : principes et matériaux, Bruxelles Environnement

Les bruits aériens sont transmis à un bâtiment principalement à travers ses parois. Dans le but de protéger un immeuble des bruits extérieurs, il est possible de l'isoler. Dans cette partie, la valeur de l'indice d'affaiblissement acoustique du Kairlin® sera estimée à l'aide de mesures expérimentales.

On considère le panneau isolant comme une plaque infiniment fine située en $x = 0$, de masse surfacique μ . Elle sépare deux fluides parfaits de même masse volumique. Les deux milieux 1 et 2 sont supposés illimités.

La source du bruit émet une onde sonore incidente qui se propage dans le milieu 1 jusqu'à la plaque. Deux ondes sont alors créées, comme l'illustre la **figure 5** :

- l'onde réfléchie, se propageant dans le milieu 1 dans le sens opposé à l'onde incidente ;
- l'onde transmise, se propageant dans le milieu 2 dans le même sens que l'onde incidente.

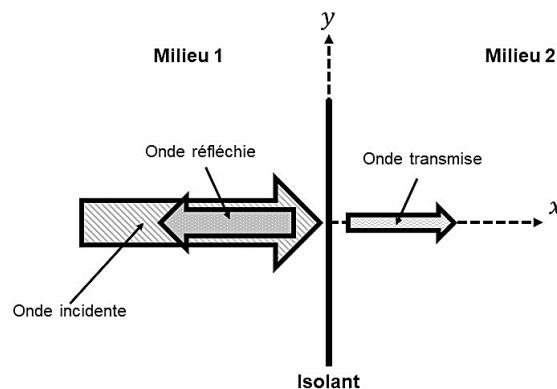


Figure 5 - Comportement de l'onde incidente

III.1 - Modélisation de la propagation des ondes

Tout d'abord, on cherche à obtenir une expression des grandeurs associées aux ondes sonores supposées longitudinales et planes. On introduit ainsi les grandeurs caractéristiques de l'air suivantes :

- Masse volumique : $\rho(M, t) = \rho_0 + \rho_1(M, t)$
- Pression : $p(M, t) = p_0 + p_1(M, t)$
- Champ de vitesse : $\vec{v}_1(M, t)$
- Coefficient de compressibilité isentropique : χ_s

Q20. Établir l'équation linéarisée de conservation de la masse dans le cas d'une propagation unidirectionnelle selon x en fonction de $\rho(M, t)$ et de $\vec{v}_1(M, t)$.

Q21. Écrire la loi linéarisée de la conservation de la quantité de mouvement dans le cas d'une propagation unidirectionnelle selon x en fonction de $\rho(M, t)$, $\vec{v}_1(t)$ et $p(M, t)$.

Q22. Donner l'équation isentropique linéarisée reliant ρ_1 à ρ_0 , χ_s et p_1 .

Q23. En déduire l'équation (3). On prendra le soin de préciser l'expression de c en fonction de ρ_0 et χ_s :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (3)$$

On définit l'impédance d'un milieu comme étant le rapport entre la pression et l'amplitude de la vitesse, équation (4) :

$$Z(x, t) = \frac{p_1(x, t)}{v_1(x, t)}. \quad (4)$$

Dans le cas d'une onde plane progressive, on montre l'équation (5) :

$$Z = \rho_0 c \quad (5)$$

- $p_1 = Zv_1$ si l'onde est directe (propagation dans le sens des x croissants) ;
- $p_1 = -Zv_1$ si l'onde est rétrograde (propagation dans le sens des x décroissants).

Q24. Montrer que le produit $\rho_0 c$ a bien la même unité qu'un rapport pression sur vitesse.

Q25. On rappelle que $p(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$ est solution de l'équation (3). En déduire, à l'aide de l'équation (4), la forme générale des champs de vitesse parcourue dans un milieu fluide.

III.2 - Réflexion et transmission des ondes

Une onde sonore incidente progressive monochromatique de pulsation ω arrive sur la plaque depuis le milieu 1 vers le milieu 2, figure 6. On suppose que cette onde est longitudinale et plane. On rappelle que les deux milieux sont de même nature.

On suppose que la forme du champ de pression associée à l'onde incidente progressive monochromatique de pulsation ω et de nombre d'ondes k qui arrive sur la plaque est définie par l'équation (6) :

$$p(x, t) = p_1 \cos(\omega t - kx). \quad (6)$$

Q26. Déterminer une expression des champs de vitesse et pression associés aux ondes transmise et réfléchie.

Q27. On cherche à déterminer les coefficients de réflexion $r = \frac{p_r}{p_1}$ et de transmission $t = \frac{p_t}{p_1}$ en amplitude pour la pression, p_r et p_t étant respectivement les amplitudes des ondes réfléchie et transmise.

- Donner l'équation donnée par la continuité de la vitesse en $x = 0$.
- Donner l'équation donnée par l'application du principe fondamental de la dynamique sur un élément de surface dS de la plaque.
- En déduire que les coefficients de réflexion r et de transmission t en amplitude pour la pression sont données par l'équation (7), i étant l'argument complexe :

$$\begin{cases} r = \frac{i\omega\mu}{2Z + i\omega\mu} \\ t = \frac{2Z}{2Z + i\omega\mu} \end{cases}. \quad (7)$$

Q28. Déterminer le coefficient de transmission en énergie $T_{énergie}$, rapport des flux moyen d'énergie transmise et incidente en fonction de ω . En déduire l'expression de $T_{énergie}$ en dB. On rappelle que les densités de courants énergétiques sont données par la relation $\langle pv \rangle$.

III.3 - Analyse des résultats expérimentaux

Nous allons dans cette sous-partie utiliser les résultats d'essais réalisés dans le but de quantifier les performances acoustiques du Kairlin® (figure 6). Ils consistent à enregistrer la réponse perçue par un récepteur suite à l'émission d'un son à fréquence variable par un émetteur placé de l'autre côté d'une plaque de Kairlin®.

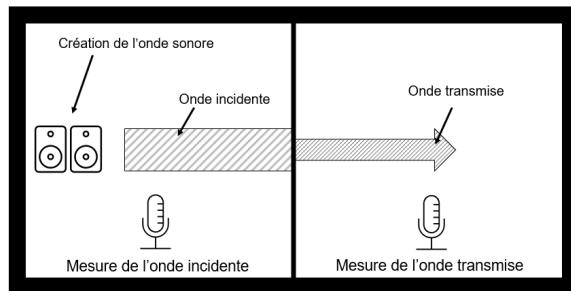


Figure 6 - Essais permettant de déterminer l'indice d'amortissement acoustique

Q29. Le fichier résultat comprend trois lignes précisant la fréquence du signal et les intensités perçues par le récepteur et l'émetteur. Compléter **Instructions 1.1**, **Instruction 1.2** et **Instructions 1.3** de l'**algorithme 2** permettant d'extraire sous trois listes distinctes **fréquence**, **I_emetteur** et **I_recepteur** les fréquences de prise d'échantillonage et les intensités perçues par l'émetteur et le récepteur. Ces listes seront initialisées par les **Instructions 1.1** et converties en tableaux à l'aide des **Instructions 1.3**.

On appelle indice d'amortissement acoustique le réel, exprimé en dB, R_w défini par l'**équation (8)**.

$$R_w = 10 \log \left(\frac{I_{\text{émetteur}}}{I_{\text{récepteur}}} \right). \quad (8)$$

Q30. Compléter l'**Instruction 2** de l'**algorithme 2** permettant de calculer **Gain_dB**, le gain en dB lié à l'amortissement acoustique de la plaque.

Q31. Compléter les **Instructions 3** de l'**algorithme 2** afin d'obtenir les résultats de la **figure 7** :

- L'**Instruction 3.1** définit les grandeurs à tracer ;
- L'**Instruction 3.2** permet d'afficher la légende ;
- L'**Instruction 3.3** génère le titre de l'axe des abscisses ;
- L'**Instruction 3.4** génère le titre de l'axe des ordonnées ;
- L'**Instruction 3.5** nomme le graphique.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

Fichier = open("Resultats.txt", 'r')

[Instructions 1.1]
for lu in Fichier:
    ligne = lu.split("\t")
    [Instructions 1.2]
[Instructions 1.3]

[Instruction 2]
plt.plot([Instruction 3.1])
[Instruction 3.2]
[Instruction 3.3]
[Instruction 3.4]
[Instruction 3.5]
```

Algorithme 2 - Algorithme permettant d'extraire et de tracer les résultats expérimentaux

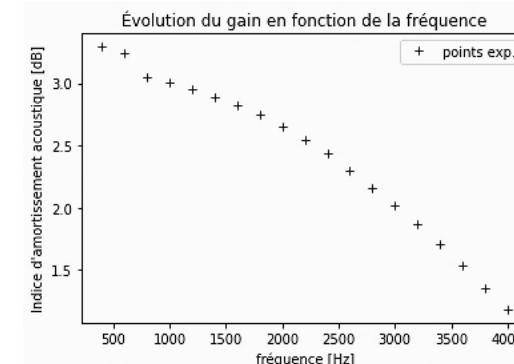


Figure 7 - Résultats expérimentaux

Partie IV - Étude de la fabrication du Kairlin®

Sources :

- D. Valerini, Nanostructured Al-doped ZnO coatings on PLA films for food packaging applications, *NANOFIM* (2015)
- M. Jalabert, Synthèse et caractérisation de poly(lactide)s optiquement purs - Étude cinétique et transestérification intermoléculaire (2007)
- Y. Dong Keun, Reaction Kinetics for the Synthesis of Oligomeric Poly(lactic acid), *Macromolecular Research*, 2005, 13(1), 68

Le Kairlin® est un matériau composite biosourcé réalisé à partir de fibres de lin et d'une matrice d'acide polylactique ou PLA. Il a été inventé dans le but de limiter son impact sur l'environnement. Dans cette partie, nous quantifierons cet impact en déterminant son énergie grise volumique.

Rappelons que l'énergie grise volumique représente la quantité d'énergie consommée lors du cycle de vie d'un matériau, exception faite de sa phase d'exploitation.

Cette étude sera divisée en deux sous-parties :

- calcul du ratio fibre – matrice ;
- étude de la réaction de la fabrication de l'acide polylactique et détermination de l'empreinte carbone d'un panneau de composite.

IV.1 - Étude macroscopique du matériau

Dans le but de déterminer la proportion de fibres dans le Kairlin®, une fine couche de composite est photographiée lorsque cette dernière est soumise à une intensité lumineuse. Les transmittances - rapport entre les intensités des ondes transmises et incidentes - des fibres de lin et de l'acide polylactique étant différentes, les deux éléments du composite se distinguent comme l'illustre la **figure 8**. La longueur d'onde de la source lumineuse a été judicieusement choisie dans le but de maximiser le contraste entre les fibres de lin et le PLA. Les courbes de transmittance proposées, **figure 9**, sont données pour une épaisseur de matériau fixée.

ANNEXE

Quelques commandes utiles en langage Python

I. - Bibliothèque NUMPY

Dans les exemples ci-dessous, la bibliothèque `numpy` a préalablement été importée à l'aide de la commande : `import numpy as np`.

On peut alors utiliser les fonctions de la bibliothèque, dont voici quelques exemples :

- `np.linspace(start, stop, N point)` :

- o description : renvoie un nombre d'échantillons espacés uniformément, calculés sur l'intervalle [start, stop]
- o argument d'entrée : début, fin et nombre d'échantillons dans l'intervalle
- o argument de sortie : un tableau

Commande	Résultat
<code>np.linspace(1, 4, 5)</code>	<code>[1., 1.75, 2.5, 3.25, 4.]</code>

- `np.zeros(i)` :

- o description : renvoie un tableau de taille i rempli de zéros.
- o argument d'entrée : un scalaire
- o argument de sortie : un tableau

Commande	Résultat
<code>np.zeros(5)</code>	<code>[0, 0, 0, 0, 0]</code>

- `np.array(liste)` :

- o description : crée une matrice (de type tableau) à partir d'une liste.
- o argument d'entrée : une liste définissant un tableau à 1 dimension (vecteur) ou 2 dimensions (matrice)
- o argument de sortie : un tableau (matrice)

Commande	Résultat
<code>np.array([4, 3, 5])</code>	<code>[4, 3, 5]</code>

- `A[i,j]` :

- o description : retourne l'élément (i + 1, j + 1) de la matrice A. Pour accéder à l'intégralité de la ligne i + 1 de la matrice A, on écrit `A[i, :]`. De même, pour obtenir toute la colonne j + 1 de la matrice A, on utilise la syntaxe `A[:, j]`
- o argument d'entrée : une liste contenant les coordonnées de l'élément dans le tableau A
- o argument de sortie : l'élément (i + 1, j + 1) de la matrice A

Commande	Résultat
<code>A = np.array([[1, 2, 1], [4, 6, 3], [1, 3, 8]]) A[1, 2]</code>	<code>3</code>

- `chaine.split(motif)` :

- o description : divise une chaîne de caractères en une liste ordonnée de sous-chaînes, place ces sous-chaînes dans un tableau et retourne le tableau. La division est effectuée en recherchant un motif
- o argument d'entrée : motif
- o argument de sortie : un tableau

Commande	Résultat
<code>A = 'azert yuiop' A.split(' ')</code>	<code>['azert', 'yuiop']</code>

II. - Bibliothèque MATPLOTLIB.PYTHON

Cette bibliothèque permet de tracer des graphiques. Dans les exemples ci-dessous, la bibliothèque `matplotlib.pyplot` a préalablement été importée à l'aide de la commande : `import matplotlib.pyplot as plt`.

- o description : fonction permettant de tracer un graphique de n points dont les abscisses sont contenues dans le vecteur x et les ordonnées dans le vecteur y. Cette fonction doit être suivie de la fonction `plt.show()` pour que le graphique soit affiché
- o argument d'entrée : un vecteur d'abscisses x (tableau de n éléments) et un vecteur d'ordonnées y (tableau de n éléments). La chaîne de caractères 'SC' précise le style et la couleur de la courbe tracée. Des valeurs possibles pour ces deux critères sont :

Valeurs possibles pour S (style) :

Description	Ligne continue	Ligne traitillée	Marqueur rond	Marqueur plus
Symbol S	-	--	o	+

Valeurs possibles pour C (couleur) :

Description	bleu	rouge	vert	noir
Symbol C	b	r	g	k

- o argument de sortie : un graphique

```
x= np.linspace(3,25,5)
y=sin(x)
plt.plot(x,y,'-b') # tracé d'une ligne bleue continue
plt.title('titre_graphique') # titre du graphe
plt.xlabel('x') # titre de l'axe des abscisses
plt.ylabel('y') # titre de l'axe des ordonnées
plt.show()
```

FIN