



# Partie D – Diffusion thermique dans un barreau

## I - Barreau non isolé en régime stationnaire (paillasse professeur)

Dans cette partie, on étudie un modèle d'ailette de refroidissement, constituée d'un barreau métallique homogène en fer/acier, de section circulaire de diamètre  $d = 15$  mm, de longueur  $L = 64$  cm. La base du barreau peut être plongée dans un bain thermostaté.

Données :

- conductivité thermique de l'acier  $\lambda \simeq 50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,
- coefficient de transfert conducto-convectif  $h \simeq 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ,
- masse volumique du fer  $\mu = 7,86.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,
- capacité thermique massique du fer  $c = 444 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

On modélise les échanges pariétaux, de type conducto-convectif, par la loi linéaire de Newton. On note  $h$  le coefficient de transfert conducto-convectif, supposé indépendant de la température.

### 1 - Étude théorique - Durée $\simeq 30$ mn

☞ Rappeler la loi de Fourier relative au vecteur densité de courant thermique  $\vec{j}_Q$  qui caractérise le phénomène de conduction thermique le long de l'axe du barreau.

L'air qui entoure le barreau, de température uniforme  $T_a$ , échange avec le barreau un transfert conducto-convectif. Dans une fine couche de fluide au contact de la surface du solide, ce transfert latéral peut-être modélisé par la loi de Newton :

$$\vec{j}_{cc}(x, t) = h(T(x, t) - T_a) \vec{n}$$

où  $\vec{j}_{cc}$  correspond à la densité de flux conducto-convectif et  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire, normal à la surface d'échange et orienté du solide vers l'air. Le coefficient  $h$  est appelé coefficient de transfert thermique de surface.

☞ En réalisant un bilan de puissance thermique sur une tranche de longueur  $dx$  du barreau, montrer que la température suit l'équation différentielle :

$$\mu c \frac{d}{2} \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{d}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - 2h(T - T_a)$$

☞ Montrer que dans la situation du régime stationnaire, cette équation différentielle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} T = -\frac{1}{\delta^2} T_a$$

Donner l'expression de  $\delta$ .

Calculer sa valeur (notée  $\delta_{th}$ ).

☞ Expliciter les conditions aux limites que doit vérifier le champ de température  $T(x)$  en  $x = 0$  et en  $x = L$ .

☞ En précisant les approximations effectuées, obtenir une expression analytique approchée de  $T(x)$  dans le cas où  $L \gg \delta$ .

### 2 - Étude expérimentale - Durée $\simeq 30$ mn

On cherche à mettre en évidence la décroissance exponentielle de la température le long du barreau et à déterminer la valeur expérimentale de  $\delta$  (notée  $\delta_{exp}$ ).

Pour cela, nous allons faire des mesures de température à différents emplacements sur barreau grâce à sonde de température.

La difficulté pour ces mesures de température vient du contact thermique entre le capteur (un thermocouple) et le barreau. Nous avons placé des petites boules de pâte thermique et il va falloir être patient à chaque mesure. La sonde de température est reliée au logiciel LatisPro via la carte SySam. Vous allez faire une acquisition pas à pas, d'abord tous les deux centimètres puis tous les 4.

- ✖ Réaliser l'acquisition.
- ✖ Grâce à la modélisation, retrouvez les principales caractéristiques du champ de température dans le barreau.

Il est aussi possible d'utiliser une caméra thermique afin de faire des relevés de température le long du barreau. Une difficulté expérimentale apparaît alors : l'acier a une faible émissivité et un bon pouvoir réfléchissant. Des morceaux d'adhésif noir ont donc été placés pour pouvoir faire des pointages avec la caméra thermique.

- ✖ Observer l'évolution du champ de température dans le barreau à l'aide de la caméra thermique.

Pour mettre en route la caméra thermique, il faut appuyer longtemps sur le bouton de droite.

Le menu pour les réglages s'ouvre avec le bouton de gauche.

Pour prendre une photo (IR) il faut que le mode USB soit en "projection". Appuyez sur la gachette rouge puis sauvez avec le bouton de gauche ("saved") doit apparaître à l'écran.

Pour transférer la photo sur l'ordinateur il faut relier la caméra à l'ordinateur avec le cable USB. Passer en mode USB "USB" et ouvrir le logiciel Thermotools.

- ✖ Exploiter la photographie IR.
- ✖ Pour le plaisir, utiliser la représentation 3D.

## II - Barreau isolé latéralement

### 1 - Le dispositif

Le dispositif utilisé pour cette partie est celui présenté sur la photographie ci-dessous :



Ce dispositif est constitué d'une barre de cuivre d'une longueur d'une cinquantaine de centimètre. Celle-ci est calorifugée latéralement, afin de diminuer au maximum les fuites thermiques radiales le long de la barre. Un module Peltier permet, par effet thermoélectrique (création d'un transfert thermique par le biais d'un phénomène électrique), d'imposer un flux thermique à l'une des extrémités de la barre grâce à la circulation d'un courant électrique dans le module.

Un ensemble de sept thermocouples, situés en divers points de la barre, permettent la mesure de la température en ces points.

On donne : le diamètre de la barre  $a = 20 \text{ mm}$ ; la capacité thermique massique  $c = 385,0 \pm 7,0 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  et la

masse volumique  $\mu = 8960 \pm 13 \text{ kg.m}^{-3}$ .

## 2 - Réponse à un échelon de température

### a) Mise en place de l'expérience

**Très important !** Il faut suivre les instructions données sur la carcasse.

- Brancher l'alimentation symétrique  $\pm 12 \text{ V}$  sur le dispositif contenant la barre de cuivre.
- Mettre en position 1 l'alimentation générale (les ventilateurs se mettent en route).
- Réglage du GBF sur le mode signal continu avec une amplitude de  $1,0 \text{ V}$ . Faire vérifier le signal.  
**Ne pas envoyer le signal du GBF !**
- Brancher l'interface sur lequel sont reliés les thermocouples à l'ordinateur via un port USB.
- Ouvrir le logiciel "PicoLog".
- Sélectionner les voies d'entrée une à une (de 1 à 7) et régler les paramètres d'acquisition (période d'échantillonnage de  $5 \text{ s}$ , thermocouple "type T", une décimale).
- Lancer l'acquisition (vous choisissez un enregistrement local, sur une durée déterminée (1h15)).
- Envoyer la consigne.
- Sélectionner l'affichage des courbes.

### b) Exploitation du régime transitoire

☒ Reproduire sur votre compte rendu l'allure des courbes obtenues pour trois thermocouples différents.

☒ Rappeler l'équation, en ordre de grandeur, entre la distance sur laquelle le phénomène de diffusion est perceptible et le temps écoulé depuis le début du phénomène.

✗ Déduire des mesures précédentes un ordre grandeur de la diffusivité thermique  $D_{\text{th}}$  du cuivre. En déduire également une estimation de la conductivité thermique  $\lambda$  du cuivre.

### c) Exploitation du régime permanent

Une fois le régime permanent atteint, relever les températures mesurées par chacun des thermocouples. Les noter dans votre compte-rendu. Relever également les abscisses de chacun des thermocouples.

Tracer la courbe  $T(x)$  à l'aide de Python. Le résultat observé est-il conforme à ce que laissait présager l'étude théorique ?

Effectuer une régression linéaire (à l'aide de la commande polyfit de la bibliothèque numpy) afin d'accéder à la valeur du coefficient directeur de la droite obtenue.

Le constructeur indique que la puissance délivrée par le module Peltier est de l'ordre de la dizaine de watts. En déduire une estimation de la conductivité thermique du cuivre.

La documentation donne  $\lambda = 401 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , commenter.

## 3 - Forçage sinusoïdal

### a) Mise en place de l'expérience

**Très important !** Il faut suivre les instructions données sur la carcasse.

- Brancher l'alimentation symétrique  $\pm 12 \text{ V}$  sur le dispositif contenant la barre de cuivre.
- Mettre en position 1 l'alimentation générale (les ventilateurs se mettent en route).
- Réglage du GBF sur le mode signal sinusoïdal avec une amplitude crête à crête de  $1,0 \text{ V}$  et une période de  $300 \text{ s}$ .  
**Faire vérifier le signal.**  
**Ne pas envoyer le signal du GBF !**
- Brancher l'interface sur lequel sont reliés les thermocouples à l'ordinateur via un port USB.

- Ouvrir le logiciel "PicoLog".
- Sélectionner les voies d'entrée une à une (de 1 à 7) et régler les paramètres d'acquisition (période d'échantillonnage de 5 s, thermocouple "type T", une décimale).
- Lancer l'acquisition (vous choisissez un enregistrement local, sur une durée déterminée (1h15)).
- Envoyer la consigne.

### b) Étude théorique

On considère une nouvelle fois l'équation de diffusion suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} .$$

On cherche cette fois des solutions sous forme d'onde progressive harmonique complexe de la forme :

$$\underline{T}(x, t) = T_0 \exp(j(\omega t - \underline{k}x)) ,$$

où  $\underline{k}$  peut éventuellement être complexe.

- ☞ Déterminer la relation de dispersion reliant  $\omega$  à  $\underline{k}$ .
- ☞ On écrit  $\underline{k} = k_r + jk_j$  où  $k_r$  et  $k_j$  sont des réels. Déterminer les expressions de  $k_r$  et  $k_j$ .
- ☞ En déduire la forme des solutions réelles  $T(x, t)$ . Qu'en déduit-on quant à la propagation des ondes thermiques dans le milieu ?
- ☞ Introduire une distance caractéristique  $\alpha$  d'atténuation de l'amplitude des oscillations au fil de la propagation.

### c) Exploitation

- ✖ Déterminer l'amplitude des oscillations de température observées pour chacun des thermocouples.
- ✖ Tracer, à l'aide de Python, la courbe donnant l'amplitude des oscillations en fonction de  $x$ .
- ✖ Quelle courbe peut-on tracer si l'on souhaite déterminer la valeur de  $\alpha$ ? Effectuer ce tracé et, par une régression linéaire, déterminer la valeur de  $\alpha$ .
- ✖ En déduire une deuxième valeur pour la conductivité thermique du cuivre.