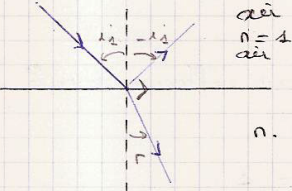


A – Formation des images

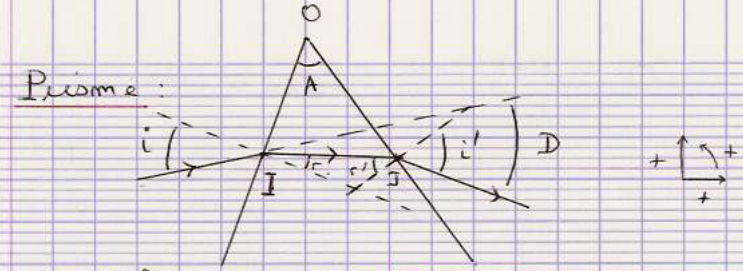
Exercice 1 Angle de Brewster



On veut avoir
 $\pi - \alpha_1 - r = \frac{\pi}{2}$
 soit $\alpha_1 + r = \frac{\pi}{2}$
 avec $\sin \alpha_1 = n \sin r = n \cos \alpha_1$
 et $\alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$ $\sin r = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_1) = \cos \alpha_1$
 $\sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha_1 = \frac{\sin^2 \alpha_1}{n^2}$
 $\sin^2 \alpha_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{n^2}}$ $\sin \alpha_1 = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$
 AN : pour l'eau $n = 1,33$. $\alpha_1 = 0,93$ rad
 $= 53^\circ$

Exercice 2 Prisme

Prisme :



- Réflexion en I : $\sin i = n \sin r$ (1)
 Réflexion en J : $n \sin r' = \sin i'$ (2)
- n dépend de λ donc r dépend de λ pour i fixé. Chaque longueur d'onde a des rayons différents. Il y a décomposition de la lumière blanche.
- λ est fixé, donc n aussi.
 - Dans le triangle (OIJ) :
 $A + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} - r' = \pi$
 $\Rightarrow A = r + r'$ (3)
 - Soit D la déviation des rayons lumineux pour $D > 0$.
 $D = -i + r + r' - i'$
 $D = A - i - i'$
 $D = i + i' - A$ (4)
 - On cherche un extrémum de déviation soit
 $\frac{dD}{di} = 0$.

(4) $\rightarrow \frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di} = 0$ ($A = \text{cte}$)

$$\text{Or } \frac{d(2)}{di} \rightarrow n \cos r' \frac{dr'}{di} = \cos(i') \frac{di'}{di}$$

$$\text{soit } \left| \frac{di'}{di} = n \frac{\cos r'}{\cos i'} \frac{dr'}{di} \right.$$

$$\text{De plus } \frac{d(3)}{di} \rightarrow 0 = \frac{di}{di} + \frac{di'}{di}$$

$$\text{Soit } \left| \frac{di'}{di} = -\frac{di}{di} \right.$$

$$\text{Et enfin } \frac{d(4)}{di} \rightarrow \left| \cos i = n \cos r \frac{dr}{di} \right.$$

Il vient donc

$$\frac{dD}{di} = 0 = 1 + n \frac{\cos r'}{\cos i'} \left(-\frac{\cos i}{\cos r} \right) \times \frac{1}{n}$$

$$\Leftrightarrow \cos i' \cos r = \cos i \cos r'$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin^2 i') \cos^2 r = (1 - \sin^2 i) \cos^2 r'$$

$$\Leftrightarrow (1 - n \sin^2 r') \cos^2 r = (1 - n \sin^2 r) \cos^2 r'$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 r - n \sin^2 r' \cos^2 r = \cos^2 r' - n \sin^2 r \cos^2 r'$$

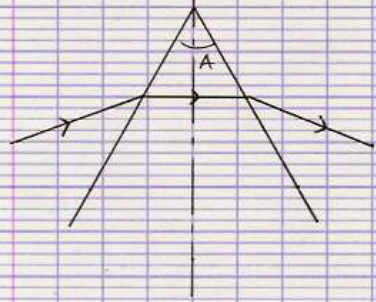
$$\begin{aligned} 1 - \sin^2 r - n \sin^2 r' + n \sin^2 r' \sin^2 r \\ = 1 - \sin^2 r' - n^2 \sin^2 r + n \sin^2 r \sin^2 r' \end{aligned}$$

$$(n^2 - 1) \sin^2 r = (n^2 - 1) \sin^2 r'$$

$$r = r'$$

correspond à l'extrême m de déviation.

(d) Comme $n = n'$ on a $i = i'$



De plus $A = 2r_m$
 $D = -A + 2i_m$

$$n = \frac{\sin i_m}{\sin r_m}$$

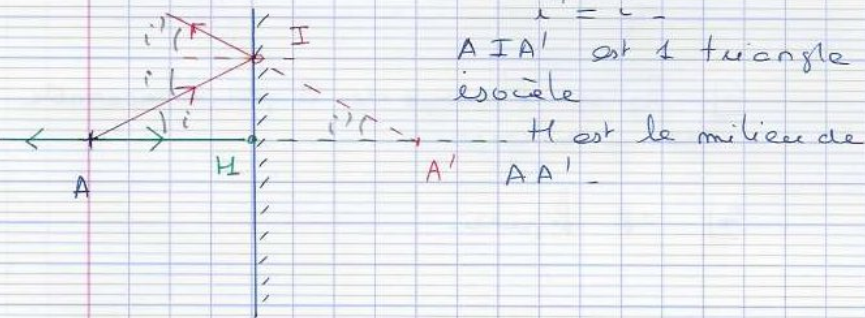
$$n = \frac{\sin \left(\frac{D_m + A}{2} \right)}{\sin \left(\frac{A}{2} \right)}$$

Exercice 3 Étude d'un périscope simple

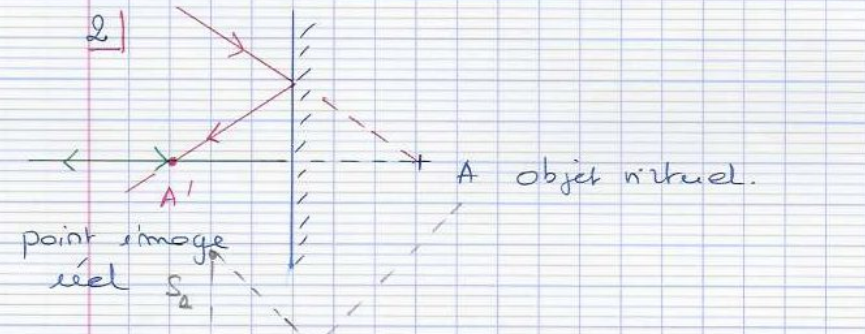
7. Étude d'un périscope simple

1] Formule de conjugaison des miroirs plans:
 $A \xrightarrow{H} A'$ $\overline{AH} + \overline{A'H} = 0$
 $H =$ projeté orthogonal de A sur le miroir

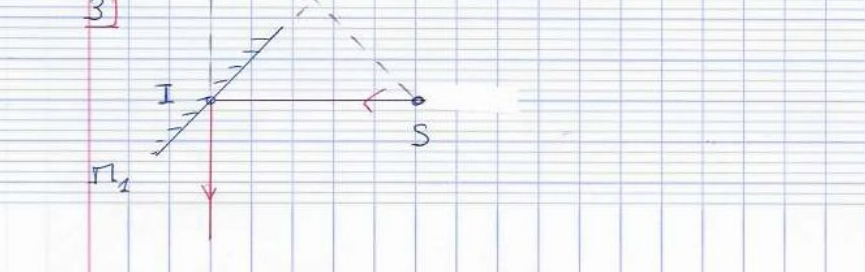
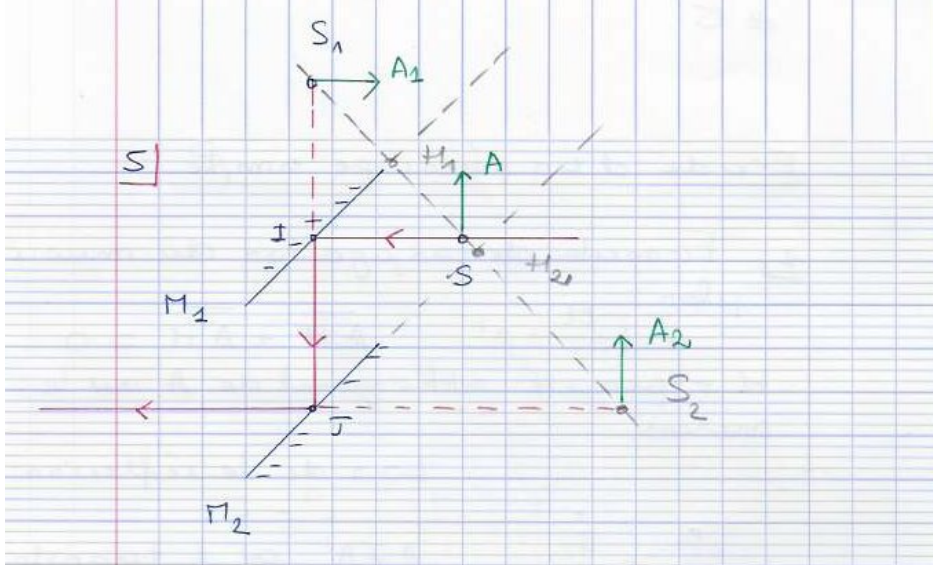
Lois de la réflexion:
 $i' = i$
 AIA' est un triangle isocèle
 H est le milieu de AA'



2]



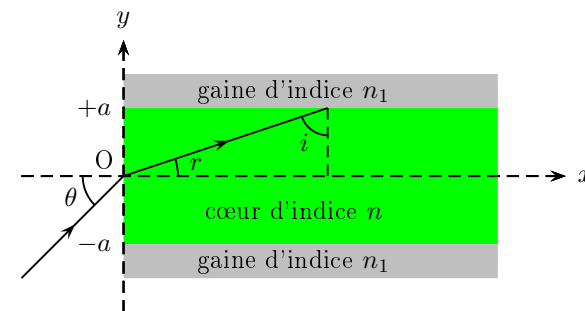
3]

6] S_2 est l'image de S par l'ensemble des 2 miroirs

7] cf figure.

Exercice 4 Fibre à saut d'indice



1. Un rayon se propageant dans le cœur reste confiné s'il se réfléchit totalement sur la gaine. Il faut donc qu'il y ait réflexion totale à l'interface cœur/gaine.

Le rayon réfracté n'existe pas. On doit donc avoir un angle d'incidence i plus grand qu'un angle limite i_ℓ qui correspond à la limite de l'existence du rayon réfracté.

À la limite de l'existence du rayon réfracté, ce dernier a un angle de réfraction de $\frac{\pi}{2}$, on a donc, d'après les lois de la réfraction : $n \sin i_\ell = n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow n \sin i_\ell = n_1$. Finalement, la condition demandée est

$$i > i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_1}{n}\right)$$

2. À l'entrée de la fibre, il y a réfraction :

$$\sin(\theta) = n \sin(r).$$

Or, le triangle (OIH) est rectangle en H . On a $r + i + \frac{\pi}{2} = \pi$, soit $r = \frac{\pi}{2} - i$.

On en déduit $\sin \theta = n \cos i$. Pour $i \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, la fonction cosinus est décroissante d'où $i > i_\ell \Leftrightarrow \cos i < \cos i_\ell$. On en déduit

$$\sin \theta < \sin \theta_\ell = n \cos i_\ell$$

Par définition, $ON = \sin \theta_\ell$. D'après ce qui précède, on en déduit

$$ON = n \cos i_\ell = n \sqrt{1 - \sin^2 i_\ell} = n \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2}, \text{ soit}$$

$$ON = \sqrt{n^2 - n_1^2}$$

3. Pour $n = 1,500$ et $n_1 = 1,470$, on trouve $ON = 0,2985$.

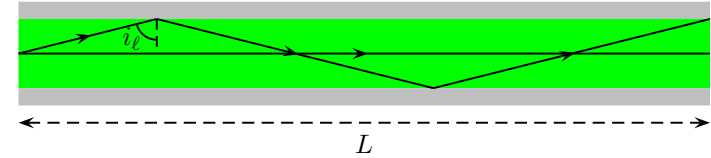
4. Le rayon tel que $\theta = 0$ est celui qui parcourt le plus rapidement la fibre.

Le rayon tel que $\theta = \theta_\ell$ est celui qui met le plus de temps pour la traverser.

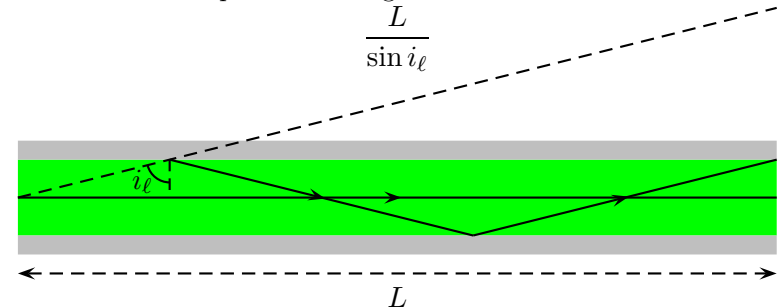
t_1 est le temps de parcours minimal. Dans la fibre, la lumière se propage à la vitesse $v = \frac{c}{n}$, avec c célérité de la lumière dans le vide.

$$t_1 = \frac{nL}{c}$$

t_2 est le temps de parcours maximal. Il correspond au trajet le plus long, c'est-à-dire au r_{max} ou $i_{min} = i_\ell$.



En « dépliant » par la pensée le rayon qui traverse le plus lentement la fibre, on se retrouve à comparer les configurations suivantes :



On a

$$t_2 = \frac{L}{\sin(i_\ell)} \frac{n}{c} = \frac{n^2 L}{n_1 c}$$

Il en résulte une différence de temps de propagation égale à

$$\delta t = \frac{nL}{c \sin i_\ell} - \frac{nL}{c} \text{ qu'on simplifie avec } \sin i_\ell = \frac{n_1}{n} :$$

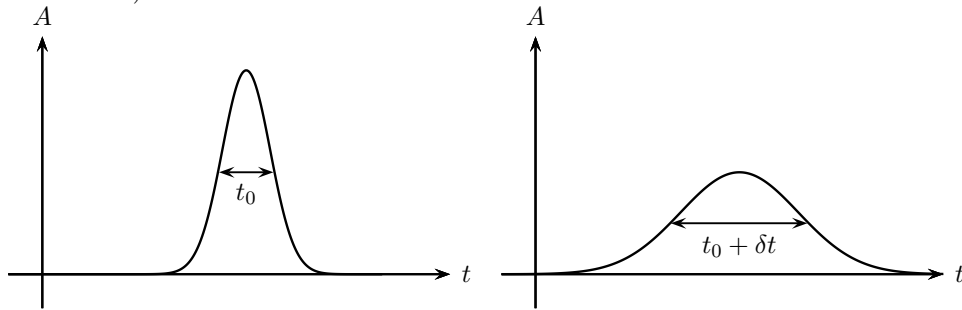
$$\delta t = \frac{nL}{c} \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right)$$

5. $\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 = 1 - 2\Delta \Leftrightarrow \frac{n_1}{n} = (1 - 2\Delta)^{1/2} \Leftrightarrow \frac{n}{n_1} = (1 - 2\Delta)^{-1/2}$. En utilisant l'approximation $(1+x)^\alpha \simeq 1 + \alpha x$ au voisinage de zéro, on en déduit $\frac{n}{n_1} \simeq 1 + \Delta$ d'où

$$\delta t \simeq \frac{nL\Delta}{c}$$

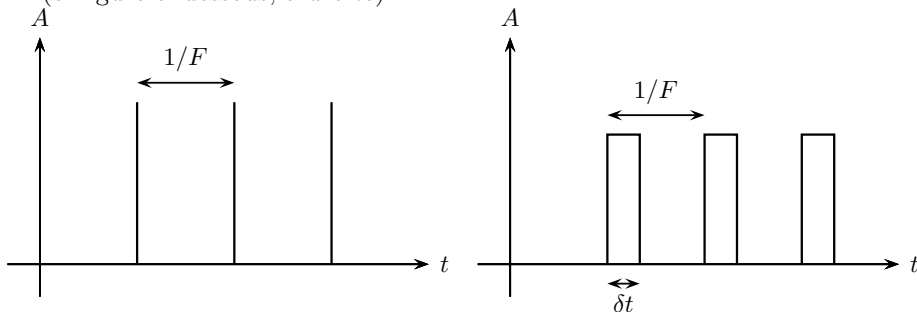
6. L'impulsion lumineuse s'est « étalée » temporellement de δt à cause de la différence de temps de propagations des différents rayons d'où $t'_0 = t_0 + \delta t$. Elle s'est en outre « aplatie » par conservation de l'énergie. La figure ci-dessous

représente l'impulsion en entrée de fibre (à gauche) et en sortie de fibre (à droite) :



7. Pour éviter le recouvrement des impulsions en sortie de fibre, il faut $\delta t \leq \frac{1}{F}$

(cf figure ci-dessous, à droite).



8. À la limite de non recouvrement, on a $\delta t = \frac{1}{F}$. On en déduit la bande passante : $B = L_{\max} \cdot F = L_{\max} / \delta t$, soit $B = \frac{c}{n\Delta}$.

9. $\Delta = 1,98 \times 10^{-2}$, $B = 1,01 \times 10^{10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 10,1 \text{ MHz} \cdot \text{km}$ et $L_{\max} = 101 \text{ m}$. On peut utiliser ce type de fibre pour des transferts de données informatiques dans un bâtiment, mais pas pour des grandes distances.

Exercice 5 Lentille plate de Veselago

Schéma

1. D'après les lois de la réflexion
 $n \sin i_1 = n' \sin i_2$ avec i_2 angle de réflexion
 Or $i_1 > 0$ donc si $n < 0$ $i_2 < 0$

Le rayon réfléchi se trouve du même côté de la normale que le rayon incident.

2. On a $A \xrightarrow{P_{1,n}} A'$

Triangle rectangle (AOI) : $\tan i_1 = \frac{\overline{OI}}{\overline{AO}}$

Triangle rectangle (OIA') : $\tan i_2 = \frac{\overline{OI}}{\overline{A'O}}$

Soit $\overline{OA'} = - \frac{\overline{OI}}{\tan i_2} = + \overline{OA} \frac{\tan i_1}{\tan i_2}$

$\overline{OA'} = \overline{OA} \frac{\sin i_1}{\sin i_2} \times \frac{\cos i_2}{\cos i_1}$

$$\overline{OA'} = m \overline{OA} \sqrt{\frac{1 - \frac{\sin^2 i_1}{n^2}}{1 - \sin^2 i_2}}$$

$$\overline{OA'} = -d \sqrt{\frac{n^2 - \sin^2 i_1}{1 - \sin^2 i_2}}$$

$\overline{OA'}$ dépend de i_1 donc $\mathcal{D}_{4,n}$ n'est pas stigmatique

3. Dans les conditions de Gauss $i_1 \ll 1$ rad et $\sin i_2 \approx i_2$

$$\overline{OA'} \approx -nd. \quad \text{Ne dépend pas de } i_1$$

Le stigmatisme est assuré.

L'inversion par translation impose que B' soit dans le même plan de front que A' .

Il y a aplanétisme.

4. L'image $A'B'$ se situe dans le métamatériau si $\overline{OA'} < e$
 $\Leftrightarrow -nd < e$

$A_2 B_2$ se situe à droite de $A'B'$ (à la distance $-nd_2$ du dioptre).

L'image de $ABA_2 B_2$ par le dioptre est $A'B'A_1 B_1'$. Il y a renversement longitudinal et rotation longitudinale de l'objet.

5. Soit $A''B''$ l'image de AB par la lentille de Veselago

$$A \xrightarrow{\mathcal{D}_{4,n}} A' \xrightarrow{\mathcal{D}_{m,s}} A''$$

$$\text{avec } \frac{\overline{O_2 A''}}{1} = \frac{\overline{O_2 A'}}{n}$$

$$\text{et } \overline{O_2 A'} = \overline{O_2 O} + \overline{OA'} = -e - nd < 0.$$

$$\overline{O_1 A''} = -\frac{e}{n} - d = \frac{e}{|m|} - d$$

$$\text{or } \frac{e}{|m|} > d \text{ donc } \overline{O_1 A''} > 0$$

On a une image réelle droite de la même taille que l'objet.

Similaire à la lentille mais pas équivalente.

Exercice 6 Détecteur de pluie

Détecteur de pluie

1] Soit λ la longueur d'onde du rayon dans un milieu d'indice n :

$$\text{On a } \lambda = \frac{v}{f} \text{ avec } v = \frac{c}{n}$$

$$\text{Soit } \lambda = \frac{1}{n} \frac{c}{f} \quad \boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}}$$

$$\text{AN: } \lambda_{\text{veuve}} = 467 \text{ nm} \quad \lambda_{\text{eau}} = 526 \text{ nm}$$

2] A la limite de la réflexion totale le rayon réfracté fait un angle de $\frac{\pi}{2}$ avec la normale au dioptre

$$n_1 \sin i_{1e} = n_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin i_{1e} = \frac{n_2}{n_1}}$$

$$\text{Interface veuve/air: } i_{1e}' = 41,8^\circ = 0,730 \text{ rad.}$$

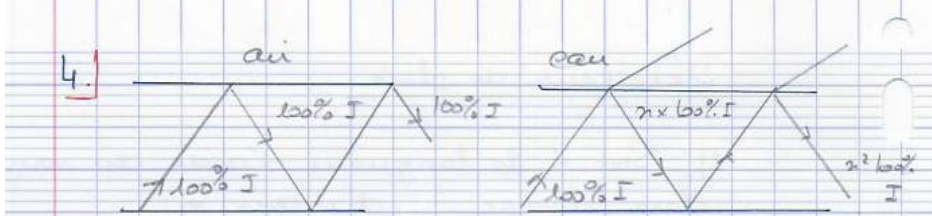
$$\text{Interface veuve/eau: } i_{1e}' = 62,5^\circ = 1,09 \text{ rad.}$$


3] Lorsque $i_0 = 40^\circ$ l'angle d'incidence i vaut 50° (angle complémentaire).

$i > i_{1e}'$ il y a réflexion totale pour l'interface veuve/air

et $i < i_{1e}'$ il y a réflexion partielle sur l'interface veuve/eau.

Ce choix d'angle permet de distinguer les 2 situations.

4.] 

5.] 

Soit p le nombre de réflexions.
A chaque réflexion le rayon parcourt $2 \times \frac{e}{\tan i_0}$

$$p = E \left(\frac{ER}{2e} \tan i_0 \right)$$

$$p = 27 \text{ réflexions.}$$

• Plus il y a de réflexions plus la perte d'intensité en cas de pluie est importante
• Plus il y a de réflexions plus la probabilité de rencontrer des gouttes d'eau à la surface du pare-brise est grande.

ER = 20 cm
e = 30 mm

Exercice 7 Étude d'un doublet

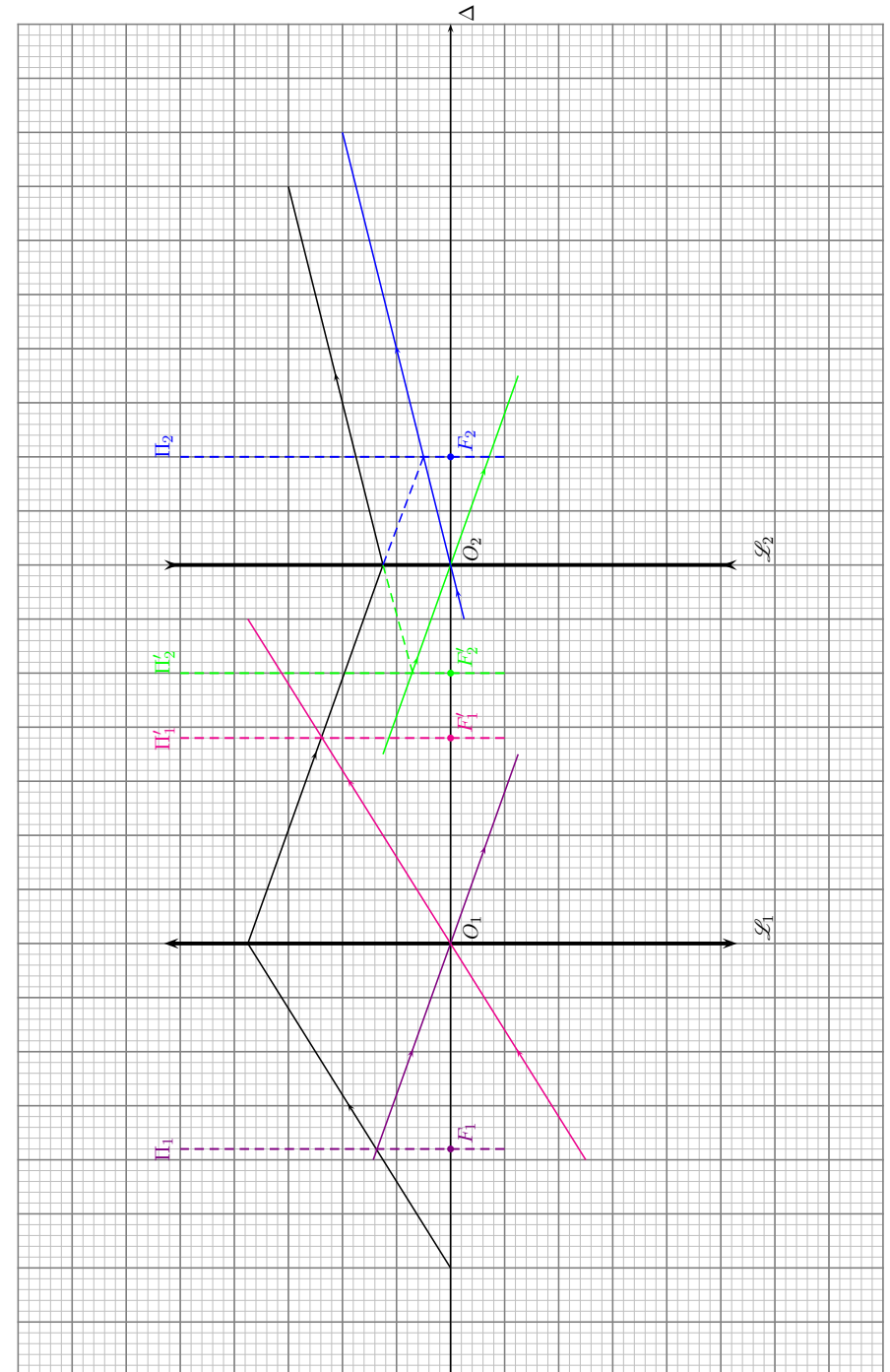
On étudie un doublet comportant deux lentilles L_1 et L_2 , de centres O_1 et O_2 .

1. Ce système est globalement convergent car le rayon émergent fait un angle plus petit avec l'axe optique que l'angle que fait le rayon émergent avec l'axe optique.
2. En prolongeant le rayon incident jusqu'à la première lentille on obtient le

point d'incidence qui est aussi le point d'émergence du rayon intermédiaire.
 En prolongeant le rayon émergent jusqu'à la deuxième lentille on obtient le point d'émergence qui est aussi le point d'incidence du rayon intermédiaire.
 Cf feuille annexe.

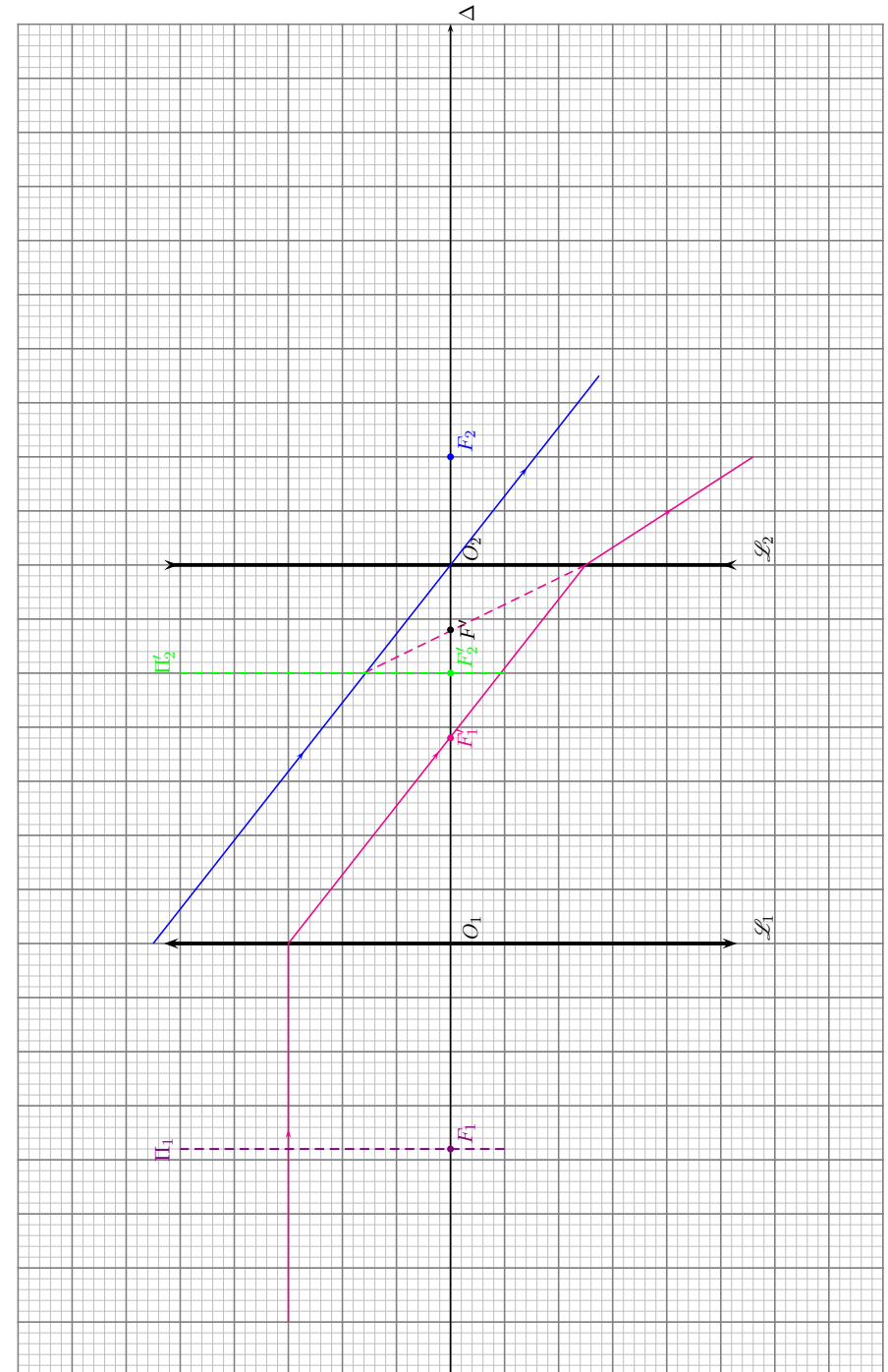
3. \mathcal{L}_1 est une lentille **convergente**.
 \mathcal{L}_2 est une lentille **divergente**.
4. Soient F_1 et F_1' les foyers objet et image de la lentille \mathcal{L}_1 , F_2 et F_2' les foyers objet et image de la lentille \mathcal{L}_2 .
 Pour trouver les foyers, on passe par les plans focaux. Deux rayons incidents passant par un même point du plan focal objet émergent parallèlement. Deux rayons émergents passant par un même point du plan focal image ont leurs incidents parallèles.

On lit $\overline{O_1F_1'} = 3,8$ cm et $\overline{O_2F_2'} = -2,0$ cm.



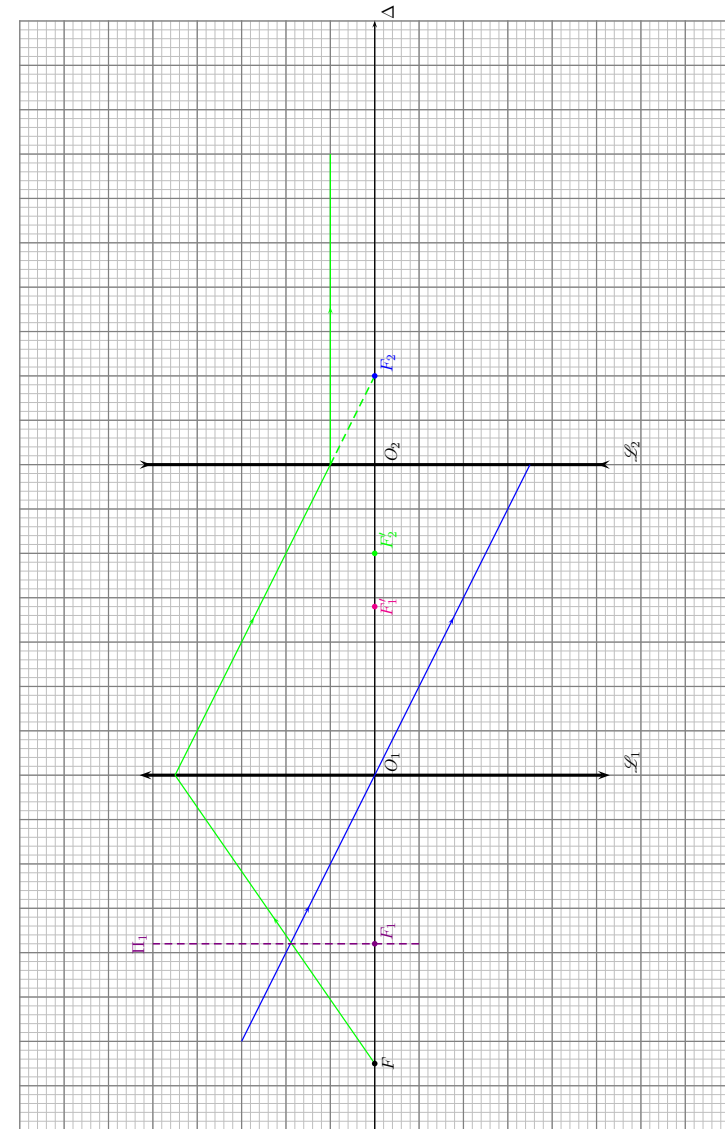
5. Le foyer objet F d'un système optique est le point de l'axe optique qui a son image à l'infini (sur l'axe optique).
Le foyer image F' d'un système optique est l'image d'un point objet à l'infini sur l'axe optique.

Pour les obtenir graphiquement on prend, pour le foyer image un rayon incident parallèle à l'axe optique et le foyer image se trouve à l'intersection de l'émergent et de l'axe optique.



$$\overline{O_1 F'} = 5,8 \text{ cm.}$$

Pour le foyer objet, on part d'un rayon émergent parallèle à l'axe et on cherche l'intersection de l'incident correspondant avec l'axe optique.



$$\overline{O_1 F} = -6,5 \text{ cm.}$$

6. On a, pour le système optique doublet,

$$F \in \Delta \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'_\infty \in \Delta$$

F et F_2 sont conjugués par la lentille \mathcal{L}_1 . D'après la formule de conjugaison avec origine au centre :

$$-\frac{1}{O_1F} + \frac{1}{O_1F_2} = \frac{1}{f'_1}$$

Soit

$$\overline{O_1F} = \frac{O_1F_2 \times f'_1}{f'_1 - O_1F_2} = \frac{(O_1O_2 - f'_2) \times f'_1}{f'_1 - O_1O_2 + f'_2}$$

Application numérique : $\overline{O_1F} = -7,2 \text{ cm}$.

On a, pour le système optique doublet,

$$A_\infty \in \Delta \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F'_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} F' \in \Delta$$

F'_1 et F' sont conjugués par la lentille \mathcal{L}_2 . D'après la formule de conjugaison avec origine au centre :

$$-\frac{1}{O_2F'_1} + \frac{1}{O_2F'} = \frac{1}{f'_2}$$

Soit

$$\overline{O_2F'} = \frac{O_2F'_1 \times f'_2}{f'_2 + O_2F'_1} = \frac{(O_2O_1 + f'_1) \times f'_2}{f'_2 - O_1O_2 + f'_1}$$

Application numérique : $\overline{O_1F} = -1,2 \text{ cm}$.

B – Modèle scalaire et superposition d'ondes lumineuse

C – Trous d'Young

Exercice 1 Mesures interférométriques

I - Trous d'Young

1) (a) Le phénomène physique mis en jeu est la diffraction.

(b) On a $R = k \frac{d_0}{\lambda} \frac{D}{\lambda d}$

R est homogène à une longueur $\Rightarrow D/d^2$
impossible

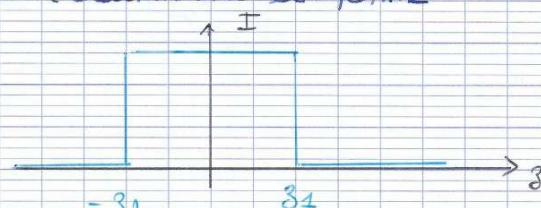
Plus d est petit plus R est gd. $\Rightarrow d/D$ faux

2) (a) On a $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{R}{D}$

$\tan \frac{\theta}{2} = k \frac{d_0}{\lambda d}$ avec $k = 1, 2$

$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1,2 d_0}{\lambda d}$

(b) Si éclairement uniforme



(c) Avec ce modèle on retrouve bien le disque lumineux de rayon $R = \lambda$

On peut les maxima secondaires -

II - Dispositif interférentiel à 2 trous d'Young

1) Synchrone: les 2 sources ont même période temporelle (même pulsation)

Cohérente: les 2 sources n'ont pas en déphasage à l'origine des temps et des espaces spatiaux

a) @ $d_2 = S_2 M$.

$$= \sqrt{\vec{S_2 M}^2}$$

$$= \sqrt{\left[\left(\frac{b}{2} + y \right) \vec{u}_y + D \vec{u}_x + y \vec{u}_z \right]^2}$$

$$d_2 = D \sqrt{1 + \left(\frac{y + b/2}{D} \right)^2 + \frac{y^2}{D^2}}$$

De même

$$d_1 = D \sqrt{1 + \left(\frac{y - b/2}{D} \right)^2 + \frac{y^2}{D^2}}$$

b) Différence de marche $\Delta = d_2 - d_1$
pour $y, y, b \ll D$

DL à l'ordre 2:

$$d_2 \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y + b/2}{D} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{D} \right)^2 \right)$$

$$d_1 \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y - b/2}{D} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{D} \right)^2 \right)$$

Soit

$$\Delta = D \cdot \frac{1}{2D^2} \left[\left(\frac{y + b}{2} \right)^2 - \left(\frac{y - b}{2} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{2D} 2y b$$

$$\Delta = \frac{y b}{D}$$

c) $\delta_{2/1}$ = différence de chemin optique

$$\delta_{2/1} = N_a \Delta \quad \text{par définition}$$

3) Au point M $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$

$$s^2(M, t) = s_1^2(M, t) + s_2^2(M, t) + 2s_1(M, t)s_2(M, t)$$

$$\text{avec } s_1(M, t) = S_{01} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} N_a d_1 - \varphi_1 \right)$$

$$s_2(M, t) = S_{02} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} N_a d_2 - \varphi_2 \right)$$

$$I(M) = k \langle s^2(M, t) \rangle_t$$

$$= k \frac{S_{01}^2}{2} + k \frac{S_{02}^2}{2} + k 2 S_{01} S_{02} \langle \cos \left(\omega t - \frac{2\pi N_a d_1}{\lambda} - \varphi_1 \right) \cos \left(\omega t - \frac{2\pi N_a d_2}{\lambda} - \varphi_2 \right) \rangle_t$$

$$= 2 S_{01} S_{02} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi N_a d_e}{\lambda} - \varphi_e \right) \langle \cos \left(\omega t - \frac{2\pi N_a d_1}{\lambda} - \varphi_1 \right) \cos \left(\omega t - \frac{2\pi N_a d_2}{\lambda} - \varphi_2 \right) \rangle_t$$

$$I(\pi) = I_1(\pi) + I_2(\pi) + 4\sqrt{I_1(\pi)I_2(\pi)}$$

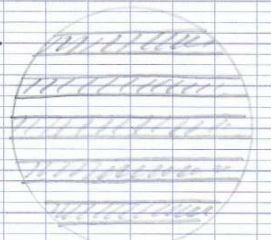
$$\times \frac{1}{2} \langle \cos(2\omega t + \dots) + \cos\left(\frac{2\pi}{b} N a (d_2 - d_1) + \varphi_2 - \varphi_1\right) \rangle$$

avec $\varphi_2 = \varphi_1$ et $I_1(\pi) = I_2(\pi) = I_0$

$$I(M) = 2I_0 + 2I_0 \cos\left(\frac{2\pi}{b} \delta_{2/1}\right)$$

$$I(\pi) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{b} \delta_{2/1}\right) \right]$$

On a $B = \frac{2\pi}{b} \delta_{2/1}$ $A = 2I_0$

4.  S i = interférence

$$\frac{(y+i)b}{Dd_0} = \frac{yb}{Dd_0} + 1$$

$$i = \frac{d_0 D}{b N a}$$

$N \approx \frac{2R}{i}$ nombre de franges
bilantes observées

avec $R = 1 \text{ cm}$

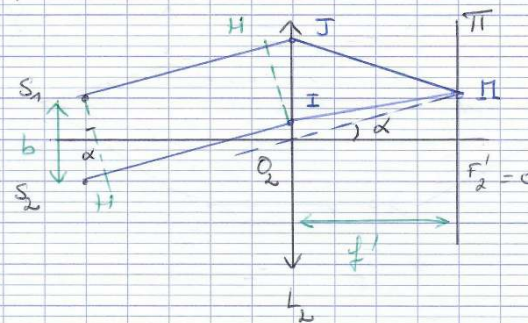
$$N \approx \frac{2 \times 0,01 \times 2 \times 10^{-3}}{1 \times 2 \times 500 \times 10^{-9}}$$

$$N = 10^{1-2-9+2+3}$$

$$N = 4 \times 10^{-2-3-3+9}$$

$$N = 40$$

III Montage expérimental



$$\delta_{2/1} = [(S_2 H + H \Pi) - (S_1 \Pi)]$$

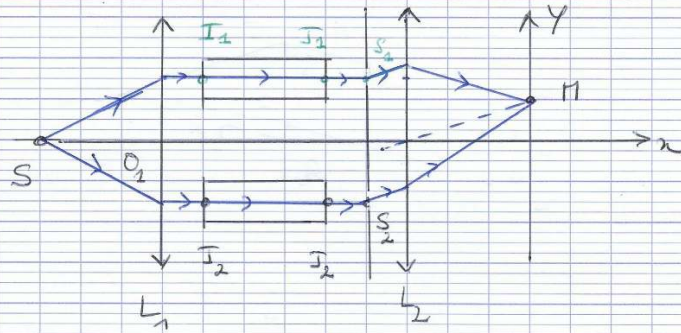
Principe de retour inverse de la lumière \oplus
théorème de Fermat $(\Pi S_1) = (\Pi H)$

D'autre part $S_2 H = b \sin \alpha$ avec $\sin \alpha = \frac{y}{f'^2 + y^2}$

Dans les conditions de Fraunhofer
 $\sin \alpha \approx \alpha$ $\alpha = y/f'$
 $\tan \alpha \approx \alpha$

Il vient $\delta_{2/1} = N a \frac{b y}{f'}$

IV Mesure de l'indice de réfraction



1) On a

$$\delta_{2/1} = (S_1 I_2) + (I_2 J_2) + (J_2 S_2) + (S_2 M) - [(S_1 I_1) + (I_1 J_1) + (J_1 S_1) + (S_1 M)]$$

or $(S_1 I_2) = (S_1 I_1)$ Th de Heisenberg
 I_2 et I_1 e même plan d'onde

$$(I_1 J_1) = N_1 L \quad (J_1 S_1) = (J_2 S_2)$$

$$(I_2 J_2) = N_a L$$

et $(S_2 M) - (S_1 M) = N_a \frac{b y}{f'}$ d'après III

Il vient

$$\delta_{2/1} = (N_a - N_1) L + N_a \frac{y b}{f'}$$

2)
$$i' = \frac{d_0 f'}{b N_a}$$

3. (a) $p_0 = \text{ordre d'interférence initial en } O$
 $p_0 = 0.$

(b) $p_f = \text{ordre d'interférence focal en } O$
 $= \frac{\delta_{2/1}(0)}{d_0}$

$$p'(0) = \frac{N_a - N_1}{d_0} L < 0.$$

les franges ont défilé vers le haut

Pos correspond à $y_{0f} = \frac{(N_1 - N_a) L}{b N_a} f' > 0$

(c) On a $k = E(-p_f) = E\left(-\frac{N_a + N_1}{d_0} L\right)$
 On peut prendre $N_1 = N_a + k \frac{d_0}{L}$

(d) $N_1 = N_a + 100 \times \frac{500 \cdot 10^{-9}}{4,00}$
 $= 5,00 \cdot 10^{-5}$
 ↳ dernier chiffre significatif
 → On doit conserver 8 chiffres significatifs.

D - Michelson

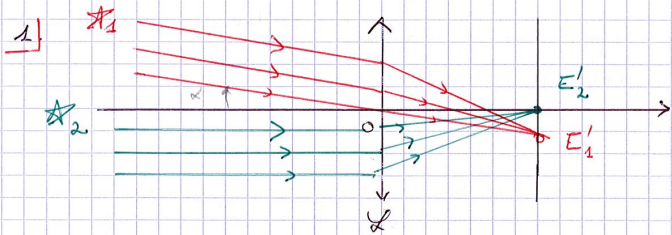
Exercice 1 Mesure optique de propriétés mécaniques

48

Mesure optique de propriétés mécaniques

501

I - Mesure de l'écartement angulaire des étoiles doubles



On observe en E_1' et E_2' deux tâches de diffraction liées au diamètre de la lentille équivalente avec $\sin \theta \approx \frac{b}{d}$

Pour distinguer les 2 étoiles il faut que $E_1' E_2'$ soit plus grand que la tâche de diffraction.

Soit $\tan \alpha = \frac{E_2' E_1'}{f'} > \sin \theta$

Dans l'approximation des petits angles

$\tan \alpha \approx \alpha$ et $\sin \theta \approx \theta$

or $\tan \alpha = \frac{D}{L}$ $D =$ distance entre les 2 étoiles

On doit avoir $D > \frac{bL}{d}$

ou $L < \frac{dD}{b}$ avec $D = 1UA$.

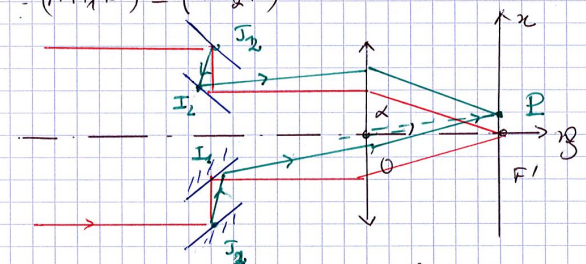
$L_{max} = \frac{d}{b} D$

$L_{max} = \frac{5}{550 \cdot 10^{-9}} \cdot 1UA \text{ en m}$

$L_{max} = \frac{5}{550 \cdot 10^{-9}} \cdot 1,56''$

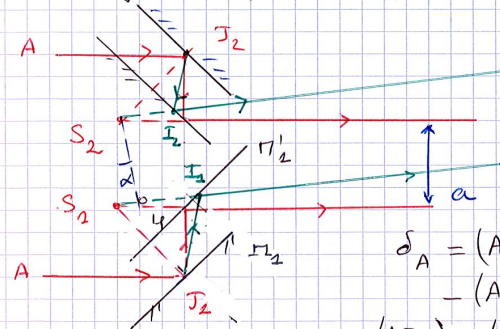
$L_{max} = \frac{5 \times 1,56''}{550 \cdot 10^{-9}} \cdot \frac{10^{-15}}{9,5}$

02 2) Théorème de Malus : les rayons lumineux issus d'un point source S sont perpendiculaires aux surfaces d'onde - (après avoir subi un même nombre de réflexions et de réflexions)
 $d_A =$ différence de marche
 $= (A \Pi_1 P) - (A \Pi_2 P)$



Les rayons qui convergent en P font un angle α avec l'axe optique au sein de la lentille.

On considère S_2 l'image de J_2 par le miroir plan M_1' et S_1 l'image de J_1 par le miroir plan M_2' .



$d_A = (A J_1) + (J_1 I_1) + (I_1 P) - (A J_2) - (J_2 I_2) - (I_2 P)$

avec $(A J_1) = (A J_2)$

$(J_1 I_1) = (S_1 I_1)$ and $(J_2 I_2) = (S_2 I_2)$

Soit $d_A = (S_1 P) - (S_2 P)$

Or si P point source S_0 et est une surface d'onde

2) $(P_{S_2}) = (P_H)$

On a donc $d_A = n(S_1 H) = n a \sin \alpha$
avec $\tan \alpha = \frac{n}{f_1}$ et l'approximation des petits angles

$d_A = n \frac{a n}{f_0}$

$e =$ interférence

$e = \frac{f_0 \cdot \lambda_0}{a}$ ou $e = \frac{\lambda_0 f_0}{a}$

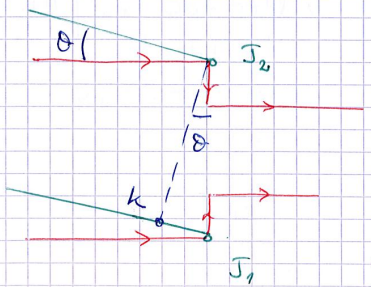
AN $e = \frac{33 \times 550 \cdot 10^{-9}}{2,50 \text{ m}} = 11^2 \frac{3 \times 5}{5 \times 5} \cdot 10^{-6} \cdot \lambda_0$
 $= 11^2 \frac{6}{10} \cdot 10^{-6} = 7,2 \mu\text{m}$
Invisible à l'œil nu!
Très petit.

22 3) D'après la formule de Fresnel

$I_A(P) = 2I_{0,A} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{a n}{f_0} \right) \right]$

22 4) Les sources A et B sont distantes, elles sont donc incohérentes.

L'angle θ induit une différence de marche supplémentaire entre les rayons P_1 et P_2



$d_B = (B J_1) + (J_1 P) - (B J_2) - (J_2 P)$
 $= -(B J_2) + (B J_1) + (k J_1) + d_A$
or B point source et J_2 et k appartiennent à \pm même don d'ordre pour B
 $(B J_2) = (B J_1)$

Soit $d_B = + b \sin \theta + d_A$

$d_B = d_A + b \sin \theta$

22 5) A et B étant incohérentes on a

$I(P) = I_A(P) + I_B(P)$
 $= 2I_{0A} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi d_A}{\lambda_0} \right) \right) + 2I_{0B} \left(1 + \cos \frac{2\pi d_B}{\lambda_0} \right)$
 $= 2(I_{0A} + I_{0B}) \left[1 + \frac{I_{0A}}{I_{0A} + I_{0B}} \cos \left(\frac{2\pi d_A}{\lambda_0} \right) + \frac{I_{0B}}{I_{0A} + I_{0B}} \cos \left(\frac{2\pi d_B}{\lambda_0} \right) \right]$

$I(P) = 2(I_{0A} + I_{0B}) \left[1 + A \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} (d_A + d_B) + \varphi \right) \right]$

avec $A = 1 \times \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda_0} (d_A - d_B) \right)}$

$m = 2 \frac{\sqrt{I_{0A} I_{0B}}}{I_{0A} + I_{0B}}$

et $\tan \varphi = \frac{I_{0B} - I_{0A}}{I_{0B} + I_{0A}} \tan \left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda_0} \right)$

On a donc $k = 2(I_{0A} + I_{0B})$

$A = V(\theta) = \sqrt{1 - 4 \frac{I_{0A} I_{0B} \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda_0} \right)}{(I_{0A} + I_{0B})^2}$

On identifie :

$2\pi \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 2\pi \frac{2d_A + b \sin \theta}{2\lambda_0} + \varphi$

avec $d_A = \frac{a n}{f_0}$ $\frac{\varphi}{2\pi} + \frac{b \sin \theta}{2\lambda_0} = \frac{-\lambda_0}{\lambda_0}$

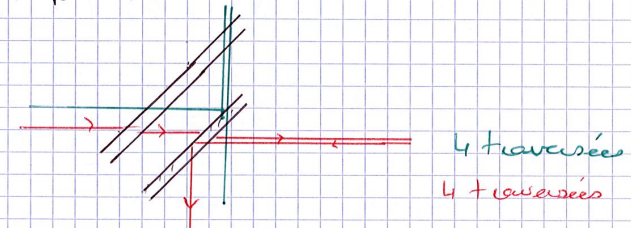
D'où $\Delta \lambda = \frac{\lambda_0}{a}$ et

Interfrange

37

6) n_0 = abaisse de la fente centrale Δx = interférence $V(\theta)$ = facteur de visibilitéII La raie rouge de l'hydrogèneA - la méthode de Michelson

8) La compensation permet d'avoir le même nombre de traversées des lames de verre pour les 2 rayons. La face réfléchissante est la face supérieure de la séparatrice.



9) Si les deux miroirs sont bien perpendiculaires aux axes Ox et Oy le Michelson est réglé en forme d'air - En source étendue les franges sont localisées à l'infini - Ces franges sont des anneaux d'égal épaisseur

10) A $t=0$ contact optique

$$e(t) = v t$$

$$\text{et } \delta = 2n e \cos i$$

$$I(t) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi n v t \cos i}{\lambda_0}\right) \right]$$

Pour $i=0$

$$I(t) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} 2vt\right) \right]$$

B. La mesure de la structure fine de la raie rouge

52

$$d_1 = d_0 \quad d_2 = d_0 + \Delta d$$

14. les 2 longueurs d'onde formant deux sources incohérentes

$$I(t) = I_1(t) + I_2(t)$$

$$= 2I_1 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{d_0} \delta\right) \right) + 2I_2 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{d_0 + \Delta d} \delta\right) \right)$$

$$= 2(I_1 + I_2) \left[1 + \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{d_0} \delta\right) \right.$$

$$\left. + \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{d_0 + \Delta d} \delta\right) \right]$$

$$= 2(I_1 + I_2) \left[1 + A' \cos\left(4\pi \delta \left(\frac{1}{d_0 + \Delta d} + \frac{1}{d_0}\right) + \varphi'\right) \right]$$

$$\text{avec } A' = 1 \sqrt{1 - m^2 \sin^2 \pi \delta \left(\frac{1}{d_0} - \frac{1}{d_0 + \Delta d}\right)}$$

$$m = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

$$\text{et } \tan \varphi' = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \tan\left(\pi \delta \frac{\Delta d}{d_0^2}\right)$$

$$\text{Soit } C(t) = A'(t)$$

$$= \sqrt{1 - \frac{4 I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2} \sin^2\left(2\pi \sigma t \frac{\Delta d}{d_0^2}\right)}$$

(OK)

C_{\min} correspond à $\sin^2(\) = 1$.

$$C_{\min} = \sqrt{1 - \frac{4 I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2}}$$

$$C_{\min} = \frac{|I_1 - I_2|}{I_1 + I_2}$$

$$C_{\max} = 1 \quad (\sin^2(\) = 0)$$

021

26) Pour $\Delta \lambda = 8,5 \text{ nm}$ $C_{\min} = 0,15$.

$$\text{or } C_{\min} = \frac{1 - I_2/I_1}{1 + I_2/I_1}$$

$$C_{\min} + C_{\min} \frac{I_2}{I_1} = 1 - \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{I_2}{I_1} (1 + C_{\min}) = 1 - C_{\min}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1 - C_{\min}}{1 + C_{\min}}$$

$$\text{AN } \frac{I_2}{I_1} = \frac{0,85}{1,15} = 0,74$$

On a $\Delta n = \sigma t \Delta d$ que $2\pi \Delta n \frac{\Delta d}{d_0^2} = \frac{\pi}{2}$

$$\text{soit } \frac{\Delta d}{d_0} = d_0 \frac{1}{4 \Delta \lambda}$$

$$\text{AN } \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{4 \times 8,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{1,1 \times 10^{-7}}{4 \times 8,5 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Delta d/d_0 = 1,6 \cdot 10^{-5}$$

03