A – Régime continu

Exercice A – 1 Détermination expérimentale de la conductivité électrique du cuivre

On cherche à mettre en place un protocole expérimental permettant de déterminer la conductivité électrique du cuivre et à exploiter un résultat de mesure.
Pour ce faire, on dispose d'un fil de cuivre de longueur 10,0 mètres, de section circulaire de diamètre 2,0 mm, recouvert d'une résine isolante, que l'on enroule grossièrement pour réduire l'encombrement (on néglige toute déformation due à l'enroulement). Ce fil est plongé dans un bain thermostaté, muni d'un agitateur, pour maintenir sa température au voisinage de 20^oC. On commence par connecter le fil aux bornes d'un ohmmètre dont un extrait de la notice est fourni dans la table 1.
On se place sur le calibre le mieux adapté. L'ohmmètre affiche 0,1 Ω.

❑ 1– Quel calibre est le mieux adapté pour cette mesure (on justifiera ce choix) ? Quelle incertitude doit-on associer à la valeur affichée ? Commenter.

Calibres	Précision	Courant de Mesure	Résolution
500 Ω		1 mA	0,1 Ω
5 kΩ		125 μA	1 Ω
50 kΩ	$0,3\%$ L + 3 UR	12,5 μA	10 Ω
500 kΩ		1,25 μA	100 Ω
5 MΩ	$0,5\%$ L + 3 UR	125 nA	1 kΩ
50 MΩ	1% L + 3 UR	30 nA	10 kΩ

Table 1 – Tableau extrait de la notice de l'ohmmètre utilisé.

On cherche à déterminer la résistance électrique du fil à l'aide d'un autre montage, exploitant la loi d'Ohm, un générateur de courant continu pouvant délivrer quelques ampères sous quelques volts, un voltmètre et un ampèremètre, dont les notices indiquent :

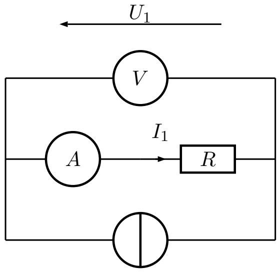
Calibres	Précision	Chute de tension maximale	Résolution
50 mA DC	$0,3\%$ L + 2 UR	¡ 800 mV	100 μA DC
500 mA DC	$0,3\%$ L + 3 UR	¡ 800 mV	100 μA DC
10 A DC	1% L + 3 UR	¡ 800 mV	10 mA DC

Table 2 – Tableau extrait de la notice de l'ampèremètre.

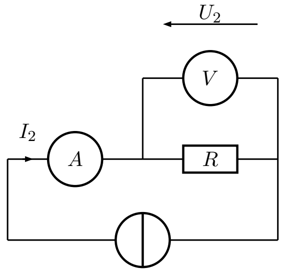
Calibres	Précision	Impédance d'entrée	Résolution
500 mV DC		11 MΩ	0,1 mV DC
5 V DC		11 MΩ	1 mV DC
50 V DC	$0,3\%$ L + 2 UR		10 mV DC
500 V DC		10 MΩ	100 mV DC
600 V DC		10 MΩ	1 V DC

Table 3 – Tableau extrait de la notice du voltmètre.

Pour mesurer une résistance à l'aide d'un voltmètre et d'un ampèremètre, deux montages sont possibles et représentés sur la figure 1.



Montage 1



Montage 2

Figure 1 – Mesure d'une résistance

❑ 2– En notant respectivement R_A et R_V les résistances internes de l'ampèremètre et du voltmètre, évaluer pour chacun de ces montages l'erreur systématique $\epsilon_i = \dfrac{|R_i - R|}{R}$ où $R_i = \dfrac{U_i}{I_i}$ représente la résistance mesurée dans chacun des montages $i = 1$ ou $i = 2$. Représenter sur un même graphe les variations de cette erreur relative en fonction de R. Justifier que, dans cette expérience, seul l'un des deux montages est pertinent.

Avec le montage adapté, pour une intensité lue à l'ampèremètre de 5,23 A, le voltmètre affiche 287,5 mV (à chaque fois, on se place sur le calibre le mieux adapté).

❑ 3– Estimer (avec un chiffre significatif) la résistance électrique du fil. Comparer (de manière chiffrée) la précision de cette seconde méthode de mesure à celle de la question 1.
Comment procéder pour améliorer encore la qualité de cette seconde mesure ?

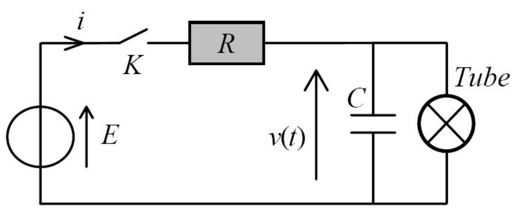
❑ 4– Déduire de la question précédente une estimation de la conductivité électrique du cuivre.

Rappel : $R = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\ell}{S}$

B – Régime transitoire

Exercice B – 1 Balise de port

Une passe de port est signalée la nuit par une balise lumineuse (figure ci-contre).



La source de lumière est constituée d'un tube à décharge. La décharge électrique qui se produit entre les électrodes du tube est caractérisée par une tension d'allumage U_a et une tension d'extinction U_{ex}.

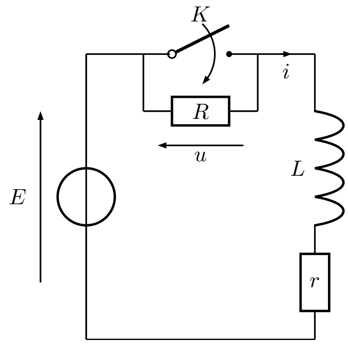
On admettra que :
- $E > U_a > U_{ex}$;
- lorsque le tube fonctionne, il se comporte comme un résistor de résistance $r \ll R$;
- lorsqu'il est éteint, il se comporte comme un résistor de résistance infinie.

On ferme l'interrupteur (K) à l'instant initial $t = 0$. Le condensateur n'est pas chargé.
On posera $\tau = RC$.

1. Dans l'intervalle $0 < t < t_a$, déterminer la loi $v(t)$. Calculer l'instant t_a où s'amorce la décharge.
2. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait $v(t)$ à partir de cet instant.
On utilisera la condition $R \gg r$ pour simplifier et intégrer cette équation différentielle.
On posera $\tau' = rC$.
3. En déduire l'expression de l'instant t_{ex} où se produit l'extinction du tube.
4. Calculer la durée T_1 de l'éclair produit dans le tube.
5. À partir de l'instant t_{ex} le tube est éteint.
Établir l'expression du temps T_2 qui s'écoule jusqu'au prochain ré-allumage de la décharge en fonction de τ, E, U_{ex} et U_a. Calculer T_2.
6. En déduire la valeur T de la période des éclairs produits par ce dispositif.

On donne : $C = 1\ \mu$F, $r = 1\ \Omega$, $R = 2$ MΩ, $E = 120$ V, $U_a = 90$ V et $U_{ex} = 70$ V.

Exercice B – 2 Étincelle de rupture



Une bobine réelle d'inductance $L = 3,0$ mH et de résistance $r = 3,0\ \Omega$ est alimentée par un générateur idéal de tension continue $E = 12,0$ V. Un interrupteur K fermé est placé en série.

I - Interrupteur simple

La résistance R placée en parallèle aux bornes de l'interrupteur représente la résistance de l'air, qui est très grande, et n'intervient que lorsque l'interrupteur est ouvert. On appelle $u(t)$ la tension aux bornes de l'interrupteur.

1. Quelle est l'intensité I_0 dans le circuit sachant que le courant est établi depuis longtemps (K est fermé) ? Faites l'application numérique.
2. À l'instant $t = 0$, on ouvre l'interrupteur. Donner l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ une fois l'interrupteur ouvert.
3. En utilisant la condition initiale, déterminer la loi de variation de l'intensité $i(t)$ dans le circuit.

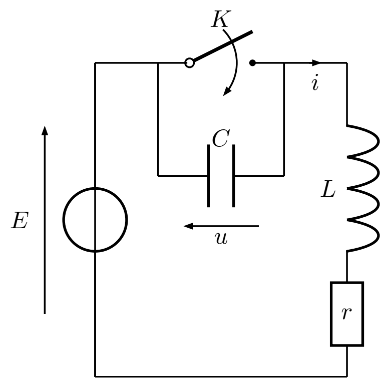
   Tracer son graphe.
4. Vers quelle valeur tend $i(t)$ pour t grand ? Donner un ordre de grandeur approximatif du temps nécessaire pour atteindre cette valeur limite.
5. Examiner le cas limite où R tend vers l'infini (soir $R \gg r$).
6. Déterminer la loi $u(t)$. Calculer $u(0)$ et $u(\infty)$, où $u(\infty)$ est la valeur limite atteinte par $u(t)$ lorsque t tend vers l'∞.

   Tracer son graphe.
7. Examiner le comportement limite des deux tensions $u(0)$ et $u(\infty)$ lorsque R tend vers l'infini ($R \gg r$) et comparer à E.

   Faites l'application numérique pour $R = 10\ k\Omega$.

   Sachant que la tension nécessaire à ioniser l'air (tension de claquage) est de 30 kV/cm d'air, expliquer quel phénomène est susceptible d'être observé.

II - Interrupteur capacitif



Pour résoudre le problème précédent, on place un condensateur en parallèle de l'interrupteur K. Il n'est donc plus nécessaire de tenir compte de R. On considère donc le nouveau circuit ci-contre.
On donne $C = 0,27\ \mu F$.
À $t < 0$, le condensateur est déchargé et l'interrupteur est fermé. On l'ouvre à $t = 0$.

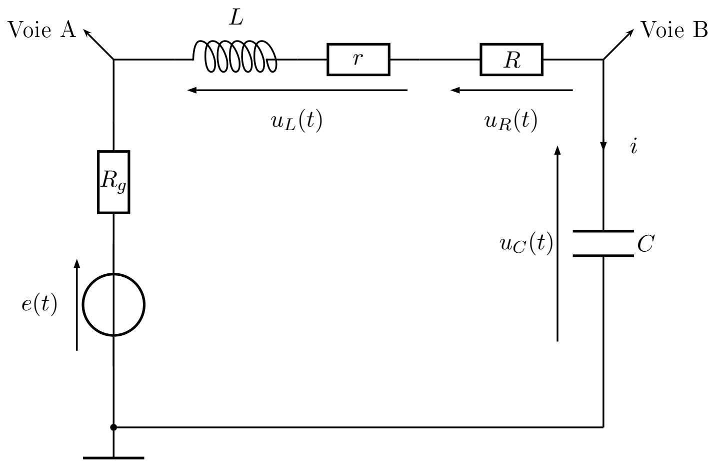
8. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ après ouverture de l'interrupteur.
9. Préciser les conditions initiales sur u et sur i.
10. Quel type de régime de variation observe-t-on ? Justifier par le calcul.
11. Résoudre l'équation différentielle et donner l'expression littérale de $u(t)$.

12. Tracer le graphe de $u(t)$, en vous appuyant sur les valeurs numériques fournies.
13. Commenter et conclure sur l'utilité du condensateur.

C – Régime sinusoïdal forcé

Exercice C – 1 Étude expérimentale d'un bobine

On cherche à mesurer l'inductance et la résistance interne d'une bobine inconnue. À cette fin, on place la bobine dans un circuit série comportant un générateur (ou alimentation) de **résistance interne** $R_g = 50\ \Omega$, un condensateur de capacité $C = 0,100\ \mu$F et un conducteur ohmique de résistance $R = 380\ \Omega$. On va successivement exploiter le régime transitoire et le régime sinusoïdal forcé.



I - Étude du régime transitoire

On alimente le circuit avec une **tension continue** E et on attend que le régime permanent soit établi.

1. Préciser, lorsque le régime permanent est atteint, les valeurs de i, u_L, u_R et u_C.

   Une fois le régime permanent atteint, on remplace **l'alimentation** par un fil. On étudie donc la décharge d'un condensateur de capacité C dans une bobine d'inductance L et de résistance interne r inconnues placées en série avec une résistance R variable.
2. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $u_c(t)$ et la mettre sous la forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_c}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_c = 0,$$

   où on exprimera ω_0 et Q, le facteur de qualité du circuit, en fonction des données du problème.
3. Déterminer les valeurs $u_c(0)$ et $\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}(0)$.
4. Comme le montre le graphe (figure 2), on se trouve en régime pseudo périodique. Montrez que ceci n'est possible que si la résistance R est inférieure à une valeur maximale que l'on explicitera en fonction de L , r et de C.
5. Établir l'expression complète de $u_c(t)$.
6. On donne les valeurs des deux premiers maxima pour ($t \neq 0$) :

	S_1	S_2
Tension en V	2,73	0,73
Date en ms	0,65	1,29

   Donnez la valeur expérimentale de la pseudo-période T et de la pseudo-pulsation ω.

Exprimer le décrément logarithmique δ en fonction de T, ω_0 et Q. Par définition, on a

$$\delta = \ln\left(\frac{u_C(t)}{u_C(t+T)}\right).$$

En déduire l'expression de Q en fonction de δ.

Évaluer Q et ω_0.

7. À quelle condition peut–on assimiler la pseudo-période à la période propre ? Cette approximation est-elle vérifiée dans le cas étudié ?
8. Trouvez les valeurs numériques de L et $r + R$.

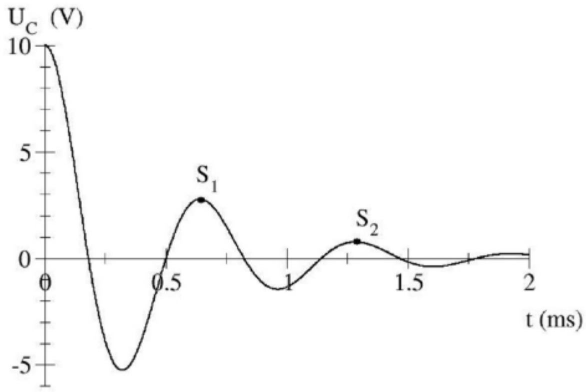


Figure 2.

II - Étude en régime sinusoïdal

L'alimentation est un générateur basse fréquence assimilé un conducteur ohmique en série avec une source idéale de tension délivrant un signal sinusoïdal de pulsation ω et de f.é.m. E_0, $e(t) = E_0\cos(\omega t)$.

À toute grandeur réelle $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ est associée une grandeur complexe $\underline{u}(t) = U_m \exp(j\omega t + j\varphi)$, $j^2 = -1$.

1. Donner l'expression complexe de la tension $e(t)$ ainsi que celle de $i(t)$, on note ψ le déphasage entre $i(t)$ et $e(t)$.
2. La tension efficace pour un signal quelconque $f(t)$ est donnée par : $f_{eff} = \sqrt{\langle f^2\rangle}$ où $\langle f^2\rangle$ désigne la moyenne temporelle de $f^2(t)$.

   Si on considère la tension $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$, montrer qu'on peut écrire $U_{eff} = \alpha|\underline{U}|$ où α est un facteur de proportionnalité sans dimension et $|\underline{U}|$ est le module de $\underline{U}$.
   Comment peut-on mesurer expérimentalement une tension efficace ?
3. Préciser les expressions des impédances complexes de la bobine réelle, du résistor et du condensateur.
4. Préciser le comportement limite de ces différents composants à basse fréquence.
   En déduire qualitativement le comportement de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur à basse fréquences.
5. Donner l'expression théorique de l'amplitude complexe $\underline{U_c}$ associée à la tension aux bornes du condensateur en fonction des caractéristiques des composants. Mettre $\underline{U_c}$ sous la forme canonique :

$$\underline{U_c} = \frac{A}{1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\dfrac{\omega}{\omega_0 Q'}}$$

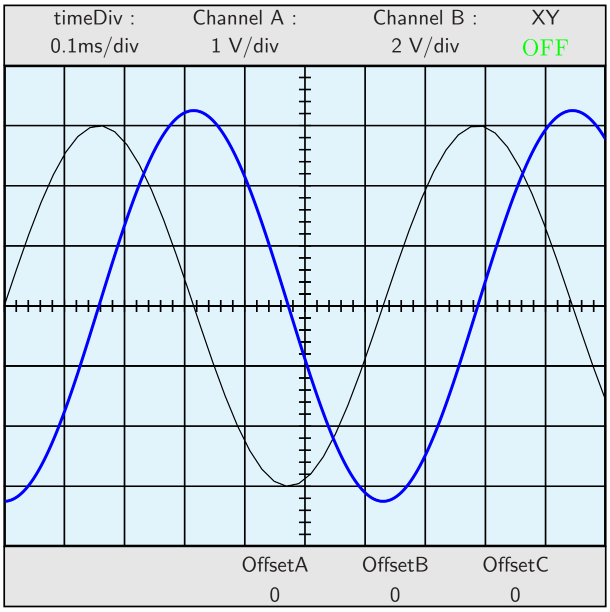
   où on exprimera A, ω_0 et Q' en fonction des données du problème.
6. En déduire l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur $U_{cm}(\omega)$ en fonction de ω, Q', ω_0 et E_0.

   Préciser l'expression de $U_{cm}(\omega_0)$.

7. Donner l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}$ du circuit.
Mettre $\underline{Z}$ sous la forme :
$$\underline{Z} = R_0 \left(1 + jQ' \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right).$$
Préciser R_0 en fonction de R_g, R et r.
8. Donner l'expression théorique de l'amplitude complexe $\underline{I}$ associée à l'intensité du courant traversant le circuit en fonction de R_0, ω, Q', ω_0 et $\underline{E}$.
9. Préciser le déphasage ψ entre $i(t)$ et $e(t)$ ainsi que φ' le déphasage entre $u_c(t)$ et $e(t)$.
Préciser $\psi(\omega_0)$ ainsi que $\varphi(\omega_0)$.
10. Comment peut-on accéder expérimentalement à la mesure de $i(t)$ avec un oscilloscope ?

On se place dorénavant à la fréquence correspondant à la pulsation ω_0.

11. On observe l'oscillogramme suivant :



En déduire les valeurs L et r de la bobine.

D – Filtres passifs et actifs

Exercice D – 1 Mesure de la fréquence cardiaque

Certains manèges proposent aux passagers d'évaluer leur « peur » en mesurant leur rythme cardiaque. Le rythme cardiaque varie d'environ 60 battements par minute pour un sujet au repos jusqu'à 200 battements lors d'un effort physique intense ou d'une forte émotion. La contraction d'un muscle, le cœur en particulier, crée un signal électrique. La détermination du rythme cardiaque sur les manèges passe par la mesure de la différence de potentiel électrique entre les deux mains du passager. Sur le garde corps du manège, sont fixées deux électrodes où le passager pose ses deux mains. La différence de potentiel est de l'ordre de quelques dizaines de mV. Le rapport signal sur bruit est en général plutôt faible. Il est donc nécessaire de mettre en forme le signal avant de pouvoir extraire la fréquence cardiaque. Cette partie se propose d'étudier les différentes étapes de mise en forme du signal. Après amplification (non étudiée), le signal est soumis à deux opérations de filtrage.

Pour tout signal sinusoïdal $u(t)$, la grandeur complexe associée sera notée $\underline{u}$. Tous les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux.

I - Premier filtrage

Le signal amplifié est appliqué en entrée d'un filtre dont la structure est donnée figure 1.

On donne les valeurs des composants : $R = R_1 = R_2/2 = 16$ kΩ et $C = C_1 = C_2/2 = 0,1$ μF.

Ce filtre est un filtre réjecteur : il ne transmet pas les signaux dont la pulsation est voisine de $\omega_0 = \dfrac{1}{2RC}$.

1. En étudiant de façon qualitative le comportement basses et hautes fréquences, justifier qu'il est légitime de dire que le filtre de la figure 1 est un filtre réjecteur.
2. Calculer la valeur de la fréquence f_0 associée à ω_0. Pourquoi ce filtre est-il important dans le cas présent ?

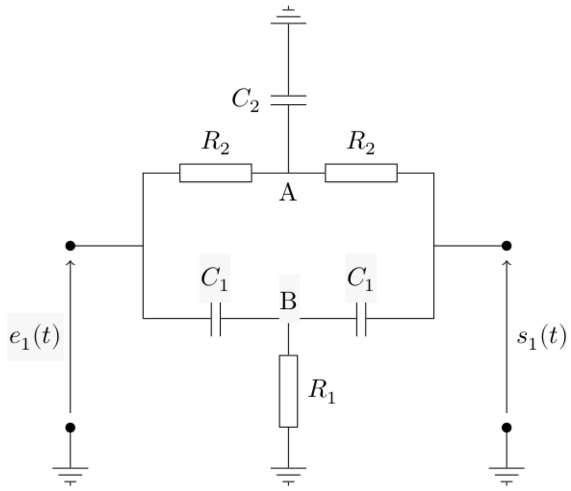


Figure 1

II - Deuxième filtrage : filtre passe-bande

La fréquence des battements cardiaques étant comprise dans un intervalle relativement restreint et de façon à s'affranchir au maximum de parasites hautes et très basses fréquences, on applique un filtre passe-bande au signal obtenu en sortie du filtre précédent. La structure du circuit utilisé est donnée figure 2.

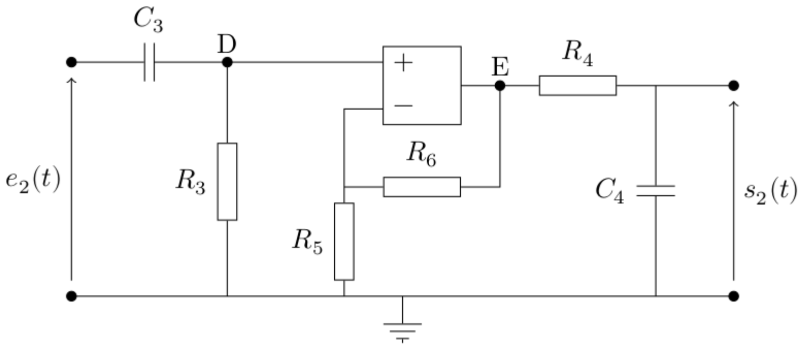


Figure 2

1. Comment faut-il relier le circuit précédemment étudié et le circuit de la figure 2 pour que le signal $s_1(t)$ obtenu en sortie du filtre réjecteur ne soit pas perturbé par l'ajout du montage de la figure 2 ?
2. Justifier de façon qualitative que l'ALI fonctionne en régime linéaire. Montrer de façon qualitative que ce circuit présente bien un caractère passe-bande.
3. On souhaite que la fréquence de coupure basse soit égale à 0,5 Hz et la haute égale à 150 Hz. Ces valeurs sont-elles compatibles avec les fréquences cardiaques humaines ?
4. En évaluant successivement les quotients $\underline{V}_D/\underline{e}_2$, $\underline{V}_E/\underline{V}_D$ et $\underline{s}_2/\underline{V}_E$, montrer que la fonction de transfert $\underline{H}_2 = \underline{s}_2/\underline{e}_2$ s'exprime comme le produit de trois fonctions de transfert très simples. On précisera le rôle de chacune d'entre elles.

5. Proposer pour R_3, R_4, C_3 et C_4 des valeurs permettant de réaliser le filtrage souhaité. Les valeurs proposées devront être compatibles avec les composants couramment utilisés en travaux pratiques.
6. En plus de la fonction filtrage, le filtre proposé possède un deuxième avantage. Lequel ?

E – Induction

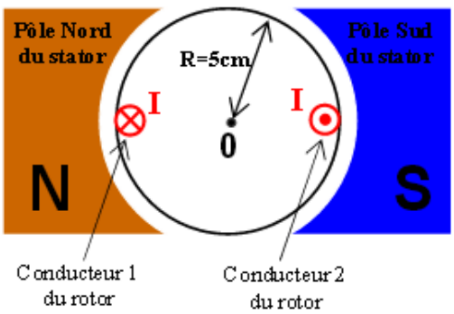
Exercice E – 1 Moteur à courant continu

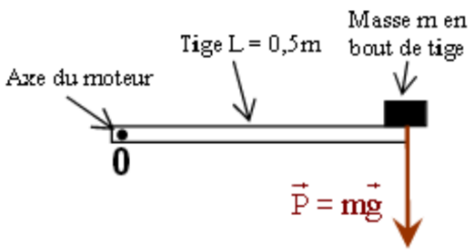
On considère un moteur à courant continu ne comportant qu'une seule spire au rotor (conducteur 1 et conducteur 2). Ses caractéristiques sont :

— longueur d'un conducteur : $\ell = 20$ cm,
— courant dans un conducteur : $I = 400$ A,
— champ magnétique créé par le stator : $B = 2$ T.

1. Dessiner les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ s'exerçant respectivement sur les conducteurs 1 et 2.
2. Indiquer le sens de rotation.
3. Calculer l'intensité des forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$.
4. Calculer le moment de l'ensemble des forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ par rapport à l'axe du moteur.

   On fixe, sur l'axe du rotor, une tige horizontale de longueur $L = 0,5$ m.
5. Calculer la masse maximale en bout de tige que pourra soulever le moteur.

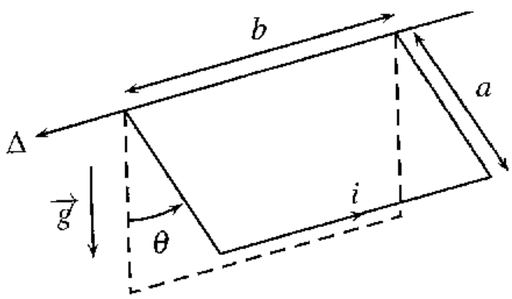


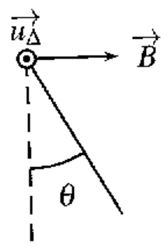


Exercice E – 2 Action sur un cadre

un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l'axe Δ. Il est composé de 4 segmants, deux de longueur a et deux de longueur b. La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J_Δ. Un dispositif impose une intensité de courant i constante dans le cadre.
La cadre est placé dans le champ de pesanteur et un champ magnétique. Le champ magnétique est uniforme, horizontal, perpendiculaire à l'axe Δ.

1. Quelle est la position d'équilibre θ_0 ?
2. On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre. Quelle est la pulsation des petites oscillations observées ? On répondra en fonction de J_Δ, a, b, i, B, m et g.

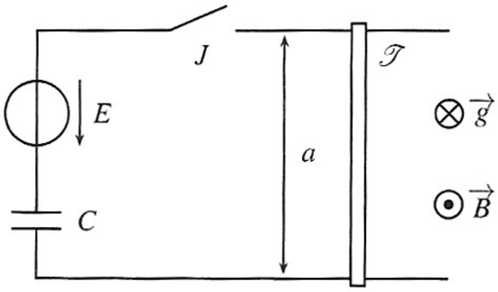




Exercice E – 3 Induction mutuelle entre deux bobines en influence totale

Deux tronçons de bobines « infinies » de même axe, de même longueur ℓ et de section quasi identique S sont l'une à l'intérieur de l'autre de manière à être en influence totale (toute ligne de champ qui passe dans une bobine passe dans l'autre). La plus extérieure (numéro 1) possède N_1 spires et est parcourue par un courant i_1, et la plus intérieure (numéro 2) possède N_2 spires et est parcourue par un courant i_2.
On rappelle que le champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde infini est $B = \mu_0 n I$, où n est la densité de spires, c'est-à-dire le nombre de spires par unité de longueur.
Déterminer le coefficient d'inductance mutuelle M entre ces bobines et vérifier la relation $M^2 = L_1 L_2$.

Exercice E – 4 Tige qui glisse sur un circuit capacitif



Une tige conductrice $\mathcal{T}$ glisse sur deux rails horizontaux distants de a. Elle ferme électriquement un circuit comprenant un interrupteur J, un condensateur de capacité C et un générateur de f.é.m. constante E. la tige $\mathcal{T}$ a une résistance électrique R et une masse m. L'autoinductance du circuit sera négligée.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique et de pesanteur uniformes et stationnaires.

On ferme l'interrupteur J à l'instant initial alors que la tige est immobile.

1. Établir une équation électrique et une équation mécanique décrivant le circuit.
2. Établir et intégrer une équation différentielle sur l'intensité du courant dans le circuit pour montrer qu'il s'écrit sous la forme
$$i(t) = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$
Identifier les valeurs de i_0 et τ.
3. En déduire que la vitesse $v(t)$ de la tige se met sous la forme
$$v(t) = v_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right).$$
4. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_G$ fournie par le générateur entre les instants initial ($t = 0$) et final ($t \to \infty$), en fonction de E, τ et R.
5. Calculer $u_C(t)$.
6. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_C$ emmagasinée par le condensateur entre les instants initial et final.
7. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_J$ dissipée par effet Joule entre les instants initial et final.
8. Calculer le travail W des forces de Laplace entre les instants initial et final.
9. Quelle relation existe-t-il entre $\mathcal{E}_G$, $\mathcal{E}_C$, $\mathcal{E}_J$ et W ? L'interpréter.

F – Électrostatique

G – Magnétostatique

H – Équations de Maxwell