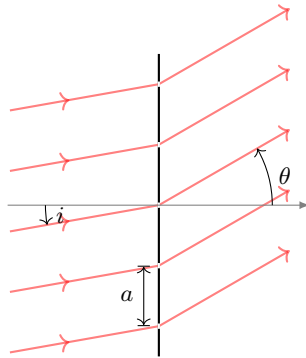


Exercice majeur**(14 pt)**

Doc 1 : certains matériaux présentent à leur surface une structure régulière assimilable à un réseau dont on souhaite déterminer le paramètre principal.

Doc 2 :



a : pas du réseau

On considère un spectroscopie permettant d'éclairer en lumière monochromatique ($\lambda = 435 \text{ nm}$) un réseau avec l'angle d'incidence i et de mesurer l'angle d'émergence θ .

1. Représenter schématiquement un spectroscopie à réseau avec collimateur et une lunette de visée. À quoi sert le collimateur ? Préciser les éléments constitutifs de la lunette de visée. Comment la règle-t-on expérimentalement ?

2. Établir l'expression de la différence de marche entre 2 rayons consécutifs en sortie du réseau.

Traduire le fait que ces deux rayons interfèrent de manière constructive. La formule obtenue est la formule des réseaux.

3. On éclaire le réseau en incidence normale. On repère sur la platine du goniomètre l'angle $\alpha_0 = 43^\circ 25'$ de l'ordre 0. On repère ensuite sur la platine l'angle $\alpha_2 = 62^\circ 33'$ dans l'ordre 2.

En déduire le pas a du réseau et sa linéature n .

4. Exprimer l'angle de déviation, noté D en fonction de i et θ .

5. Établir l'expression du minimum de déviation D_m à l'ordre k :

$$\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = \frac{k\lambda}{2a}$$

Exercice mineur**(6 pt)**

Dans Le Petit Prince d'Antoine de Saint-Exupéry, le Petit Prince réside sur un astéroïde de rayon $R = 30 \text{ m}$ où il se promène tranquillement.

Dans Autour de la lune de Jules Verne, les voyageurs à destination de la lune croisent à 8140 km de la surface de la Terre un bolide se déplaçant à $14\,000 \text{ km.h}^{-1}$. Ils pensent tous unanimement qu'ils viennent de découvrir un deuxième satellite de la Terre.

Que pensez-vous de la promenade du Petit Prince et de la découverte des voyageurs de Jules Verne ?

Données :

- constante de gravitation : $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
- masse de la Terre : $m_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- rayon de la Terre : $R_T = 6400 \text{ km}$
- masses volumique moyenne d'un astéroïde tellurique : $\rho = 2600 \text{ kg.m}^{-3}$

Exercice 1 : Spectromètre de masse

Schéma d'un spectromètre de masse

Données :

- Charge élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ;
- $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J ;
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- Masses molaires ;
- Constante de Boltzmann : $k_B =$.

On étudie l'uranium 235 et 238.

1. Déterminer la température T dans la chambre d'ionisation sachant que l'énergie de première ionisation est $E = 6,2 \text{ eV}$.
2. Déterminer la vitesse v dans la phase d'accélération entre deux plaques P_1 et P_2 entre lesquelles la différence de potentiel U est connue ($U = ???$).
3. On a un champ magnétique selon \vec{u}_z . Les particules ont une trajectoire circulaire dans la zone de déviation. Déterminer le rayon de leur trajectoire sachant que $B = 3,0 \text{ T}$.

Exercice 2

On étudie un filtre dont le diagramme de Bode en amplitude est le suivant :

1. Déterminer la nature du filtre.
2. Déterminer l'ordre de ce filtre.
3. Créer un montage correspondant à ce diagramme de Bode avec un conducteur ohmique et un condensateur. Déterminer le produit RC .

Exercice long

14 points

Le satellite Titan décrit autour de la planète Saturne (symétrie sphérique, centre S , rayon $R = 58232$ km, masse M) une orbite quasiment circulaire de rayon $a = 1,22 \cdot 10^{22}$ km.

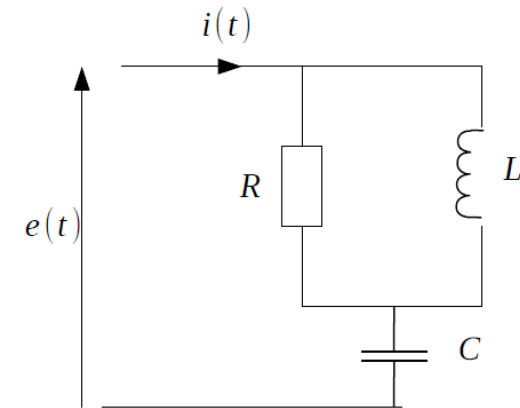
1. À l'aide de la troisième de Kepler (préalablement établie), établir l'expression de la période T orbitale de Titan. Calculer T en jours.
2. En considérant que la masse de Saturne est répartie uniformément en volume, déterminer la masse volumique μ de Saturne.
3. En utilisant le théorème de Gauss (analogie avec l'électrostatique à établir), déterminer le champ gravitationnel en un point intérieur à Saturne.
4. En supposant que Saturne est en équilibre hydrostatique, et en considérant que la pression est nulle à la surface, déterminer le champ de pression à l'intérieur de Saturne.
5. Quelle est la puissance moyenne solaire reçue par Saturne ?

On rappelle la loi de Stefan : $P = \sigma T^4$ avec $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ S.I. et $T_{\text{Soleil}} = 5800$ K.

Exercice court

6 points

Il existe une pulsation ω_0 pour laquelle l'amplitude I_m de l'intensité i est indépendante de la valeur de R .



$$e(t) = E_m \cos(\omega t)$$

Déterminer l'expression de ω_0 en fonction de L et C .

Exercice long

On considère un matériau supraconducteur occupant l'espace $x > 0$. On étudie le phénomène de lévitation d'un aimant.

Dans un matériau supraconducteur, il existe une densité volumique de courant \vec{j} liée au champ magnétique \vec{B} par la relation $\vec{B} = -\mu_0\lambda^2 \text{rot}(\vec{j})$ appelée équation de London), où λ est une constante positive, caractéristique du matériau.

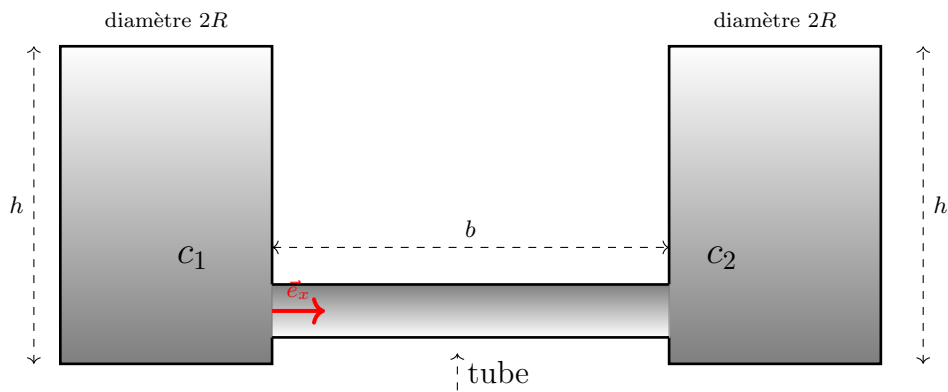
1. Rappeler les équations de Maxwell.
2. Les simplifier dans le cas du problème (pour $x > 0$).
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par \vec{B} .
4. La résoudre et en déduire ce que représente λ .
5. Déterminer \vec{j} commenter l'allure \vec{B} et de \vec{j} .
6. Donner l'expression de la force de Laplace. On remplace le terme $I\vec{d}\ell$ par $\vec{j}d\tau$ pour définir la force de Laplace $d\vec{F}_L$ s'exerçant le volume élémentaire $d\tau$. Déterminer $d\vec{F}_L$.
7. En déduire la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur le supraconducteur.

Exercice court

Un congélateur à la température T_i s'éteint dans la cuisine à la température T_c .

Déterminer la durée pour laquelle la température à l'intérieur du congélateur atteint la température $T_0 = 0^\circ\text{C}$.

On donne la puissance associée à l'échange thermique $\mathcal{P} = h(T_c - T)$ avec $h = 50 \text{ W.K}^{-1}$ et la capacité thermique du congélateur et des aliments $C = 85 \text{ kJ.K}^{-1}$.

Exercice majeur (14 pt)

On se place en régime stationnaire. On note S la section, du tube.

- Établir l'équation de diffusion dans le tube.
Montrer que \vec{j} , vecteur densité de courant de particules ne dépend pas de x en régime stationnaire.
- Exprimer Φ le flux de particule dans le tube en fonction de $\Delta c = c_1 - c_2$.
- Soit $R_{eff} = \frac{\Delta c}{\Phi}$, déterminer l'expression de R_{eff} . Faire une analogie formelle avec les résistances électriques et thermiques.

On suppose les concentrations dans les réservoirs comme quasi-stationnaires.
À $t = 0$, $c_{1,0} = c(0, 0) = c_0$ et $c_{2,0} = c(b, 0) = 0$.

- Par un bilan en quantité de matière pour le réservoir 1 puis pour le réservoir 2, trouver une équation différentielle en Δc .
- Déterminer l'expression du temps caractéristique τ de la diffusion.

On donne : $b = 0,5 \text{ cm}$, $S = 1 \text{ mm}^2$, $D = 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $h = 5 \text{ cm}$.

Calculer τ . Commenter l'approximation du régime quasi stationnaire.

Exercice mineur (6 pt)

Une voiture de masse $m = 1500 \text{ kg}$ roule à la vitesse $v = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Comparer sa distance de freinage sur route sèche ou sur route mouillée.

On donne $f_{\text{sèche}} = 0,8$ et $f_{\text{mouillée}} = 0,3$.



Neige artificielle

Un canon à neige pulvérise dans l'air à la température $T_e = -15^\circ\text{C}$ des gouttelettes d'eau de rayon $R = 0,2 \text{ mm}$ et de température initiale $T_i = 10^\circ\text{C}$ supposée uniforme. La gouttelette entretient avec l'air des échanges thermiques de puissance :

$$P_{th} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h(T(t) - T_e) \quad \text{où } h = 65 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1},$$

$T(t)$ est la température instantanée de la gouttelette.

La pression ambiante est constante $p_0 = 1 \text{ bar}$.

1. À l'aide du premier principe appliqué à l'eau de la gouttelette pendant une durée dt , établir l'équation différentielle d'évolution de sa température (supposée uniforme) : $c\rho R \frac{dT}{dt} = -3h(T(t) - T_e)$.
2. Calculer le temps nécessaire pour qu'une gouttelette atteigne la température $T_s = -5^\circ\text{C}$, dite température de surfusion puisque l'eau reste liquide.
3. L'état de surfusion est alors rompu. Elle revient à la température $T_0 = 0^\circ\text{C}$ en se solidifiant partiellement. Calculer alors la fraction massique x_g de glace qui se forme. On supposera la transformation suffisamment rapide pour être considérée adiabatique et isobare. Quelle grandeur se conserve ?
4. Calculer le temps nécessaire à la solidification du reste de l'eau.
5. Calculer la variation d'entropie totale de la goutte.

Données :

masse volumique de l'eau liquide : $\rho = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$,

capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, chaleur latente de fusion de la glace à 0°C : $\ell = 333 \text{ kJ.kg}^{-1}$, capacité thermique

massique de la glace : $c_g = 2,08 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$,

pour une phase condensée $s(T, P) = s(T_0, P_0) + c \ln \left(\frac{T}{T_0} \right)$.

Flûte à bec

Le son d'une flûte à bec change lorsque l'on souffle dedans, la température de l'air étant modifiée. On peut montrer que la célérité de l'onde sonore dans

le tube est $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ avec $\gamma = 1,4$.

Comment le son est-il modifié ? Comment pallier ce problème ?

Ailette de refroidissement

Une ailette de refroidissement d'un composant électronique de puissance est un parallélépipède dont la section droite a pour cotés a et b et pour longueur c selon \vec{u}_x . Elle est fixée sur le boîtier du composant, à la température constante T_0 , dans le but d'éviter son échauffement. Elle est faite d'un matériau homogène de conductivité thermique λ . La température dans l'ailette ne dépend que de x : $T(x)$. (Rappel : $T(0) = T_0$).

Il existe un transfert thermique de l'ailette vers l'air ambiant à la température T_A , le flux thermique à travers la surface latérale dS d'ailette étant : $d\varphi = h(T(x) - T_A)dS$. On suppose le régime permanent.

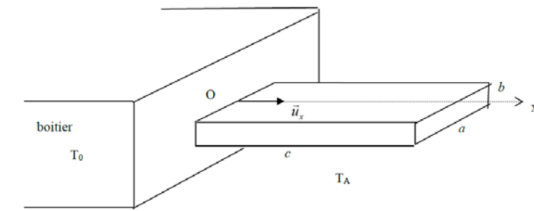
1. Rappeler la loi phénoménologique associée au vecteur densité de flux thermique \vec{j}_Q . La nommer, préciser son sens physique et les unités des grandeurs qui la constituent. Déterminer l'unité du coefficient h . Donner les ordres de grandeur des conductivités thermiques de quelques matériaux usuels.
2. En écrivant un bilan thermique pour la tranche d'ailette comprise entre x et $x + dx$, montrer que l'équation différentielle liant T et $\frac{d^2T}{dx^2}$ est de la forme :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{L^2}(T - T_A) = 0$$

Exprimer L en fonction de λ , h et b (en admettant que $b \ll a$).

3. On admet que $c \gg L$. Déterminer $T(x)$.
Si l'on veut $T(c) - T_A < \frac{1}{10}(T_0 - T_A)$, comment faut-il choisir c en fonction de L ?
4. Exprimer la puissance thermique φ évacuée du boîtier par l'ailette.
En l'absence d'ailette la surface d'échange entre le boîtier et l'atmosphère serait $a.b$ et le flux d'échange avec l'atmosphère φ_0 se calcule avec le même coefficient h . Exprimer le rapport φ/φ_0 en fonction de h , λ et b .
5. A.N. $\lambda = 16 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$; $T_0 = 60^\circ\text{C}$; $T_A = 20^\circ\text{C}$; $h = 150 \text{ SI}$; $a = 5 \text{ cm}$ et $b = 2,0 \text{ mm}$.

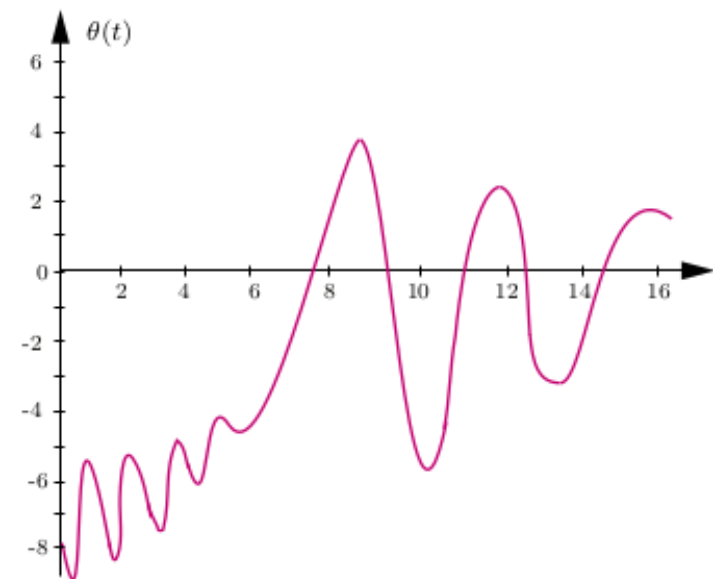
Combien faudrait-il d'ailettes sur le boîtier pour évacuer la puissance $P = 0,1 \text{ kW}$?



Pendule dans camion

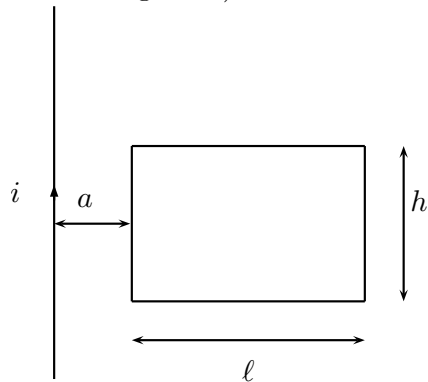
Un pendule de longueur ℓ et masse m est attaché au plafond d'un camion. Ce dernier démarre avec une accélération constante \vec{a} jusqu'à la vitesse v_0 puis roule à vitesse constante.

À l'aide du graphique ci-dessous, déterminer $\|\vec{a}\|$, la vitesse v_0 du camion et la longueur ℓ du fil.



Circuit dans un champ magnétique

1. Définir l'A.R.Q.S..
2. Montrer que le champ magnétique créé par un fil rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité I est de la forme $\vec{B}(M) = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$.
3. Dans la configuration suivante, déterminer le flux magnétique passant par le circuit (cadre rectangulaire).



4. En déduire la f.e.m. induite dans le circuit.
5. Lors d'un coup de foudre, l'air est ionisé dans un canal vertical conduisant du sol au nuage. On assimile l'éclair à un fil électrique infini d'axe (Oz) parcouru par un courant électrique d'intensité $I(t)$ représenté sur la figure suivante :

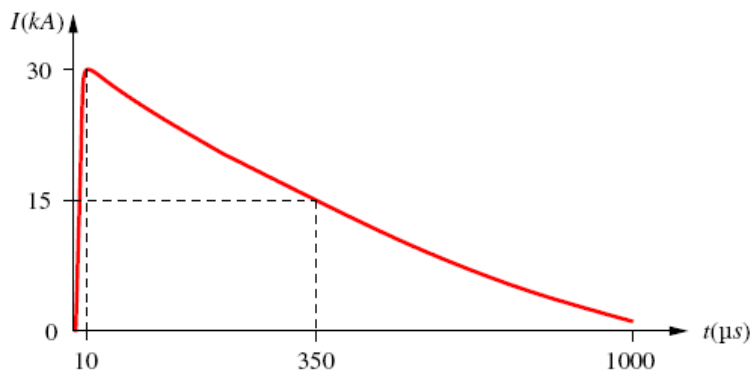


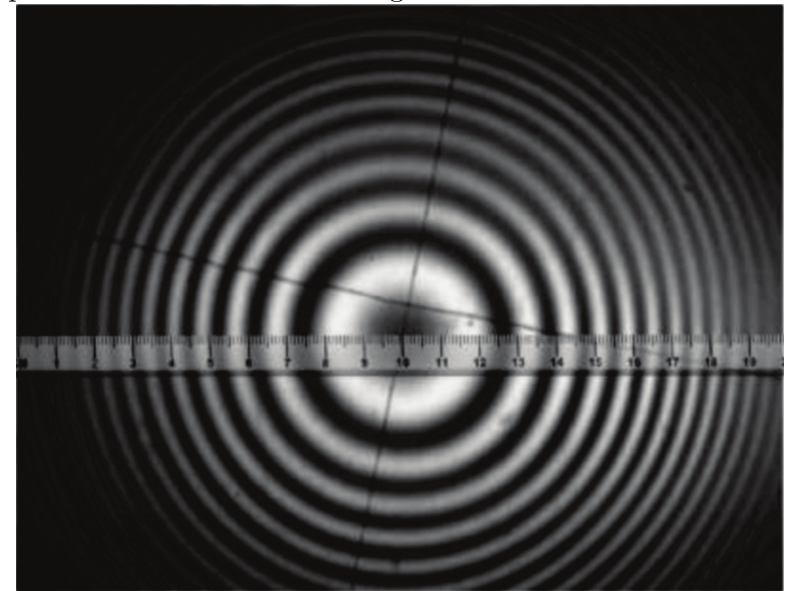
FIGURE 10 – Enregistrement de l'intensité électrique d'un coup de foudre

À l'aide de la figure estimer la charge totale transportée par l'éclair.

6. On considère un circuit d'alimentation d'une lampe. Il est assimilé à un cadre rectangulaire. L'ampoule ne supporte que une puissance maximale $\mathcal{P}_{max} = 50 \text{ W}$.
On a $a = 5 \text{ m}$, $\ell = 4 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$.
Quelle phase de l'éclair pose problème ?
7. L'ampoule va-t-elle griller ?

Michelson

La figure suivante a été obtenue à l'aide d'un interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue de longueur d'onde dominante : $\lambda = 589 \text{ nm}$.



1. Proposer un montage permettant d'obtenir cette figure avec tout le matériel usuellement disponible en salle de TP que vous jugerez nécessaire.
2. Déduire de l'image, l'épaisseur de la lame d'air équivalente, sachant que l'image est observée sur un écran à l'aide d'une lentille de distance focale $f' = 1 \text{ m}$. Évaluer l'incertitude associée.

Décharge d'une sphère

On considère deux sphères concentriques, creuses et conductrices, de rayons respectifs R_1 et $R_2 > R_1$. Dans l'espace interconducteur, il y a un conducteur ohmique de conductivité γ . On note $\vec{j}(M, t)$ le vecteur densité de courant entre les deux sphères, avec $\vec{j}(M, t) = \vec{j}(r, t)\vec{u}_r$.

À $t = 0$, la sphère 1 porte une charge Q uniformément répartie en surface. Après un temps caractéristique τ , la charge se déplace sur la sphère 2 et, après un temps infini, l'intégralité de la charge se situe sur la sphère 2.

1. Rappeler la loi d'ohm locale ainsi que ses conditions d'application.
2. Déterminer \vec{E} à $t = 0$ et pour $t \gg \tau$.
3. Justifier qualitativement que $\vec{B} = \vec{0}$ pour tout t .
4. À partir d'une équation de Maxwell, déterminer l'expression de \vec{E} .
5. Donner l'expression de l'énergie volumique électromagnétique puis calculer la variation d'énergie du système.
6. Donner l'expression de l'énergie dissipée par effet Joule et commenter.

Château d'eau

Un château d'eau est situé à $H = 40$ m au-dessus de la ville. Les immeubles ont des tailles comprises entre 0 et 5 m. Une pompe à eau est située au niveau du sol de la ville qui comporte environ 1 000 logements consommant chacun 500 L d'eau par jour. La pression dans les robinets doit être comprise entre 2,5 et 8 bars. Le rendement de la pompe est de 80%.

Calculer l'énergie électrique nécessaire à la pompe en J puis kWh, quotidiennement.



Exercice majeur : supraconducteur**/14 points**

Les matériaux supraconducteurs de taille macroscopique ont les propriétés, en dessous d'une certaine température, d'une part de s'opposer à la pénétration d'un champ magnétique extérieur \vec{B}_{ext} , d'autre part de pouvoir être le siège de courants électriques, sans pour autant que cette circulation s'accompagne de dissipation d'énergie. On appelle effet Meissner l'expulsion des lignes de champ magnétique de l'intérieur du matériau supraconducteur.

Dans un supraconducteur, la loi d'Ohm locale est remplacée par l'équation phénoménologique locale de London dans le supraconducteur :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{j}) = -\frac{\vec{B}}{\mu_0 \lambda^2}$$

On postule que dans ce matériau, il existe une densité volumique de courant \vec{j} .

On dispose un matériau supraconducteur dans l'espace des $x > 0$. À l'extérieur du matériau règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$. Toute l'étude se fait dans le cadre des régimes stationnaires.

1. Rappeler les équations de Maxwell et les adapter au cas de l'exercice. De quelles variables dépend le champ magnétique \vec{B} . Quelle est la dimension de λ ?
2. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par \vec{B} ? Calculer \vec{B} en fonction de \vec{B}_0 pour $x = 0,1 \mu\text{m}$ sachant que $\lambda = 8,1 \cdot 10^{-9}$ SI. Conclure.
3. Exprimer \vec{j} en fonction des données de l'exercice.
4. Donner l'expression de la force de Laplace, puis remplacer $i d\vec{\ell}$ par $\vec{j} dV$ où dV est le volume entre x et $x + dx$, y et $y + dy$, z et $z + dz$.
5. En déduire la pression magnétique appliquée au supraconducteur.

Donnée :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}}) = \vec{\text{grad}}(\text{div}) - \Delta$$

Exercice mineur : verre d'eau**/6 points**

Un glaçon de volume $V_0 = 5 \text{ cm}^3$ flotte dans un verre rempli d'eau à une hauteur de 7,0 cm. Quelle est la variation de cette hauteur lorsque le glaçon a complètement fondu ?

Données : masse volumique de l'eau : $1\,000 \text{ kg/m}^3$; masse volumique de la glace : 940 kg/m^3



Ionosphère

Un champ $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - kz)}$ se propage à travers l'ionosphère assimilée à un plasma peu dense.

1. Retrouver les expressions des vecteurs \vec{v} et \vec{j} .
2. Rappeler les équations de Maxwell.
3. Retrouver la relation de dispersion sous la forme $k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$.
Exprimer ω_p et dire pourquoi on l'appelle pulsation de coupure.
4. Donner les expressions de la vitesse de phase v_φ et de la vitesse de groupe v_g . Commenter.
5. L'ionosphère a une épaisseur H ; un satellite, situé à une distance D de la surface de la Terre émet un champ \vec{E} à une fréquence $f \gg f_{\text{plasma}}$. En combien de temps atteint-il la Terre?
6. On envoie deux ondes telles que $f_2 > f_1 \gg f_{\text{plasma}}$. Montrer, à l'aide d'un développement limité que $D = ct - h$ avec $h = -\frac{\Delta t}{f} \frac{f_1 f_2}{f_2 - f_1}$.

Voiture électrique

Une Tesla, voiture électrique de hauteur 1,5 m, largeur 2,0 m, masse à vide 1 700 kg et dont la batterie fournit 75 kWh, peut-elle avoir l'autonomie de 335 km annoncée par le constructeur, en circulant sur les autoroutes françaises?

Sédimentation**14 points**

On dépose des macromolécules de masse volumique ρ et de masse molaire M dans un bécher contenant un liquide de masse volumique ρ_0 . Elles sont soumises à une force de frottement fluide de la forme $-\alpha \vec{v}$ et à la pesanteur \vec{P} .

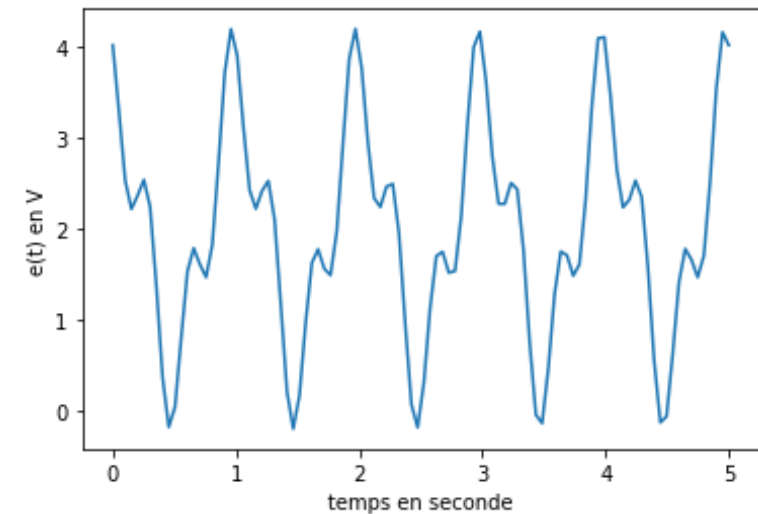
1. Quelle est la troisième force qui s'exerce sur les particules ? Donner son expression dans le cas où les vitesses sont très faibles.
2. Déterminer la vitesse limite v_ℓ et le temps caractéristique τ nécessaire pour atteindre v_ℓ .
3. En régime permanent, déterminer l'expression du vecteur densité de particules \vec{j}_E en fonction de v_ℓ , $c(z)$ (concentration en macromolécules) et \mathcal{N}_A .
4. Pourquoi observe-t-on un mouvement ascendant des particules dans le bécher ? Exprimer \vec{j}_D en fonction du coefficient de diffusion D , de $c(z)$ et \mathcal{N}_A . Quelle est l'unité de D ?
5. En déduire, en régime stationnaire, l'expression de $c(z)$ sachant que $c(z=0) = c(z=2\text{cm})$.

Données : $\frac{\rho_0}{\rho} = 0,8$, $\mathcal{N}_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Filtrage**6 points**

On considère un signal périodique $e(t)$ de fréquence fondamentale $f_0 = 100 \text{ Hz}$ et de valeur moyenne 2 V . Il comporte deux composantes spectrales : pour $n = 1$, une amplitude de $1,5 \text{ V}$ et pour $n = 3$, une amplitude de $0,75 \text{ V}$. Les autres harmoniques sont nulles.

1. Donner l'expression temporelle $e(t)$.
2. Tracer son spectre en amplitude.
3. Quelles valeurs peut-on donner au filtre passe-bas RC pour ne conserver que le continu ?



Chauffage par induction

Un solénoïde de rayon R , comportant n spires par unité de longueur, d'axe Oz est parcouru par un courant sinusoïdal $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$.

À l'intérieur de ce solénoïde, est placé un cylindre plein, d'axe Oz , de rayon a petit devant sa longueur ℓ , de conductivité électrique γ .

1. Décrire les phénomènes observés.
2. Déterminer le champ \vec{B}_e créé par le solénoïde.
3. On suppose que le champ induit \vec{B}_i par les courants induits dans le cylindre est négligeable devant le champ \vec{B}_e . Déterminer le champ électrique induit dans le cylindre.
4. Quelle est la valeur moyenne de la puissance dissipée par effet Joule? Quels sont les avantages et les inconvénients? Citer une application de ce phénomène.
5. Déterminer le champ induit \vec{B}_i .

Tir à la carabine

Un homme tire à la carabine horizontalement une balle de 4,5 mm et de longueur 7 mm en plomb.

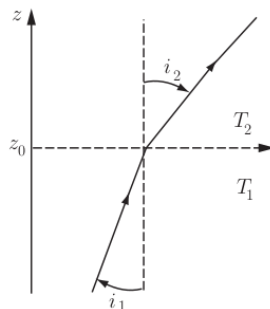
Déterminer la portée maximale théorique.

On donne la densité du plomb ($d = 11$).

Ondes sonores

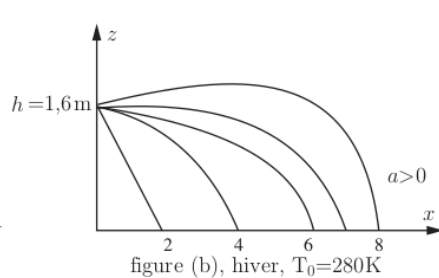
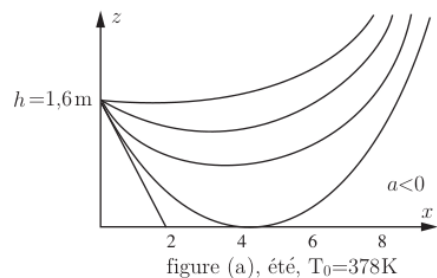
On peut faire une analogie entre les ondes sonores et les ondes lumineuses puisqu'elles vérifient toutes deux une équation de propagation.

- Définir l'indice de réfraction et montrer que $n(T) = \sqrt{\frac{T_0}{T}}$ où T_0 est une température arbitraire fixée.
- Pour l'expérience représentée ci-dessous, donner la relation liant T_1 , T_2 , i_1 et i_2 .



- Quel phénomène optique résulte de la courbure des rayons lumineux ?
- La température évolue avec l'altitude selon la relation $T(z) = T_0 + az$ avec $|a| = 10 \text{ K/m}$.
Donner le signe de a suivant la saison.

Ci-dessous, la figure de gauche représente l'évolution des ondes sonores dans l'espace en été ($T_0 = 378 \text{ K}$), celle de droite leur évolution en hiver ($T_0 = 280 \text{ K}$).



Un vendeur de beignets hurle sur une plage, sa bouche est à une hauteur $h = 1,6 \text{ m}$; à quelle figure faut-il se référer ?

Certains clients ne l'entendront pas ; définir géométriquement la zone d'obscurité.

En quelle saison peut-on se faire entendre de l'autre côté d'une colline ?

On donne : $R = 8,314 \text{ SI}$; $\gamma = \frac{c_P}{c_V} = 1,4$; $c = \frac{1}{\sqrt{\rho \chi_S}} = 389 \text{ m.s}^{-1}$, M_{air} .

Chute libre

Un homme de masse m saute sans parachute d'une altitude $z = 7610 \text{ m}$ et se réceptionne dans un filet. Il ne peut subir une décélération de plus de 10 g sans risquer de lésions.

À quelle altitude minimale h doit-on placer le filet pour que l'homme ne se blesse pas, sachant que sa vitesse à l'impact sur celui-ci sera de $v_0 = 200 \text{ km/h}$?

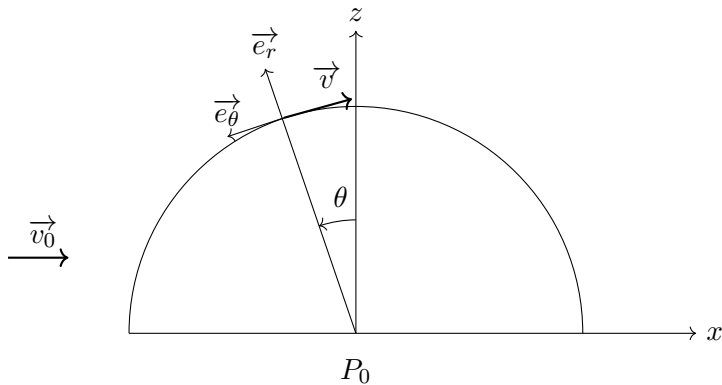
Expliquer pourquoi, dans une chute libre, on observe une vitesse limite atteinte par l'objet.

Aile d'avion

Une aile d'avion de longueur h est modélisée comme un demi-cylindre de rayon R . On considère l'air comme un fluide parfait, incompressible, de masse volumique $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$. On suppose que, sur l'intrados (dessous de l'aile), la vitesse reste \vec{v}_0 et la pression P_0 .

Sur l'extrados (dessus de l'aile) on a $\vec{v} = -2v_0 \cos \theta \vec{e}_\theta$.

1. Rappeler les conditions d'application du théorème de Bernoulli et donner l'expression de $P(R, \theta)$ si $v_0^2 \gg gR$.
2. Déterminer la composante verticale F_z des forces pressantes exercées sur l'aile.
3. On pose $F_z = \frac{1}{2} \rho S v_0^2 C_z$ où S est la surface ailaire, c'est-à-dire la surface projetée perpendiculaire à l'écoulement. Déterminer C_z .
En réalité, $C_z = 0,5$ pour une aile d'avion.
4. Donner la composante tangentielle des forces. En réalité, cette composante vaut $5\% F_z$; critiquer le modèle.
5. Application numérique pour un avion de ligne de masse $m = 150$ tonnes, $h = 30$ m, $R = 3$ m : donner la vitesse minimale de décollage.

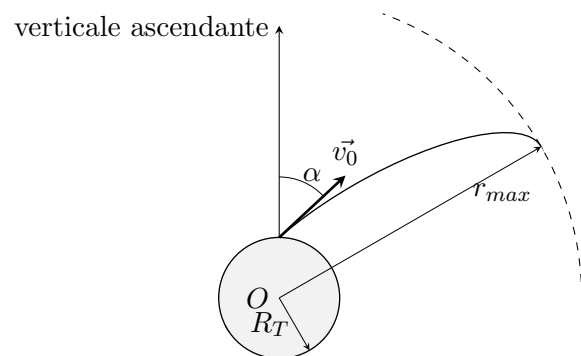


Climatisation

Un climatiseur doit refroidir en 1 h, une pièce de capacité calorifique $C = 10^3 \text{ J.K}^{-1}$. Donner la puissance électrique minimale nécessaire pour la faire passer de 305 K à 293 K.

Mise en orbite d'un satellite

/ 14 points



La mise en orbite du satellite se déroule en deux phases successives :

- phase 1 : la fusée décolle avec une vitesse initiale $v_0 = \sqrt{R_T g_0}$, faisant un angle α avec la verticale ascendante, faisant ainsi une ellipse.
- phase 2 : lorsque la distance maximale d'éloignement est atteinte, la vitesse est alors tangentielle à l'orbite et vaut v_1 ; on imprime alors au satellite une vitesse supplémentaire Δv pour qu'il atteigne la vitesse v_2 sur l'orbite circulaire désirée.

Le référentiel est le référentiel géocentrique supposé galiléen. On appelle g_0 l'accélération de la pesanteur au sol, M la masse de la Terre et R_T son rayon.

1. Justifier que $g_0 R_T^2 = GM$.
2. En utilisant l'énergie mécanique du système fusée-satellite, justifier que la trajectoire en phase 1 est bien une ellipse.
3. Déterminer l'expression du moment cinétique initial et du moment cinétique en tout point de la trajectoire.

En déduire l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de v_0 et α .

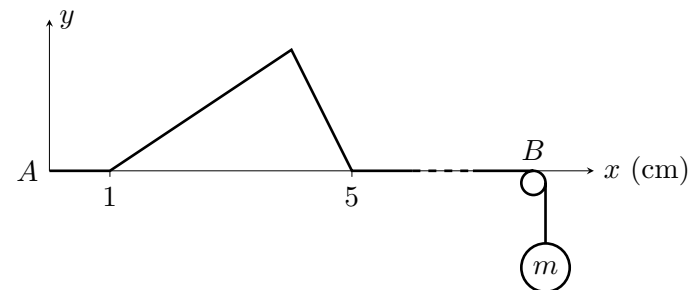
4. Calculer la vitesse v_1 lorsque le satellite atteint l'altitude finale en fin de phase 1.
5. Calculer la vitesse v_2 sur l'orbite circulaire visée ; expliquer qualitativement comment on obtient le changement de vitesse $v_2 - v_1$.

Exercice court

/ 6 points

Une corde sans raideur de masse linéique μ est tendue horizontalement entre un point A et un point B où son extrémité libre, à laquelle est suspendue une masse m , passe par une poulie. On note $y_M(t)$ la hauteur, par rapport à l'horizontale, d'un point M de la corde.

On lui impose une perturbation pendant un temps t_0 ; pour $t < 0$ comme pour $t > t_0$, $y_A(t) = 0$. A $t_1 = 5$ s, la corde a l'allure représentée ci-dessous :



1. Déterminer c et t_0 .
2. Représenter $y_A(t)$.
3. Dessiner la corde à $t_2 = 30$ s.

Exercice long

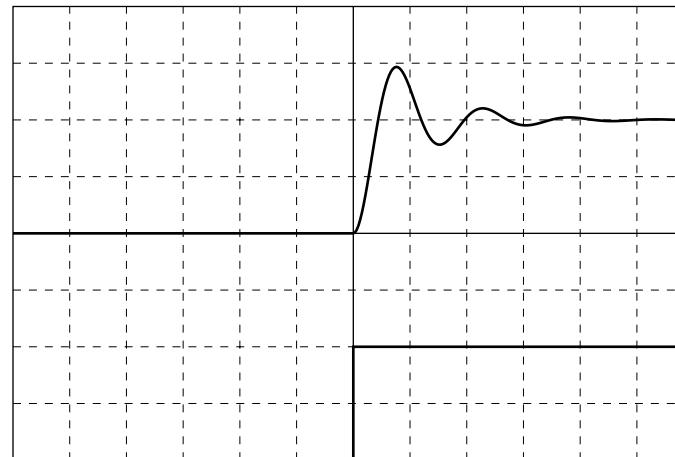
/ 14 points

Soit une pièce de température $T_i = 300$ K, séparée de l'extérieur, à la température $T_e = 270$ K, par une vitre de conductivité $\lambda = 1,2$ W.m⁻¹.K⁻¹, de surface S et d'épaisseur $e = 4$ mm. On se place en régime permanent.

1. Donner la loi de Fourier et établir l'équation de la chaleur.
2. Exprimer le flux thermique Φ_1 à travers la vitre et donner sa résistance thermique.
3. On place une deuxième vitre, de mêmes caractéristiques, à la suite de la première, tout en laissant une épaisseur e d'air de conductivité $\lambda_0 = 2,6 \cdot 10^{-2}$ W.m⁻¹.K⁻¹ entre les deux. Calculer le flux thermique total Φ_2 . En déduire le rapport Φ_2/Φ_1 et faire l'application numérique.
4. Donner les valeurs de T_a et T_b , températures des faces intérieures des vitres dans le modèle précédent.
5. On revient au simple vitrage et on prend en compte les échanges par conduction-convection entre les vitres et l'air à l'aide de l'expression suivante du flux thermique $\Phi = hS(T_s - T_f)$, où h est une constante, T_s et T_f les températures respectives de la vitre et de l'air. Donner l'expression de la résistance thermique totale.
6. En tenant compte des échanges par conduction-convection, déterminer Φ'_1 (simple vitrage) et Φ'_2 (double vitrage) en fonction de $h_e, h_i, \lambda, \lambda_0, S, T_e$ et T_i . $h_e = 20$ W.m⁻².K⁻¹ désigne le coefficient d'échange entre une vitre et l'air extérieur ou intérieur, et $h_i = 10$ W.m⁻².K⁻¹ désigne le coefficient d'échange entre une vitre et la lame d'air entre les deux vitres. Calculer le rapport Φ'_2/Φ'_1 .

Exercice court

/ 6 points



On soumet un quadripôle à un signal carré; on obtient un signal de sortie représenté sur la partie supérieure de l'oscillogramme ci-dessus. Sur les deux voies, l'échelle est de 1 V/division en ordonnée; et 1 division en abscisse correspond à 500 μ s.

1. Proposer une équation différentielle compatible avec l'observation.
2. Proposer un schéma de circuit électrique compatible avec l'observation; préciser les valeurs des caractéristiques des composants qui pourraient convenir.

Exercice long majeur : lame d'air**/ 14 points**

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air à faces parallèles. Il est éclairé par une source étendue et monochromatique ($\lambda = 577 \text{ nm}$).

1. Expliquer sans calcul pourquoi on observe des interférences. Quelle est la forme des franges d'interférences ?
2. Comment fait-on pour observer des interférences ?
3. Déterminer la différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent en fonction de l'angle d'incidence.
4. Déterminer le rayon des anneaux brillants sachant que le centre est brillant.

On éclaire maintenant l'interféromètre avec une source étendue qui possède deux raies de même intensité et de longueurs d'onde $\lambda_1 = 574 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 577 \text{ nm}$.

5. Déterminer l'intensité totale au centre des anneaux en fonction de la distance e entre les deux miroirs. Donner l'allure de la courbe.
6. On chariote le miroir afin de modifier la distance e entre les deux miroirs. En partant du contact optique, on retrouve une coïncidence pour une distance e_1 . Déterminer e_1 et le nombre d'anneaux qui défilent au centre lors du chariotage.

Exercice mineur : verre d'eau**/ 6 points**

On sait que lorsqu'un glaçon est plongé dans un verre d'eau liquide, l'eau liquide refroidit. On a une masse m_1 d'eau liquide à la température T_1 et une masse m_2 d'eau glace à la température T_2 .

Données :

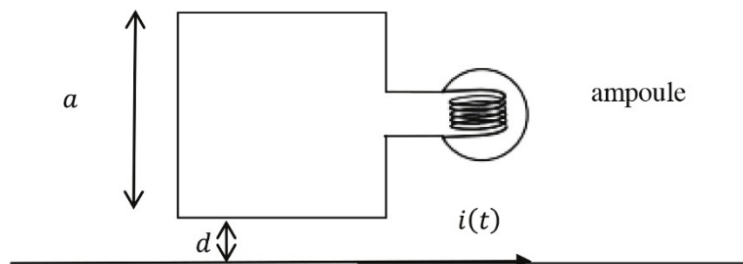
- Enthalpie massique de fusion de l'eau $L_f = 330 \text{ kJ.kg}^{-1}$;
- Capacité calorifique massique
 - de l'eau liquide $c_1 = 4200 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 - de l'eau solide $c_2 = 2100 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- Température de l'eau liquide $T_1 = 300 \text{ K}$ et de la glace $T_2 = 268 \text{ K}$.

Déterminer le rapport minimal $\frac{m_2}{m_1}$ tel que toute l'eau liquide se transforme en glace.



Ligne haute tension

Une ligne haute tension assimilable à un fil droit infini selon (Oz) transporte un courant sinusoïdal $i(t)$ de fréquence $f = 50$ Hz et de valeur efficace $I_e = 1000$ A. On approche de cette ligne HT une bobine plate de N spires carrées de côté $a = 30$ cm à une distance $d = 2$ cm. Cette bobine d'inductance propre et de résistances négligeables est fermée sur une ampoule qui s'éclaire si la tension efficace E à ses bornes est supérieure à 1,5 V. On utilisera les coordonnées cylindriques (r, θ, z) et de base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. On se trouve ici dans l'ARQS.

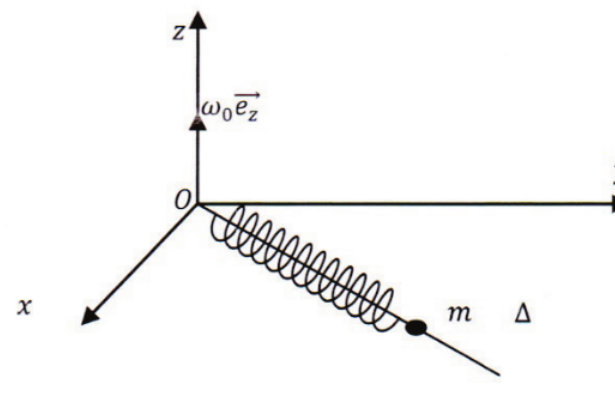


1. Donner la définition et la validité de l'ARQS. Justifier ici le choix de l'ARQS. Donner, en la justifiant, l'expression des équations de Maxwell dans l'ARQS.
2. Déterminer en coordonnées cylindriques le champ magnétique \vec{B} créé dans tout l'espace par cette ligne HT.
3. Déterminer le flux magnétique total créé par cette ligne HT à travers la bobine plate.
4. En déduire le nombre de spires N nécessaires pour que l'ampoule puisse s'éclairer. Faire l'application numérique.
5. On assimile maintenant l'ampoule à une résistance $r = 10 \Omega$ en série avec une inductance propre $L = 10$ mH. Calculer alors la valeur efficace I' de $i'(t)$ dans la bobine plate lorsque $E = 1,5$ V et le déphasage ϕ' entre $i'(t)$ et $i(t)$ en régime sinusoïdal forcé. Faire les applications numériques.

On donne $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ SI.

Ressort tournant

Un anneau glisse sans frottement sur un axe Δ tournant autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire $\omega_0 \vec{e}_z$. Il est relié au point O par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 .



1. Quelles sont les forces exercées sur la masse m ?
2. Discuter du mouvement de l'anneau dans le référentiel tournant en fonction du signe de $\frac{k}{m} - \omega_0^2$.
3. Existe-t-il une position d'équilibre stable ?

Potentiel de Yukawa

Dans l'espace rapporté à un repère sphérique règne un champ électrique dérivant du potentiel appelé potentiel de Yukawa exprimé en coordonnées sphériques par :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-\frac{r}{a}}}{r}$$

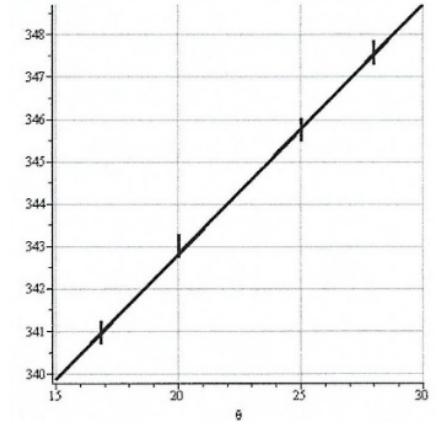
1. Quel est le champ électrique associé à ce potentiel ?
2. Exprimer le flux de ce champ électrique à travers une sphère de rayon r et en déduire deux renseignements sur la distribution de charge en faisant tendre r vers zéro et r vers l'infini.
3. Déterminer la densité volumique de charges. Représenter la courbe $\rho(r)$.
4. On définit la charge surfacique de la couronne sphérique par $\sigma(r) = \frac{dQ}{dr}$ où dQ est la charge contenue dans la couronne sphérique de largeur dr . Pour quelle valeur de r , la charge surfacique est-elle extrême ?
5. Justifier que l'on peut qualifier le potentiel de Yukawa de potentiel Coulombien avec écran. Quel objet physique peut-être modélisé par cette distribution de charge ?
6. Un modèle équivalent existe-t-il en mécanique gravitationnelle ?

Donnée :

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

Capacité thermique de l'air

Sur la figure ci-dessous on a représenté le graphe expérimental qui donne la célérité du son dans l'air, exprimée en m.s^{-1} , en fonction de la température exprimée en $^\circ\text{C}$.



La droite représentée est déterminée par régression linéaire.

En déduire la capacité thermique massique à pression constante de l'air.

L'air est composé de 80% de diazote et de 20% de dioxygène.

Filtrage

On considère un signal périodique $e(t)$ de fréquence fondamentale $f_0 = 100$ Hz et de valeur moyenne 2,0 V. Il comporte deux composantes spectrales : pour $n = 1$, une amplitude de 1,5 V et pour $n = 3$, une amplitude de 0,5 V. Les autres harmoniques sont nulles.

1. Donner l'expression temporelle $e(t)$.
2. Tracer son spectre en amplitude.
3. Quelles valeurs peut-on donner au filtre passe-bas RC pour ne conserver que le continu ?

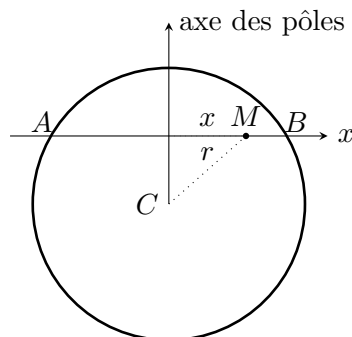
Tunnel terrestre

1. Par analogie avec l'électrostatique, donner l'expression du champ de gravitation $\vec{g}(r)$ au sein d'une sphère homogène de centre C et de rayon R . En déduire que la force de gravitation s'exerçant sur une masse ponctuelle m est :

$$\vec{f} = -mg_0 \frac{r}{R} \vec{e}_r \text{ avec } \begin{cases} g_0 = \|\vec{g}(R)\| \\ \vec{e}_r = \frac{\vec{CM}}{CM} \end{cases}$$

2. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle E_p associée à cette force. On posera $E_p(0) = 0$.

Un tunnel perpendiculaire à l'axe des pôles traverse la terre à une distance d du centre C avec $d < R$. Un véhicule, considéré comme une masse ponctuelle, se déplace sans frottement dans ce tunnel. Il est abandonné sans vitesse initiale à l'entrée de celui-ci.



On néglige la rotation de la terre pour les deux questions suivantes.

- Déterminer la vitesse maximale v_{max} atteinte par le véhicule en utilisant un raisonnement énergétique. Puis déterminer $x(t)$ la position du véhicule.
- Tracer $E_p(x)$ et expliquer le mouvement du véhicule grâce à la courbe.
- Maintenant on tient compte de la rotation de la terre. Le vecteur rotation est $\vec{\Omega} = \Omega \vec{u}_z$. Trouver la nouvelle équation différentielle vérifiée par x et la résoudre.

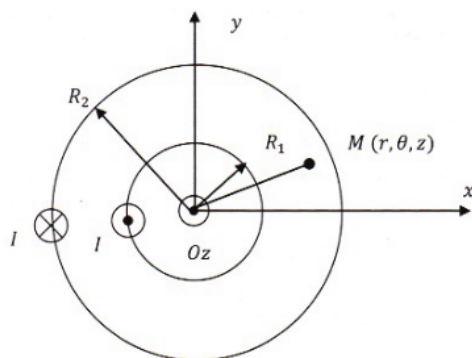
Système afocal

On place sur l'axe optique deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 dont les centres optiques sont tels que $\overline{O_1O_2} = 55$ cm. La distance focale image de L_1 est $f'_1 = 50$ cm.

- Le système est afocal. Déterminer la distance focale image de la lentille L_2 .
- On éclaire le dispositif par un faisceau lumineux de surface S qui arrive en incidence normale. Déterminer la surface S' du faisceau lumineux émergent.

Exercice 1 : câble coaxial

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres métalliques d'axe Oz , de rayons R_1 et R_2 . Entre les deux conducteurs, on considère que le milieu a les propriétés électromagnétiques du vide. Les cylindres sont parcourus par des courants répartis de façon uniforme et en sens inverse l'un de l'autre : $I = I_0 \cos(\omega t - kz)$.



Il existe alors dans tout l'espace un champ électromagnétique de la forme suivante :

$$\begin{cases} \vec{B} = B(r, \theta, z, t) \vec{e}_\theta \\ \vec{E} = E(r, \theta, z, t) \vec{e}_r \end{cases}$$

1. En utilisant le théorème d'Ampère, déterminer l'expression du champ magnétique \vec{B} dans les trois régions de l'espace. Pour cette question, on se placera dans l'ARQS.
2. En utilisant l'équation de Maxwell-Faraday, trouver une relation entre $\frac{\partial B}{\partial t}$ et $\frac{\partial E}{\partial z}$. En déduire l'expression de \vec{E} .
3. Déterminer la relation de dispersion $k(\omega)$.
4. Déterminer le vecteur de Poynting et en déduire la direction de propagation de l'énergie. Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers une section droite du câble.
5. Déterminer l'énergie volumique et en déduire la vitesse de propagation de l'énergie.

Données :

$$\vec{\text{rot}} \vec{A} = \begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ r \frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial r} \left(\frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \end{cases}$$

Exercice 2 : satellite géostationnaire

1. Définir un satellite géostationnaire et calculer son altitude en prenant $g_0 = 9,8 \text{ ms}^{-2}$, $R_T = 6378 \text{ km}$ et la durée du jour sidéral $j_s = 86164 \text{ s}$.
2. Calculer l'énergie à fournir pour faire varier l'altitude du satellite de 50km.

Le satellite reste sur une orbite circulaire.

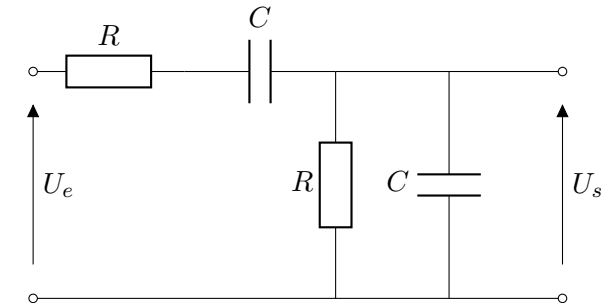
Réseau de diffraction

- On dispose d'un réseau de N fentes, séparées d'une distance $a = 0,1$ mm. On envoie un rayon incident de longueur d'onde λ sous l'incidence θ_0 par rapport à la normale du réseau. Trouver l'angle θ_p , angle de sortie des rayons du réseau qui interfèrent de façon constructive.
- On s'intéresse à une lampe spectrale possédant un doublet de longueurs d'onde $\lambda_1 = 576,96$ nm et $\lambda_2 = 579,07$ nm. Trouver l'angle θ_0 sachant que le rayon correspondant à la longueur d'onde λ_2 , à l'ordre 1, sort en incidence normale.
- On ajoute, après le réseau, une lentille de distance focale $f' = 20$ cm et un écran situé dans le plan focal image de la lentille. Trouver x , impact sur l'axe vertical de l'écran des rayons lumineux ayant traversé le réseau, pour l'ordre 1 et 2, avec la longueur d'onde λ_1 puis pour la longueur d'onde λ_2 . Le doublet est indentifiable si la distance séparant les deux impacts est supérieure à $d = 0,5$ mm. Trouver l'ordre p pour lequel la séparation est visible.
- On envoie maintenant des macromolécules de masse molaire $M = 515$ g.mol⁻¹. Que se passe-t-il qualitativement ?
- Trouver la vitesse des macromolécules sachant que l'interfrange est le même.

Données : $\mathcal{N}_a = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹ et $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.

Filtre de Wien

- Déterminer l'expression de la fonction de transfert associée au filtre suivant en sortie ouverte :



- Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe-bande et donner sa fréquence propre f_0 .
- Démontrer que la bande passante s'écrit : $\Delta f = 3f_0$. Ce filtre est-il sélectif ?
 - Mettre la fonction de transfert sous la forme d'un produit de deux fonctions de transfert du premier ordre, l'une passe-bas, l'autre passe-haut. Vous écrirez la fonction de transfert sous la forme :

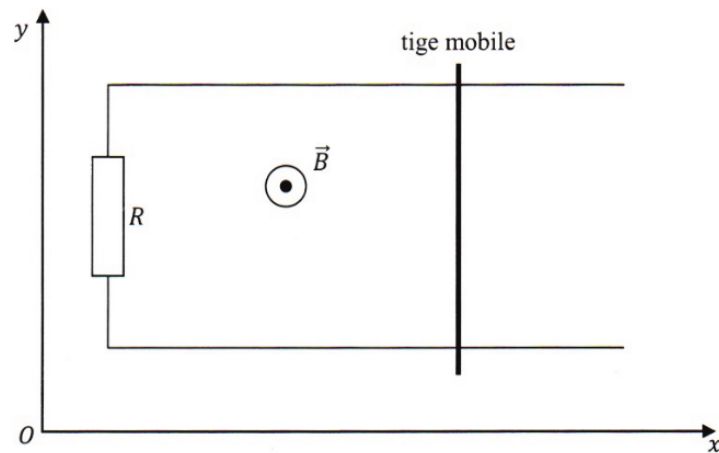
$$\underline{H} = H'_0 \frac{1}{1 + jx'} \frac{jx''}{1 + jx''}$$

où l'on précisera les valeurs de H'_0 , x' et x'' .

Rails de Laplace

En général, quelles sont les causes du phénomène d'induction ? Énoncez la loi de Faraday.

On étudie maintenant les phénomènes d'induction dans le dispositif ci-dessous.



Une tige de longueur a se déplace sans frottement sur deux rails de Laplace distants de a . La résistance des rails et de la tige est négligeable devant la résistance R . L'axe Oy se trouve dans le plan horizontal et l'axe Ox fait un angle α avec l'horizontale. Le système est placé dans le champ de pesanteur. On applique à la tige une force $\vec{F} = F\vec{u}_x$ de norme constante telle que la tige se déplace suivant la direction x croissante.

1. Comment peut-on prévoir, sans calcul, le sens du courant induit ?
2. Déterminer la fem induite ainsi que la force de Laplace exercée sur la tige.
3. Déterminer les équations mécaniques et électriques pour le système.
4. En déduire la vitesse de la tige ainsi que le courant circulant dans le circuit sachant qu'à l'instant initial la tige est immobile.

Corde de Melde

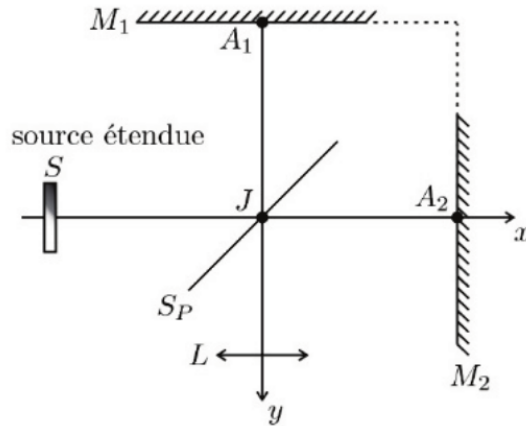
On fait apparaître des vibrations sur une corde et dans un premier temps on observe le schéma suivant :

Dans un second temps on immerge la sphère de masse m dans l'eau et on observe le figure suivante :

Estimer le rayon de la sphère.

Lame de Mica

Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice S_p dont les facteurs de transmission et de réflexion valent $1/2$, et de deux miroirs plans M_1 et M_2 perpendiculaires l'un à l'autre. Les distances JA_1 et JA_2 sont égales.



La lame S_p est inclinée à 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . La longueur d'onde de la source vaut $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$ dans le vide, de symétrie de révolution autour de l'axe SJ . L'indice de l'air vaut $1,0$. On fait tourner le miroir M_2 d'un angle $\alpha = 1$ minute d'arc autour d'un axe perpendiculaire à JA_1A_2 et passant par A_2 .

1. Comment s'appelle ce dispositif? Pour des rayons lumineux en incidence normale par rapport au miroir M_1 , faire apparaître à l'aide du schéma équivalent la position du plan de localisation de la figure d'interférences.
2. Comment faut-il placer la lentille L pour observer les interférences sur un écran?
3. Caractériser le système de franges et calculer numériquement la valeur de l'interfrange sur l'écran, sachant que le grandissement de la lentille est -4 .
4. On translate le miroir (M_2) d'une distance ℓ dans le sens des $x > 0$. De quelle distance se sont déplacées les franges sur l'écran?
5. On éclaire le coin d'air en lumière blanche avec $\ell = 0$. On place sur le bras JA_1 et parallèlement au miroir M_1 , une lame d'épaisseur $e' = 9,5 \mu\text{m}$ et d'indice $n = 1,5117$. Indiquer un moyen de déterminer l'indice de la lame connaissant son épaisseur.

Réfrigérateur

On considère un réfrigérateur qui reçoit un travail W et un transfert thermique Q_1 de la part de la source à la température T_1 et cède le transfert thermique Q_2 à la source de température T_2 .

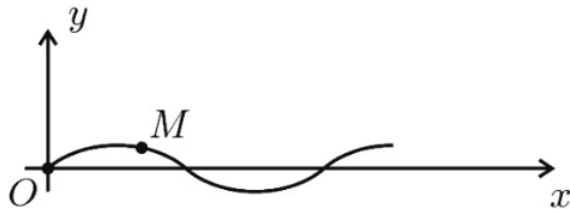
1. Calculer l'efficacité e du réfrigérateur pour une évolution réversible.
2. Calculer l'efficacité réelle e' sachant que :

$$\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)_{\text{réel}} = k \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)_{\text{réversible}}$$

3. AN : $T_1 = 3^\circ\text{C}$, $T_2 = 20^\circ\text{C}$ et $k = 1,1$.

Corde de Melde

On considère une corde vibrante de masse linéique μ , de longueur L sans élasticité et sans torsion, se déformant faiblement au voisinage d'un axe Ox . On néglige les effets de la pesanteur.



Le déplacement $y(x, t)$ de la corde est un infiniment petit d'ordre un, ainsi que l'angle $\alpha(x, t) = \frac{\partial y}{\partial x}(x, t)$ que fait la corde au point d'abscisse x avec l'axe Ox .

1. Effectuer un bilan des forces s'exerçant sur une longueur dx entre x et $x + dx$ de la corde.
2. Par application de la deuxième loi de Newton, en déduire que la tension de la corde est uniforme.
3. Établir l'équation de propagation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Donner l'expression de c .

4. La corde est tendue par le poids d'une masse m maintenue fixée sur la poulie en $x = 0$.
Un dispositif impose le mouvement $y(L, t) = b \cos(\omega t)$ avec $b \ll L$. On cherche $y(x, t)$ de la forme $f(x) \times \cos(\omega t)$. On suppose que $\sin\left(\frac{\omega L}{c}\right) \neq 0$.
Définir les nœuds et ventres de vibration.
5. Montrer que pour certaines valeurs de ω , il y a résonance et que les pulsations possibles se mettent sous la forme $\omega_n = n\omega_1$. Représenter les nœuds et les ventres de vibration pour $n = 1$ et $n = 2$.

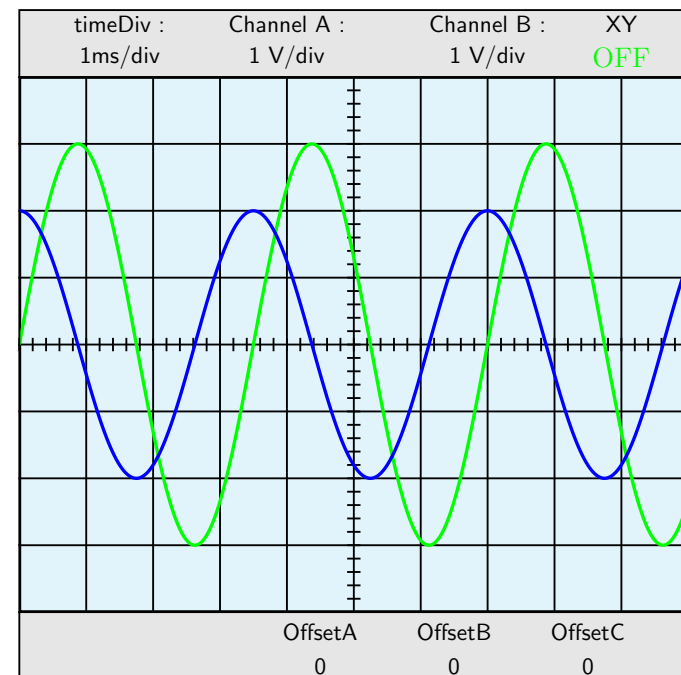
Filtre et oscillogramme

On considère un filtre dont la fonction de transfert est la suivante :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + jQ \frac{\omega}{\omega_0}}$$

1. Quelle est la nature du filtre?
Tracer son diagramme de Bode asymptotique en gain puis en phase.
2. À l'aide de l'oscillogramme ci-dessous, déterminer les valeurs de H_0 , ω_0 et Q .

En régime continu, le filtre donne une tension de sortie égale à la tension d'entrée.



Cycle de Rankine

Le cycle de Rankine est le cycle de base des centrales nucléaires. La pompe d'alimentation porte l'eau liquide saturante (état 0) de la basse pression p_0 du condenseur à la pression p_1 du générateur de vapeur (GV) de façon adiabatique réversible (état 1). L'eau liquide comprimée entre ensuite dans le générateur de vapeur, isobare, où elle est chauffée jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1'), puis totalement vaporisée (état 2). La vapeur saturante sèche produite subit ensuite une détente adiabatique réversible (2-3) dans une turbine. Le fluide pénètre ensuite dans le condenseur isobare pour y être totalement condensé (état 0) à la température T_1 . On appelle T_{cr} la température critique de l'eau. On négligera le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation. On admet que $h_1 = h_0$. On donne : $t_1 = 30^\circ\text{C}$; $t_2 = 300^\circ\text{C}$ et $t_{cr} = 374^\circ\text{C}$.

La variation d'entropie massique pour un liquide dont la température évolue de T_1 à T_2 est $s_2 - s_1 = c \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$.

Données :

- Liquide saturant à $p_1 = 85,9$ bar et 300°C : $s = 3,24$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹ ; $h = 1345$ kJ.kg⁻¹.
- Liquide saturant à $p_0 = 0,04$ bar et 30°C : $s = 0,44$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹ ; $h = 126$ kJ.kg⁻¹.
- Vapeur saturante sèche à $p_1 = 85,9$ bar et 300°C : $s = 5,57$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹ ; $h = 2749$ kJ.kg⁻¹.
- Vapeur saturante sèche à $0,04$ bar et 30°C : $s = 8,46$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹ ; $h = 2566$ kJ.kg⁻¹.

1. Représenter l'allure du cycle décrit par le fluide dans le diagramme (T, s) .
2. Déterminer le titre massique et l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine.
3. Calculer l'efficacité du cycle $\eta = \frac{-w_{turbine}}{q_{GV}}$.
4. Dans quel état se trouve le fluide à la fin de la détente dans la turbine ? Pourquoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la machine ?

Équilibre d'un fluide

Un cylindre de rayon R est rempli d'eau sur une hauteur h . L'eau est en équilibre avec la pression atmosphère à la pression p_0 . On met en rotation le cylindre autour de son axe jusqu'à ce qu'il atteigne la vitesse angulaire ω . On constate que l'eau se met à tourner et finit par être en équilibre par rapport au cylindre. On rappelle l'expression du gradient en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{\text{grad}}f = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{u}_z$$

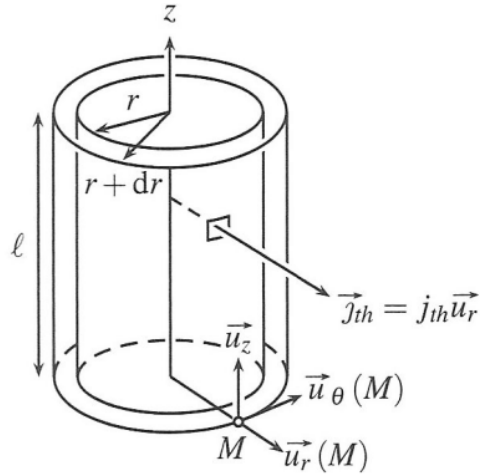
1. Déterminer la pression en tout point de l'eau.
2. Montrer que l'équation de la surface libre est une parabole du type :

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + B$$

3. Déterminer l'expression de B.

Exercice 1 : diffusion en symétrie cylindrique

Un fil électrique de rayon R , de longueur infinie, de conductivité thermique λ , de conductivité électrique γ , de capacité thermique massique c , de masse volumique ρ , est parcouru par un courant électrique constant et uniforme d'intensité I . On note \vec{j}_{elec} le vecteur densité de courant électrique. L'intensité I du courant est le flux de \vec{j}_{elec} . On montre dans le cours d'électromagnétisme que la puissance P délivrée par le champ électrique \vec{E} par unité de volume est : $P = \gamma E^2$.



- On va effectuer un bilan d'énergie thermique en coordonnées cylindriques en présence d'une source caractérisée par la puissance électrique volumique P . Démontrer que l'énergie thermique échangée par le système Σ compris entre deux cylindres de rayon r et $r + dr$ peut se mettre sous la forme :

$$\delta Q_e = -2\pi\ell \frac{\partial(rj_{th})}{\partial r} dr dt$$

En tenant compte de l'énergie thermique créée, et de la loi Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \vec{u}_r$ démontrer que l'équation de diffusion peut s'écrire :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + P$$

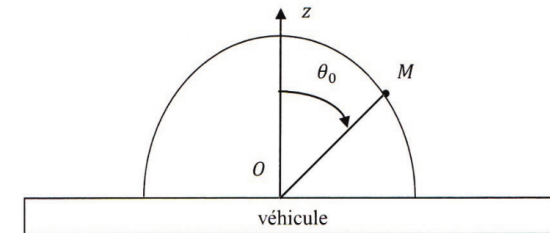
- Intégrer cette équation dans le cas où la température en surface du fil vaut la température extérieure T_0 en régime stationnaire. Tracer $T(r)$.
- L'intégrer dans le cas où le flux thermique latéral à l'interface entre le fil et l'air extérieur est modélisé par la loi de Newton :

$$\varphi = hS(T(R) - T_0)$$

Tracer $T(r)$.

Exercice 2 : Bille sur véhicule en translation

On pose un objet ponctuel M , sans vitesse initiale, sur un support circulaire lié à un véhicule en translation avec une accélération $\vec{\gamma}_0 = \gamma_0 \vec{u}_x$. Le mobile est repéré initialement par l'angle θ_0 . On se place dans le champ de pesanteur uniforme, on suppose le référentiel terrestre galiléen, et qu'il y a absence de frottements.



- Montrer qu'il existe un angle $\theta_0 = \theta_E$ où M est en équilibre relatif si $\theta_0 < \theta_E$.
- Retrouver la valeur de θ_E par un raisonnement énergétique.
- Discuter de la stabilité de la position d'équilibre.