



Électricité et électromagnétisme

I Rapports

CCINP 2025

En électricité, les difficultés se retrouvent régulièrement en régime sinusoïdal permanent.

Les calculs menés en notation complexe laissent apparaître un manque de maîtrise évident. L'étude des filtres est bien souvent malmenée (diagramme de Bode méconnu, allure des asymptotes fausses...).

En induction électromagnétique, trop peu de candidats pensent à faire au préalable une analyse qualitative du phénomène par application de la loi de Lenz. Les circuits doivent être arbitrairement orientés, ce qui conditionne l'orientation des vecteurs déplacement et surface, donc le signe de la force électromotrice induite et de l'intensité du courant induit. Sans cela, il est impossible de s'assurer de la validité de la loi de Lenz.

CCINP 2024

Électricité

Un net recul par rapport aux années précédentes : en régime sinusoïdal permanent, les calculs menés en notation complexe laissent apparaître un manque de maîtrise évident. L'étude des filtres est bien souvent malmenée (diagramme de Bode méconnu, allure des asymptotes fausses...).

Électromagnétisme

Cette année encore, l'induction électromagnétique a été particulièrement mal traitée. Le phénomène d'induction est invisible pour certains candidats, surtout si le mot « induit » ne figure pas dans l'énoncé. Un nombre non négligeable de candidats a été incapable de calculer une force électromotrice induite et ignorait parfois jusqu'à l'existence de la loi de Faraday ou de la loi de Lenz. Les exercices d'induction doivent tous se traiter en commençant par orienter arbitrairement les différents circuits filiformes : c'est à cette condition que l'analyse du signe de la f.é.m. ou du courant induit permet d'en déduire les effets électriques ou mécaniques et de vérifier la validité de la loi de Lenz.

Centrale 2024

Électromagnétisme

Les surfaces de Gauss doivent être fermées et le théorème d'Ampère s'applique sur un contour fermé. Il est bon de savoir passer d'une équation locale à sa formulation intégrale, les deux écritures apportant des résultats complémentaires.

Le minimum que l'on attend d'un champ électromagnétique est de satisfaire aux équations de Maxwell. Le champ électrique a pour unité V/m et le vecteur de Poynting le W/m² ; certains le découvrent le jour de l'oral. De même $[B] = [E]/[vitesse]$. Il y a une dérivée temporelle dans les équations de conservation. La relation de structure nécessite de valider certaines hypothèses. La définition d'une OPPM est parfois délicate pour certains, chacun des termes demandant à être compris et justifié. De même, la notion de phase n'est pas toujours comprise. Une réflexion sur les dimensions des différentes grandeurs pourrait s'avérer payante.

La force de Laplace n'est pas consubstantielle au phénomène d'induction. Le coefficient de couplage est parfois mal compris.

Les symétries et invariances sont invoquées sans plus de précisions et leurs conséquences également. Quand on cherche le vecteur qui porte un champ en un point M , on s'intéresse aux plans de symétrie ou d'antisymétrie passant par ce point.

Il existe un certain nombre de situations dans le programme à identifier rapidement (plasma neutre, zone vide de charge et de courant, métal ...). L'application du théorème d'Ampère de la magnétostatique hors du régime permanent doit être validée, ne serait-ce que par un calcul d'ordre de grandeur sur les fréquences par exemple.

Certaines notions d'électrocinétique sont à reprendre : algébrisation des tensions et intensités, impédances des dipôles de base, pont diviseur de tension.

Multiplier une grandeur volumique par le volume du système pour obtenir la grandeur extensive cherchée ne fonctionne que si la première est uniforme. On rencontre très souvent cette erreur : ce point est à travailler.

Mines-Ponts 2025

On observe souvent des confusions entre lignes de champ et équipotentielles. Le théorème de Gauss est connu, mais pas toujours bien appliqué (surfaces de Gauss inadaptées à la géométrie du problème). Nous rappelons que les systèmes modélisés par une sphère, un cylindre infini ou un plan infini doivent être maîtrisés à la perfection. De même, l'établissement des expressions du champ et du potentiel créés par un doublet de charges dans l'approximation dipolaire fait partie des capacités exigibles.

La loi de Lenz, même si elle est connue, est souvent mal interprétée. La cause des phénomènes d'induction est la variation du flux de champ magnétique et non pas, par exemple, la présence d'un champ \vec{B} constant qui traverse qui traverse un circuit en mouvement, certains candidats prédisant alors un « champ magnétique induit » opposé au champ extérieur.

Les conventions choisies pour les signes des tensions et des courants doivent être systématiquement précisées.

Rappelons aussi que, pour être exploitable, le tracé d'un diagramme de Bode doit être réalisé avec un minimum de soin. Il faut renseigner les axes, représenter les points significatifs et faire figurer les asymptotes. Le cas échéant, la calculatrice peut être utilisée pour des tracés de courbes ou des résolutions graphiques complexes.

Mines-Ponts 2024

Électromagnétisme :

la relation entre densité de courants et densité de charges est souvent méconnue.

Les exercices d'induction montrent souvent un manque d'analyse préalable du problème. Trop peu de candidats orientent de manière cohérente les grandeurs électriques algébriques dans les schémas équivalents.

Électrocinétique :

quoique ce thème reste une faible partie du programme, le jury ne peut qu'inviter les candidats à maîtriser les méthodes classiques d'étude d'un circuit simple : loi des nœuds, des mailles, pont diviseur, relations courant-tension des dipôles. Bien que les relations de continuité dans la bobine ou le condensateur soient connues, celles-ci ne sont que rarement utilisées afin de déterminer les conditions initiales.

II Questions de cours

- Mouvements de particules chargées dans un champ \vec{E} ou \vec{B} . Applications.
- Filtres du premier et second ordre. Illustration par quelques exemples simples.
- L'induction. Applications.
- Énergie magnétique d'un circuit seul, de deux circuits en inductance mutuelle.
- Le dipôle électrostatique, exemple de dipôle et tracé de ses lignes de champ.
- Les équations de Maxwell, forme locale, forme intégrale
- Les propriétés du champ magnétostatique. Propriétés de symétrie.
- Lignes de champ créées par une spire parcourue par un courant constant.
- Théorème d'Ampère. Application au calcul du champ magnétique créé par un solénoïde infini.
- Vecteur de Poynting, densité d'énergie électromagnétique, puissance volumique cédée par le champ à la matière. Bilan d'énergie.

- Théorème de Gauss pour le champ électrique ; forme locale.
- Effet Hall

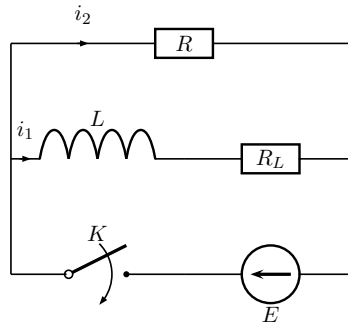
III Exercices

1. Surtension avec bobine – CCINP

On considère le circuit ci-dessous.

Une bobine réelle ($L = 1,0 \text{ H}$; $R_L = 2,0 \Omega$) est montée en parallèle avec un conducteur ohmique de résistance $R = 20 \Omega$; l'ensemble est alimenté par une source de tension continue ($E = 6,0 \text{ V}$).

1. L'interrupteur K est fermé depuis un long intervalle de temps. Calculer i_1 et i_2 .
2. On ouvre K à $t = 0$. Établir, en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant qui circule dans la bobine.
3. En déduire l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes du conducteur ohmique R .
4. Montrer que la tension u peut prendre durant un bref instant une valeur très supérieure à E .
5. Établir le bilan énergétique du régime transitoire.



2. Cylindre chargé – CCINP

On considère un cylindre, supposé de longueur infini et de rayon a . Il est uniformément chargé en surface avec une densité surfacique de charge σ . On considère un point M placé à une distance r de l'axe du cylindre.

1. Étudier les symétries et invariances du problème étudié.
2. Déterminer pour $r > a$ le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ le potentiel $V(M)$.
3. Faire de même pour $r < a$.

3. Adaptation d'impédance – Centrale

1. Un générateur continu, de force électromotrice E et de résistance interne r alimente un un conducteur ohmique de résistance R .
 - a) Déterminer la valeur de R pour que la puissance transférée soit maximale.
 - b) Déterminer l'expression de la puissance maximale transférée.
 - c) Tracer le graphe représentant la puissance transférée en fonction de R .
2. Dans cette question, le générateur possède une force électromotrice sinusoïdale $e(t) = E\sqrt{2} \sin(\omega t)$ et possède une impédance de la forme $\underline{z} = r + jx$. Il alimente une impédance $\underline{Z} = R + jX$. Pour quelle valeurs de \underline{Z} la puissance moyenne transférée est-elle maximale ? On donnera dans ce cas la relation entre \underline{Z} et \underline{z} .

Quelle est l'expression de la puissance maximale transférée ?

4. Bobinage torique

Soit un tore engendré par la rotation d'un carré de côté $2a$ autour de l'axe Oz . En coordonnées cylindriques, les points intérieurs au tore ont pour coordonnées (r, θ, z) telles que :

$$r \in [\ell - a, \ell + a]; \theta \in [0, 2\pi]; z \in [-a, a].$$

Ce tore est constitué d'une substance de perméabilité μ_0 . On enroule régulièrement N spires à la surface de ce tore ; le bobinage est parcouru par un courant d'intensité i .

1. Déterminer l'expression du champ magnétique en coordonnées cylindriques pour un point quelconque de l'espace.
2. Calculer le flux propre dans le bobinage.
3. En déduire le coefficient d'autoinduction L de la bobine ainsi constituée.
Application numérique : $2a = 1,8$ cm ; $\ell = 5$ cm ; $N = 500$.
4. On place sur l'axe Oz du tore un fil très long devant les dimensions du tore ; déterminer le coefficient d'inductance mutuelle entre le fil et le tore.

5. Étude d'un circuit RLC au voisinage de la résonance – CCINP

On considère un circuit RLC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdale de pulsation ω , de force électromotrice $e(t)$, de résistance interne $r = 50 \Omega$ et d'amplitude E constante.

1. Déterminer l'expression de l'amplitude I de l'intensité du courant en fonction de ω . Tracer l'allure de $I(\omega)$. Déterminer la pulsation de résonance en intensité ω_0 .
2. Déterminer l'expression de l'impédance complexe \underline{Z} du circuit (RLC et générateur). Tracer $\underline{Z}(\omega)$ dans le plan complexe. Comment peut-on en déduire la résistance de la bobine ?
3. Au voisinage de la résonance, montrer que \underline{Z} est proportionnelle à $1 + 2jQ \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$. En déduire que le déphasage entre l'intensité et la tension est proportionnelle à $\omega - \omega_0$. En déduire une méthode de mesure de L puis de C .

6. Dipôle – CCINP

1. Déterminer le champ électrostatique puis le potentiel électrostatique créé par un fil infini uniformément chargé (λ densité linéique de charge).
2. En déduire le potentiel électrostatique créé à grande distance par deux fils infinis, verticaux, parallèles, distants de a , chargé uniformément avec des densités linéiques opposées.
3. Déterminer et représenter les lignes équipotentielles.

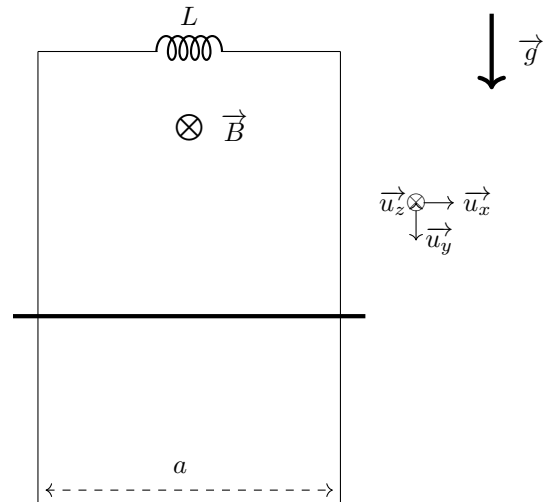
7. Distributions planes de charges – CCINP

1. Calculer le champ électrique dans tout l'espace créé par un plan infini de charge surfacique uniforme σ .
2. Déterminer l'expression du champ électrique créé dans une plaque infinie d'épaisseur $2a$ et de charge volumique $-\rho$ pour $x \in [-a; 0]$ et ρ pour $x \in [0; a]$.
3. Calculer également ce champ à l'extérieur de la plaque.

8. Chute d'une barre

Soit une barre conductrice de masse m de longueur a et de résistance R fermant un circuit avec une bobine d'inductance L . Il règne un champ de pesanteur \vec{g} selon \vec{u}_y (la verticale descendante) et un champ \vec{B} uniforme comme sur le schéma. On néglige l'inductance propre du circuit et on la lâche avec une vitesse nulle à l'instant initial.

1. Donner une équation reliant v vitesse de la barre, le courant dans le circuit i , et sa dérivée temporelle.
2. Écrire une équation différentielle mettant en jeu l'accélération de la barre.
3. En déduire une équation portant sur des puissances et l'interpréter.
4. Déterminer l'équation différentielle régissant i .
5. Mettre en évidence un courant particulier i_0 et interpréter l'équation obtenue pour R "grand" (signification?).



9. Oscillateur – MT

Pour des temps négatifs, $t < 0$, le condensateur est chargé et $u = E$. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

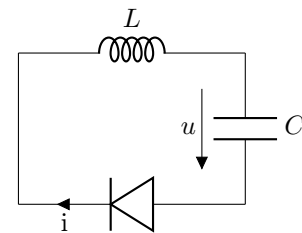
1. En absence de diode :

a. Déterminer $u(t)$ et $i(t)$. Représenter leurs graphes.

b. On pose $y(t) = \sqrt{\frac{L}{C}} i(t)$ et $x(t) = u(t)$. Tracer le diagramme $y = f(x)$.

2. Avec une diode idéale

Mêmes questions.



10. Fil conducteur creux

Un fil conducteur épais de rayon R et d'axe (Oz) est parcouru par un courant de densité $j\vec{u}_z$ uniforme.

1. Déterminer le champ \vec{B}_0 en tout point M de l'espace.
2. Exprimer \vec{B}_0 en fonction de \vec{u}_z et \vec{OM} pour $r < R$.
3. On suppose maintenant que le fil est creux et présente une cavité cylindrique parallèle à l'axe du cylindre mais décentrée par rapport à cet axe. Dans le reste du cylindre, la densité de courant est toujours égale à \vec{j} . Calculer le champ magnétique dans la cavité.

11. Champ créé – Centrale

Le demi-espace $z > 0$ infini est chargé avec la densité volumique de charge $\rho(z) = \rho_0 e^{-z/a}$.

1. Calculer le champ électrique en tout point de l'espace (E est nul en $z \rightarrow \infty$).
2. Que se passe-t-il si on ajoute à la distribution précédente un plan infini en Oxy portant la densité de charge σ ?

12. Courant sinusoïdal

Un cylindre de rayon a et de très grande longueur selon Oz est parcouru par un courant d'intensité $I = I_0 \cos(\omega t - kz)$ avec $k = \frac{\omega}{c}$.

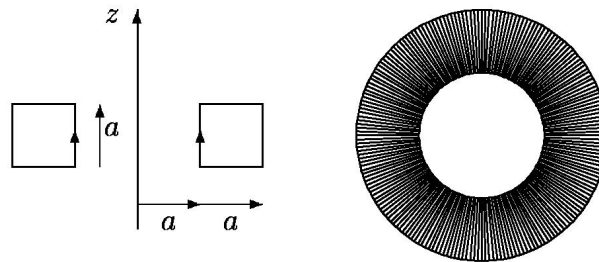
1. Effectuer une étude des symétries et invariances.

Dans la suite, on prendra $E_z(r, t) = 0$.

2. À partir de l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale, déterminer \vec{B} dans tout l'espace.
3. À partir de l'équation de Maxwell-Ampère locale, en déduire une équation aux dérivées partielles sur \vec{E} . Déterminer \vec{E} .

13. Pince ampèremétrique

Une pince ampèremétrique est constituée d'un tore de section carrée de côté $a = 5$ cm, d'axe Oz et de rayon moyen $3a/2$ sur lequel sont bobinés régulièrement un grand nombre $N = 10^4$ spires carrées de côté a en série. Ce circuit de résistance $R = 0,2 \Omega$ est fermé sur un ampèremètre de résistance $r = 0,3 \Omega$.



D'autre part un fil infini confondu avec l'axe Oz est parcouru par un courant d'intensité $I(t) = I_M \cos \omega t$, de fréquence $f = 50$ Hz. Soit $i(t) = i_M \cos(\omega t + \varphi)$ la valeur du courant dans la pince ampèremétrique en régime sinusoïdal forcé. Soit \vec{B} le champ magnétique total, créé par le fil et la pince.

1. Justifier que $\vec{B} = B_\theta(r, z)\vec{u}_\theta$ et déterminer $B_\theta(r, z)$ en un point M situé dans la section d'une spire carrée du tore.
2. En déduire le flux magnétique total Φ à travers les N spires, puis l'expression du rapport i_M/I_M .

14. Filtrage–Mines–Ponts

1. Étudier le filtre schématisé ci-contre aux basses et hautes fréquences.
2. Étudier sa fonction de transfert harmonique et choisir les composants pour que la fréquence de résonance soit $f_0 = 1,0$ kHz avec une bande passante de 10 Hz.
3. On garde les valeurs trouvées précédemment.

(a) $v_E(t)$ est une fonction sinusoïdale d'amplitude $V_E = 2,0$ V.

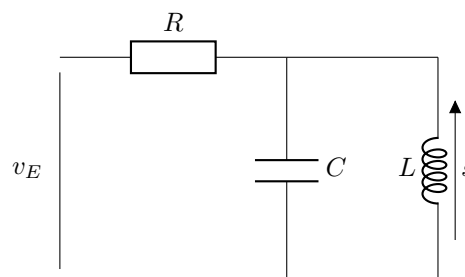
Tracer le spectre en fréquences de $v_E(t)$ et de $v_S(t)$ lorsque la fréquence de $v_E(t)$ est :

$$\alpha) f = 1,0 \text{ kHz} \qquad \beta) f = 100 \text{ Hz} \qquad \gamma) f = 3,0 \text{ kHz}$$

(b) Même questions si $v_E(t)$ est une fonction « carrée » d'amplitude $V_E = 2,0$ V.

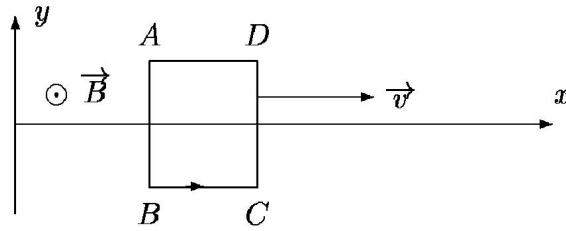
Donnée : décomposition en série de Fourier de la fonction « carrée » d'amplitude V_E et de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$:

$$v_E(t) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4V_E}{(2p+1)\pi} \sin(2p+1)\omega t$$



15. Moteur linéaire – Mines

Un cadre filiforme $ABCD$ est un carré de côté a et de résistance R . Ce cadre est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$, où v est une constante positive. A l'instant $t = 0$, le côté AB a pour abscisse 0.



Le cadre est soumis au champ magnétique

$$\vec{B} = B_0 \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right) \vec{e}_z.$$

1. Calculer l'intensité du courant induit.
2. Calculer la somme $\vec{F}(t)$ des forces de Laplace s'exerçant sur le cadre à l'instant t ainsi que la valeur moyenne $\bar{F}(v) = \langle F(t) \rangle$. Déterminer les valeurs de v pour lesquelles le système fonctionne en moteur.
3. Calculer la puissance moyenne \mathcal{P}_m du moteur ; comparer cette puissance à la puissance \mathcal{P}_J dissipée par effet Joule. Commenter le bilan énergétique du système.

16. Chauffage par induction – Centrale

On considère un solénoïde de longueur ℓ et de rayon a parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_0 e^{j\omega t}$ (avec $f = 100$ kHz), dans lequel on place un cylindre de cuivre de conductivité électrique $\gamma = 10^7$ SI. Le cuivre occupe tout l'espace intérieur du solénoïde. On néglige les effets de bords. On donne : $\vec{E}(r, t) = E(r) e^{j\omega t} \vec{u}_\theta$, $\vec{B}(r, t) = B(r) e^{j\omega t} \vec{u}_z$ et $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.

1. Établir les équations vérifiées par $B(r)$ et $E(r)$.
2. Quelle simplification peut-on faire compte-tenu de la valeur de γ ?
3. On donne l'équation différentielle vérifiée par \vec{E} ou \vec{B} :

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = D \vec{\Delta} \vec{E}$$

De quel type d'équation s'agit-il ? Que vaut la constante D ? Déterminer une longueur caractéristique δ par analyse dimensionnelle. Comparer δ à $a = 15$ cm.

4. On schématise la situation par : $\vec{j} = \vec{0}$ pour $r < a - \delta$ et $\vec{j} = j(t) \vec{u}_\theta$ pour $a - \delta < r < a$.
 - (a) Déterminer le champ dans les deux domaines du conducteur.
 - (b) Montrer que l'ensemble solénoïde/conducteur est équivalent à un empilement de solénoïdes élémentaires.