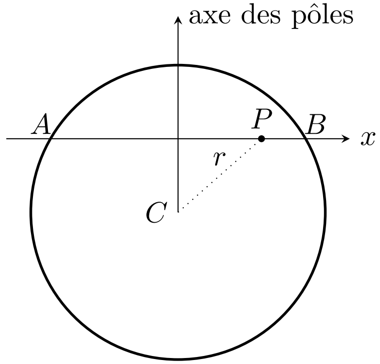
## Tunnel terrestre

on considère un astre à symétrie sphérique (rayon $R$, masse $M$ uniformément répartie) dans lequel un tunnel rectiligne est percé.




1. Présenter les analogies entre l'électrostatique et la gravitation.
2. En négligeant la présence du tunnel, déterminer le champ gravitationnel créé au point P sachant qu'à la surface, on a $g_0$.

   On néglige les frottements ; on assimile $P$ à un objet ponctuel de masse $m$. À $t = 0$, on lâche l'objet $P$ en $A$ sans vitesse initiale.
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.
4. La résoudre et déterminer la période d'oscillation.

   À ce même instant initial ($t = 0$), un satellite noté $S$, qui orbite autour de l'astre à une altitude négligeable passe à la verticale de $A$.
5. $P$ et $S$ vont-ils se rencontrer périodiquement au point $A$ ? Si oui, déterminer cette période.

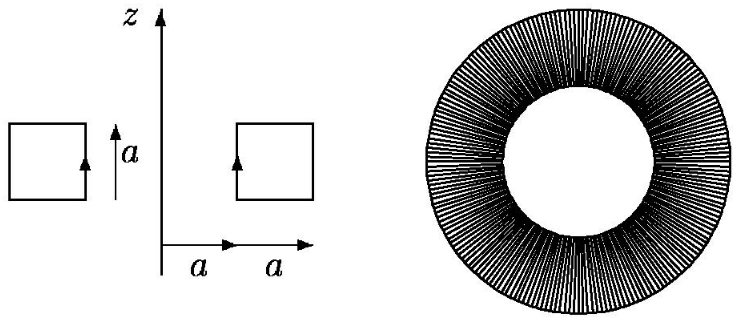
Données : $R = 6400$ km ; $g_0 = 9,8$ m.s$^{-2}$.

## Transpiration et vélo

On souhaite déterminer le volume d'eau nécessaire pour qu'un cycliste garde sa température corporelle constante à 37$^o$C pendant son tour de 4 heures.

Données :
- $\mathcal{P}_{\text{meca}} = 330$ W ;
- Rendement des muscles : 33% en mécanique et 67% en thermique ;
- Capacité thermique du cyclique : $c_p = 3,5$ kJ.kg$^{-1}$.K$^{-1}$ ;
- Résistance thermique de la peau humaine pour un homme moyen : $R = 3 \cdot 10^{-2}$ K.W$^{-1}$ ;
- Échange conducto-convectif entre l'air et le cycliste : $P_{cc} = hS(T_a - T_c)$ avec $T_c$ température de surface du cycliste ; $T_a$ : temperature de l'air $T_a = 25^o$C, $S = 2,0$ m$^2$ ; $h = 10$ W.m$^{-2}$.K$^{-1}$.
- L'enthalpie massique de vaporisation de l'eau : $\Delta h_{vap} = 2300$ kJ.kg$^{-1}$.

## Pince ampèremétrique




Une pince ampèremétrique est constituée d'un tore de section carrée de côté $a = 5$ cm, d'axe $Oz$ et de rayon moyen $3a/2$ sur lequel sont bobinés régulièrement un grand nombre $N = 10^4$ spires carrées de côté $a$ en série. Ce circuit de résistance $R = 0,2\ \Omega$ est fermé sur un ampèremètre de résistance $r = 0,3\ \Omega$.

D'autre part un fil infini confondu avec l'axe $Oz$ est parcouru par un courant d'intensité $I(t) = I_M \cos \omega t$, de fréquence $f = 50$ Hz.

1. Expliquez qualitativement la présence d'un courant $i(t)$ dans la pince.
2. Déterminez le champ magnétique $\overrightarrow{B}(M,t)$ généré par le fil.
3. En déduire le flux magnétique $\Phi_B$ à travers les $N$ spires de la pince.
4. En déduire le coefficient de mutuelle inductance $M$ entre le fil et le tore. Application numérique. On donne $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H.m$^{-1}$.
5. Rappelez la loi de Faraday. Comment peut-on modéliser le tore di point de vue électrique ?
6. Établir le rapport $\dfrac{i}{I}$.
7. On supposera que $\dfrac{L\omega}{R} \gg 1$. Quel est l'intérêt d'un tel système ?

## Perfusion sanguine

On réalise une perfusion avec une poche de sang dont la section à l'air libre est à $P_0$. Cette poche de sang est reliée à un tuyau vertical de hauteur $h$, lui-même relié à une aiguille horizontale de rayon $R$ et de longueur $\ell$.
On néglige la viscosité dynamique dans la poche et le tuyau vertical. L'aiguille a un diamètre de 0,8 mm et une longueur de 25 mm. Au vu de la géométrie de l'aiguille, on ne peut pas négliger la viscosité et les pertes de charges à l'intérieur celle ci.
À quelle hauteur $H_0$ doit on placer la poche pour obtenir un débit volumique de sang $D_V = 40$ cm$^3$.min$^{-1}$ ?

Données :

— $\rho_{\text{sang}} = 1,0$ kg.L$^{-1}$ ;
— $P_S = 1,07$ bar ;
— $\eta_{\text{sang}} = 2,034 \cdot 10^{-3}$ Pa.s ;
— Relation de Stokes en géométrie cylindrique : $\overrightarrow{0} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,(P) + \eta \Delta \overrightarrow{v}$ ;
— $\Delta \overrightarrow{v} = \left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial v}{\partial r}\right) + \dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)\overrightarrow{e_z}$ avec $\overrightarrow{v} = v(r,z)\overrightarrow{e_z}$ ;
— $\overrightarrow{\text{grad}}\,(P) = \dfrac{\partial P}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \dfrac{\partial P}{\partial z}\overrightarrow{e_z}$.