

Exploration géologique de la planète Mars

Les nombreuses missions orbitales lancées depuis l'an 2000 vers Mars, comme *Mars Global Surveyor* ou *Mars Odyssey*, ont permis de faire de grands progrès dans la connaissance de la géologie de la « planète rouge ». Nous allons aborder différents aspects de cette exploration, en étudiant tout d'abord une technique de caractérisation minéralogique à distance puis le fonctionnement d'un capteur thermique embarqué sur une sonde spatiale.

Les deux problèmes du sujet sont indépendants, et leurs sous-parties le sont dans une large mesure.

I Propriétés thermiques du sol

La mesure de l'inertie thermique (qui sera définie par la suite) de la surface est une technique couramment utilisée en télédétection spatiale. Elle constitue un moyen efficace de déterminer la composition minéralogique du sol, ou encore la taille des grains de sable et de poussière qui le recouvrent. Dans cette partie, nous examinerons comment accéder à cette grandeur à partir de la mesure des températures de surface.

1. Équation de la diffusion thermique à 1 dimension

On modélise le sol martien comme un milieu homogène, isotrope, de conductivité thermique k , de masse volumique ρ et de capacité thermique massique à pression constante c_p . La température T dans le sol est supposée ne dépendre que du temps et de la profondeur z . L'axe Oz est dirigé vers le bas, le niveau du sol correspondant à la surface $z = 0$ (cf. Fig. 1).

N.B. Dans tout le problème on négligera les flux thermiques d'origine interne à la planète.

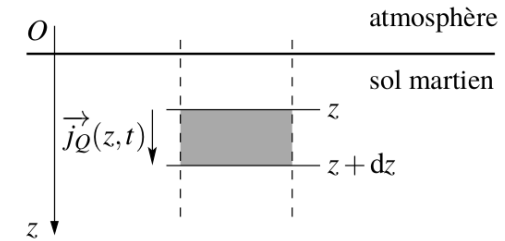


Figure 1 – Volume élémentaire (grisé) sur lequel le bilan énergétique est effectué.

- 1 Rappel la loi de Fourier reliant le flux thermique surfacique $\vec{j}_Q$ au gradient de température.
- 2 À partir d'un bilan énergétique effectué entre les instants t et $t + dt$ sur une tranche horizontale de terrain comprise entre les profondeurs z et $z + dz$ (cf. Fig. 1), établir que la température $T(z, t)$ est solution de l'équation de diffusion

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

où D est un coefficient que l'on exprimera en fonction de k , ρ et c_p .

2. Inertie thermique du sol

La température de surface varie périodiquement (que ce soit en raison des fluctuations journalières ou annuelles de l'ensoleillement) : en première approximation, on peut écrire

$$T_s(t) = T(z = 0, t) = T_0 + \theta_0 \cos(\omega t)$$

ω étant la pulsation de la fluctuation considérée. En profondeur, on définit l'écart à la température moyenne comme

$$\theta(z, t) = T(z, t) - T_0 = \theta_m(z) \cos(\omega t + \phi)$$

- 3 Montrer que la variable $\theta(z, t)$ vérifie l'équation de la chaleur.

- [4] On associe à $\theta(z, t)$ la grandeur complexe $\underline{\theta}(z, t) = \underline{F}(z) \exp(i\omega t)$, telle que

$$\theta(z, t) = \mathcal{R}(\underline{\theta}(z, t))$$

$\mathcal{R}$ désignant la partie réelle d'un nombre complexe. Établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $\underline{F}(z)$ et la résoudre.

- [5] Montrer que le profil de température dans le sol vérifie

$$\theta(z, t) = \theta_0 \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) \cos(\omega t - \frac{z}{\delta})$$

et exprimer la grandeur δ en fonction des caractéristiques du sol. Quelle est sa dimension ?

- [6] Tracer l'allure de l'amplitude des variations de température $\theta_m(z)$ en fonction de la profondeur et repérer δ sur le graphique.
- [7] À quelle profondeur les variations de température sont-elles atténuées d'un facteur 2 ? d'un facteur 100 ? On donne $\ln(2) = 0,69$ et $\ln(10) = 2,3$.
- [8] *Application numérique* : calculer δ pour $k = 1,4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho = 2,8 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $c_P = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, dans le cas de la variation annuelle de température, sachant que 1 année martienne = $6,9 \cdot 10^2$ jours terrestres.

3. Déphasage de la température au sol

La température du sol martien est elle-même déphasée par rapport à l'ensoleillement reçu. Pour simplifier le problème, on suppose que le flux thermique net reçu par unité de surface varie de manière sinusoïdale au cours d'une journée martienne :

$$P_r(t) = (1 - A) \left[P_0 + p_1 \cos\left(2\pi \frac{t - t_0}{\tau}\right) \right]$$

A étant l'albédo de la surface, t le temps exprimé en heures martiennes (hm), avec $t_0 = 12 \text{ hm}$ et $\tau = 24 \text{ hm} = 89 \cdot 10^3 \text{ s}$ la durée du jour martien. P_0 est le flux thermique surfacique moyen reçu et p_1 l'amplitude des fluctuations. En outre, le sol martien à température T_s émet un flux thermique surfacique dirigé vers l'extérieur, donné par la loi de Stefan :

$$P_s(t) = \sigma T_s^4(t) \quad \text{avec} \quad \sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$$

Ce flux thermique est dû à l'émission d'un rayonnement électromagnétique, dont la longueur d'onde caractéristique λ_m est donnée par la loi du déplacement de Wien :

$$\lambda_m T_s = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$$

Dans toute la suite du problème, on négligera la contribution de l'atmosphère martienne aux échanges thermiques.

- [9] Quelle est la longueur d'onde caractéristique du rayonnement émis par un terrain à la température $T_s = 200 \text{ K}$? À quel domaine des ondes électromagnétiques cette valeur correspond-elle ?
- [10] Comme dans la partie précédente, on cherche une solution à l'équation de la chaleur sous la forme

$$T(z, t) = T_0 + \theta_1 \exp(-z/\delta) \cos\left(2\pi \frac{t - t_0}{\tau} - \frac{z}{\delta} + \varphi\right)$$

Cependant, c'est à présent la continuité du flux thermique surfacique à travers la surface martienne qui fixe les conditions aux limites.

- (a) Écrire cette équation de continuité.
- (b) Développer P_s au premier ordre en $\epsilon = |\theta_1|/T_0$ et réécrire l'équation de continuité du flux thermique en utilisant les variables complexes.
- (c) Exprimer T_0 en fonction de P_0 et A .

- [11] On appelle « inertie thermique » le paramètre $I = \sqrt{k\rho c_P}$. Exprimer le déphasage φ entre la température au sol T_s et le flux $P_r(t)$, en fonction de I , τ , T_0 et σ .
- [12] Au cours de ses rotations en orbite autour de Mars, une sonde a mesuré la température T_s d'un point donné à différents instants de la journée (cf. Fig. 2).

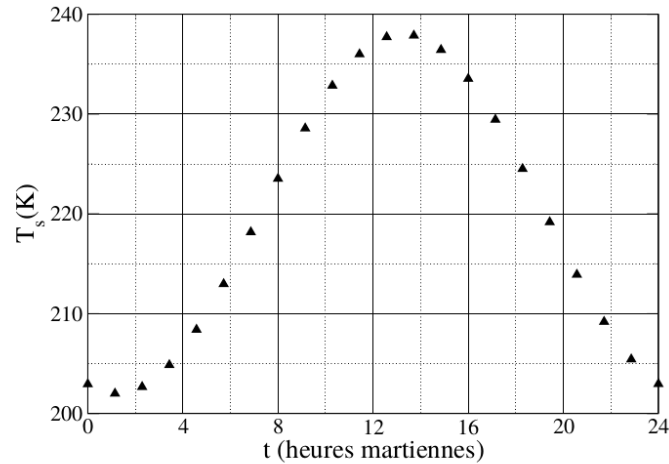


Figure 2 – Mesure de la température de surface de Mars en fonction du temps.

- Déduire du graphique la température moyenne de la journée T_0 et l'amplitude des variations de température. L'approximation effectuée à la question 10.b est-elle valable ?
- Déduire du graphique le déphasage φ et finalement la valeur de l'inertie thermique I du terrain (on pourra se contenter d'un chiffre significatif pour cette estimation).
- On a mesuré expérimentalement que dans les conditions de pression régnant sur Mars, l'inertie thermique est liée au diamètre effectif d des grains de sable recouvrant le sol :

$$I = Bd^{1/4} \quad \text{avec} \quad B = 1,6 \cdot 10^3 \text{ J.m}^{-9/4}.\text{s}^{-1/2}.\text{K}^{-1}$$

En déduire une estimation de la taille des grains de sable sur le terrain étudié.

II Fonctionnement d'un capteur d'imagerie thermique

Pour estimer la température de surface de Mars, l'instrument THEMIS de la sonde Mars Odyssey est équipé d'un bolomètre qui mesure le flux radiatif émis par la surface en le convertissant en signal électrique. Nous allons étudier le principe de fonctionnement de ce capteur.

1. Principe du bolomètre

Le bolomètre mesure l'échauffement d'un matériau que provoque l'énergie radiative reçue dans une certaine gamme de longueurs d'ondes. Il est constitué par un absorbeur de capacité calorifique totale à pression constante C_{th} et par un thermostat maintenu à température constante T_0 (cf. Fig. 3). Absorbeur et thermostat sont reliés par un milieu de conductance thermique G_{th} (on rappelle que la conductance thermique est l'inverse de la résistance thermique : $G_{th} = 1/R_{th}$). Lorsqu'il est exposé à un rayonnement, l'absorbeur s'échauffe et l'énergie thermique est évacuée vers le thermostat. On mesure cet échauffement grâce à la variation d'une résistance électrique avec la température :

$$R(T) = R_e \exp(\alpha(T - T_e)), \quad \alpha > 0$$

où T_e est une température de référence. Dans toute la suite, on considérera que la température dans l'absorbeur T est uniforme, et que la température de la résistance est à tout instant égale à celle de l'absorbeur. On néglige le rayonnement de l'absorbeur.

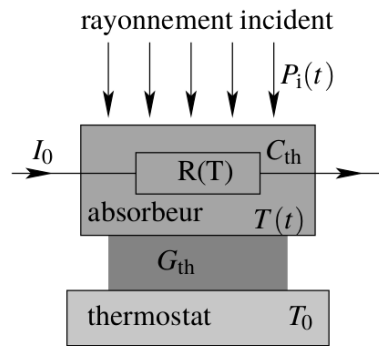


Figure 3 – Schéma de principe du bolomètre.

1..1 Étude du régime stationnaire

- 13 Exprimer le flux thermique de l'absorbeur (à température T) vers le thermostat.
- 14 Même en l'absence du rayonnement incident que l'on souhaite mesurer, le détecteur reçoit en permanence un bruit de fond dû à diverses radiations parasites. Ce bruit de fond se caractérise par une puissance reçue constante P_e . La résistance est parcourue par un courant d'intensité I_0 que nous considérerons comme constante.
- Exprimer la puissance fournie par la résistance, traversée par le courant I_0 , à l'absorbeur.
 - Effectuer un bilan thermique, et en déduire la température de l'absorbeur à l'équilibre T_e en fonction de $R_e = R(T_e)$ et des autres variables. On suppose qu'il n'y a aucune fuite thermique vers l'extérieur.

1..2 Détection d'une perturbation

À l'instant $t = 0$, on expose brusquement le bolomètre à un rayonnement extérieur constant, noté p . La puissance reçue en fonction du temps s'écrit

donc

$$P_i(t) = \begin{cases} P_e & \text{si } t < 0 \\ P_e + p & \text{si } t \geq 0 \end{cases} \quad \text{avec } |p| \ll P_e$$

En conséquence, l'absorbeur voit sa température augmenter :

$$T(t) = T_e + \theta(t) \quad \text{avec } |\theta(t)| \ll T_e$$

- 15 Effectuer un bilan énergétique pour l'absorbeur et développer $R(T)$ au premier ordre en $\epsilon = \alpha\theta$. En déduire une équation différentielle en $\theta(t)$. On suppose que la résistance est toujours parcourue par un courant d'intensité I_0 , et que la relation établie à la question 13 reste valable.
- 16 Résoudre cette équation, et donner l'expression de la variation de température $\theta(t)$ en mettant en évidence un temps caractéristique τ_d .
- 17 À quelle condition sur I_0 le détecteur est-il stable? En supposant cette condition satisfaite, tracer l'allure de la variation de la résistance $R(t)$ suite à l'exposition du bolomètre, en repérant le temps caractéristique τ_d sur le graphique.
- 18 Comment interpréter le temps τ_d ? Doit-on chercher à le réduire ou à l'augmenter lors de la conception de l'appareil?
- 19 Quel serait le montage électronique équivalent au circuit thermique du bolomètre?

2. Détection du signal

La faible variation de résistance électrique de l'absorbeur est ensuite convertie en une différence de potentiel et amplifiée par le système électronique de lecture de l'instrument. La résistance variable est placée dans un pont de Wheatstone (cf. Fig. 4). La différence de potentiel V_e , constante, est fournie par un générateur de tension.

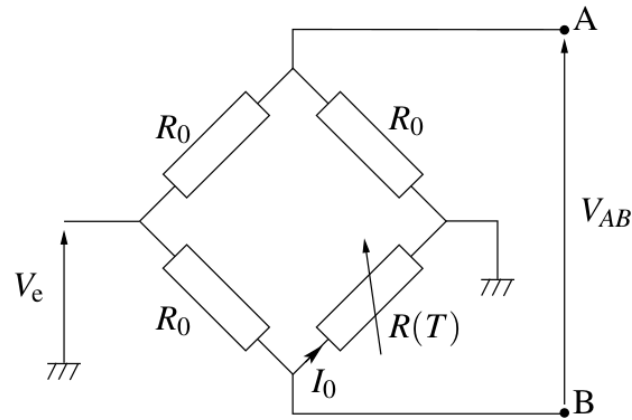


Figure 4 – Montage en pont de Wheatstone.

- [20] Exprimer la tension V_{AB} aux bornes du pont, en fonction de $R(T)$, R_0 et V_e .
- [21] Le signal obtenu V_{AB} est ensuite amplifié par le dispositif représenté sur la figure 5.

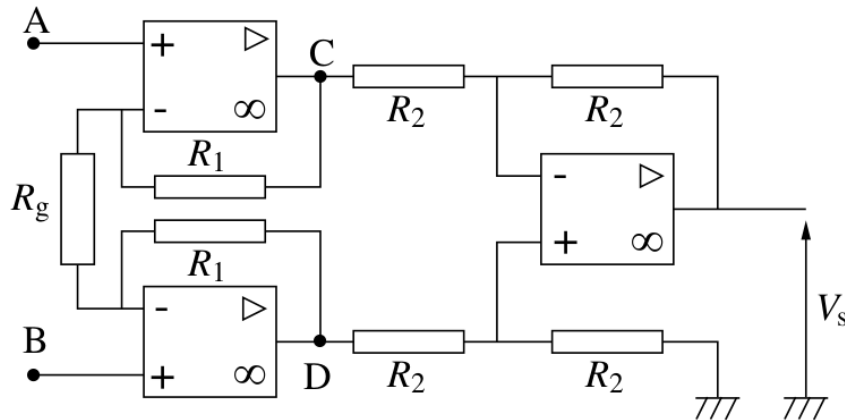


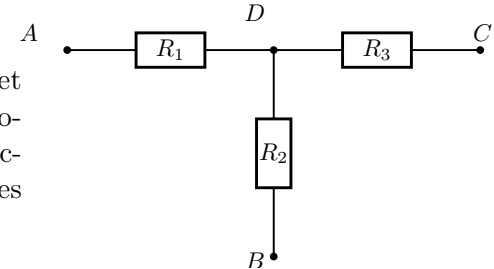
Figure 5 – Dispositif d'amplification du signal électrique.

Les amplificateurs opérationnels du circuit sont considérés comme idéaux et les conditions sont telles qu'ils fonctionnent en régime linéaire : les deux entrées (-) et (+) sont au même potentiel, et les courants d'entrée sont nuls :

$$\epsilon = 0 \text{ et } i^+ = i^- = 0$$

(a) Rappel :

En partant de la loi des nœuds et de la loi d'Ohm, exprimer le potentiel V_D du nœud D en fonction des potentiels V_A , V_B , V_C des nœuds respectifs A , B et C .



- (b) En appliquant la loi des nœuds en terme de potentiel en F et G , exprimer V_s en fonction de V_C et V_D . Quelle est la fonction de la partie du circuit située à droite des nœuds C et D ?
- (c) Exprimer V_s en fonction de V_{AB} puis de V_e . Comment choisir R_0 pour que le signal de sortie V_s soit nul quand $p = 0$?
- (d) Pour $t \gg \tau_d$, on définit le gain de la chaîne d'acquisition par le rapport $G = |V_s/p|$. L'exprimer dans l'hypothèse où $|\alpha\theta| \ll 1$.
- (e) *Application numérique* : avec les mêmes hypothèses, calculer le gain G sachant que $\alpha = 20 \text{ K}^{-1}$, $V_e = 10 \text{ V}$, $C_{th} = 3,0 \cdot 10^{-11} \text{ J.K}^{-1}$, $R_g = R_1 = 1,0 \cdot 10^2 \text{ k}\Omega$, $R_0 = 1,0 \text{ M}\Omega$ et $\tau_d = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.