

Question de cours : Bilan local de particules

Établir l'expression du bilan local de particules dans le cas d'un problème à symétrie cylindrique.

Exercice : Climatiseur

Un local, de capacité thermique à pression constante $C_p = 4 \cdot 10^3 \text{ kJ.K}^{-1}$, est initialement à la température de l'air extérieur $T_{ext} = 305 \text{ K}$. Un climatiseur, qui fonctionne de façon cyclique réversible ditherme (entre l'air extérieur et le local), ramène la température du local à $T_f = 293 \text{ K}$ en une heure.

1. Quel est le rendement η de ce climatiseur si le local est à la température T ?
2. Exprimer la chaleur totale Q échangée par le climatiseur avec le local pendant la transformation.
3. Exprimer le travail total W échangé par le climatiseur pendant la transformation.
4. Quelle puissance électrique moyenne $\langle P \rangle$ a dû recevoir ce climatiseur ?

Question de cours : Loi de Fick

Énoncé de la loi de Fick. Commentaires. Ordres de grandeur de D . Établir l'équation de diffusion.

Exercice : Capacité thermique de l'hydrogène

On considère un calorimètre et l'eau contenue, de capacité thermique totale $\Gamma = 1,6 \text{ kJ.K}^{-1}$ et de température initiale $\theta_0 = 15^\circ\text{C}$, dans lequel on immerge un serpentin, de capacité thermique négligeable, parcouru par un liquide de capacité thermique massique constante $c = 1,6 \text{ J.K}^{-1}.\text{g}^{-1}$, avec un débit régulier $D_m = 1,0 \text{ g.s}^{-1}$. Ce liquide entre à la température $\theta_1 = 80^\circ\text{C}$ constante et sort à la température θ du calorimètre. On négligera les fuites thermiques.

1. Établir la relation donnant θ en fonction du temps t .
2. Quelle serait la température du calorimètre initialement à θ_0 , si l'on versait directement 100 g du liquide dont la température initiale était θ_1 , le serpentin étant alors vide ?
3. Le serpentin est maintenant parcouru par de l'hydrogène qui entre à la température $\theta_1 = 80^\circ\text{C}$ et sort à la température θ du calorimètre, dans les mêmes conditions initiales que précédemment ; au bout du temps $t = 100 \text{ s}$, on note $\theta = 54^\circ\text{C}$. Déterminer la capacité thermique spécifique de l'hydrogène, le débit est $D_m = 1 \text{ g.s}^{-1}$.

Question de cours : Bilan local de particules

Établir l'expression du bilan local de particules dans le cas d'un problème à symétrie sphérique.

Exercice : Forme d'une tuyère

On s'intéresse à un écoulement unidimensionnel (suivant x) d'un gaz parfait en régime stationnaire dans un cylindre de section variable, la tuyère. On supposera le fonctionnement réversible et les parois athermes : l'écoulement est isentropique. On se place dans le référentiel de la tuyère.

Les notations sont les suivantes : $S(x)$ est la section de la tuyère à la cote x , et $r(x)$ son rayon, $P(x)$ la pression, $T(x)$ la température, $v(x)$ le volume massique et $c(x)$ la vitesse du gaz.

Pour les applications numériques, on s'intéressera à l'air $M = 29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ et $\gamma = 1,4$.

1. Faire un bilan pour un système ouvert infinitésimal (de longueur dx) sur l'enthalpie massique h .

De même, faire un bilan d'entropie massique s . Écrire ces bilans sous forme différentielle.

2. Sachant que $s(T, P) = s(T_0, P_0) + c_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \frac{R}{M} \ln \left(\frac{P}{P_0} \right)$, déduire de ces deux bilans la relation (1) : $v \cdot dP = -c \cdot dc$.

3. Écrire la conservation du débit vérifiée par $S(x)$, $c(x)$ et $v(x)$. La différencier pour obtenir la relation (2).

4. Montrer que, pour un écoulement isentropique d'un gaz parfait, $dP = c_{son}^2 d\rho$. Que vaut c_{son} ?

Application numérique pour $T = 300 \text{ K}$.

Dans la suite, on considérera que c_{son} est une constante (la température varie peu).

5. En déduire la relation (3) :

$$dP = - \left(\frac{c_{son}}{v} \right)^2 dv$$

6. Grâce aux trois relations, montrer la formule d'Hugoniot :

$$\frac{dS}{S} = \frac{dc}{c} \left(\frac{c^2}{c_{son}^2} - 1 \right)$$

Comment varie S en fonction de c ?

7. On supposera connu $c(x)$. Intégrer alors S en fonction de c .

Exercice : Capacité thermique de l'hydrogène

On considère un calorimètre de capacité thermique $C = 2 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}$ (eau comprise), initialement à $T_i = 288 \text{ K}$. On fait passer un serpentin dans le calorimètre dans lequel circule de l'hydrogène de capacité thermique massique c_p , circulant avec un débit D_m . À l'entrée du calorimètre, l'hydrogène est à la température $T_e = 353 \text{ K}$, et en sortant, il est à la température T du calorimètre.

1. Montrer que la température T du calorimètre évolue selon une loi de la forme

$$T(t) = A + Be^{-t/\tau}$$

où l'on exprimera A et B en fonction de T_i et T_e , et la constante de temps τ en fonction de D_m , C et c_p .

2. Pour $D_m = 1,2 \text{ g}\cdot\text{s}^{-1}$, on obtient $T_1 = 326 \text{ K}$ à la date $t_1 = 1 \text{ min } 40 \text{ s}$. Déterminer c_p . Pouvait-on prévoir ce résultat ?

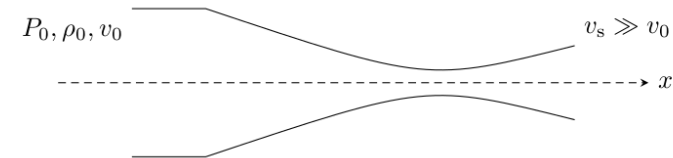
Exercice : Climatiseur

Un local, de capacité thermique à pression constante $C_p = 4 \cdot 10^3 \text{ kJ.K}^{-1}$, est initialement à la température de l'air extérieur $T_{ext} = 305 \text{ K}$. Un climatiseur, qui fonctionne de façon cyclique réversible ditherme (entre l'air extérieur et le local), ramène la température du local à $T_f = 293 \text{ K}$ en une heure.

1. Quel est le rendement η de ce climatiseur si le local est à la température T ?
2. Exprimer la chaleur totale Q échangée par le climatiseur avec le local pendant la transformation.
3. Exprimer le travail total W échangé par le climatiseur pendant la transformation.
4. Quelle puissance électrique moyenne $\langle P \rangle$ a dû recevoir ce climatiseur ?

Exercice : Tuyère calorifugée

Une tuyère est une simple conduite de section variable, dans laquelle un gaz se détend tout en étant accéléré. On étudie l'écoulement d'un gaz parfait dans une tuyère calorifugée. On suppose négligeable la vitesse d'entrée du fluide par rapport à sa vitesse de sortie. Les grandeurs d'entrée de la tuyère sont indicées 0.



1. Montrer que $h(x) + \frac{1}{2}v^2(x) = \text{cte}$, avec h enthalpie massique du gaz et v la vitesse d'écoulement dans la tuyère.
2. En déduire que

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P(x)}{\rho(x)} \right)}$$

avec γ le coefficient isentropique du gaz.

3. Dans l'hypothèse d'un écoulement réversible, établir alors la loi de Barré de Saint Venant :

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{P_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{P(x)}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

4. AN - Calculer v_S pour :
 - $P_0 = 10 \cdot P_S$
 - $T_0 = 1000 \text{ K}$
 - $\gamma = 1,4$ et $M = 40 \text{ g.mol}^{-1}$