Programme de colles Physique PC* - Semaine 20

Une colle comportera :
- une question de cours à traiter en moins de 15 minutes,
- un exercice.

Une question de cours non sue entrainera une note inférieure à la moyenne.

Les démonstrations à savoir (questions de cours - non exhaustives - typiques pouvant être posées par l'examinateur) sont marquées en rouge et introduites par le symbole ☞.

Capacités numériques

Capacités numériques 8, 9, 10, 11 et 12

Résolution de l'équation de diffusion par une méthode d'Euler explicite (la seule au programme).
Utilisation de Numpy.

Étude d'un mouvement dans une force centrale
Étude de la déviation vers l'Est.
Étude de la propagation d'un paquet d'ondes.

Ondes 3

Ondes électromagnétiques dans le vide

1 Équation d'onde des champs E et B

☞ Savoir redémontrer l'équation de d'Alembert pour les champs électrique et magnétique dans le vide.

2 Ondes planes progressives monochromatiques

2.1 Définitions

2.2 Vecteur d'onde

Formulation intrinsèque d'une OPPM en faisant intervenir $\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r}$.

2.3 OPPM solution de l'équation d'onde dans le vide

Savoir utiliser les notations complexes pour calculer les actions des opérateurs courants appliqués à une OPPM.
☞ Savoir remontrer le caractère transverse électrique et magnétique de l'onde, connaître et savoir retrouver la structure locale de l'onde, savoir retrouver la relation de dispersion. Comparer les expressions des forces électrique et magnétique subies par une charge présente dans un champ ém.

2.4 Les divers domaines des ondes ém

2.5 Description corpusculaire d'une OPPM

Relations de Planck-Einstein et relation de de Broglie.

3 Polarisation des OPPM

3.1 Polarisation elliptique

Savoir retrouver le caractère gauche ou droite d'une polarisation elliptique **n'est pas au programme**.

3.2 Polarisation linéaire

3.3 Polarisation circulaire

Savoir retrouver le caractère gauche ou droite d'une polarisation circulaire.

3.4 Décomposition d'une OPPM en ondes polarisées circulairement

(Vu en exercice)
Pas de questions expérimentales sur la polarisation encore (lames quart et demi-ondes)

4 Propagation de l'énergie des OPPM

4.1 Grandeurs instantanées

☞ Retrouver l'expression de la densité volumique d'énergie ém instantanée d'une OPPM. Savoir retrouver l'expression du vecteur de Poynting moyen d'une OPPM.

4.2 Grandeurs moyennes

☞ Retrouver les moyennes des deux expressions précédentes.

4.3 Puissance rayonnée et intensité

Définition de l'intensité, expression pour une OPPM, lien entre intensité et amplitude du champ électrique. Ordres de grandeurs pour un laser courant, la lumière du Soleil et un téléphone portable.

4.4 Interprétation physique

☞ Comprendre le lien entre l'expression de la densité volumique d'énergie ém et l'expression du vecteur de Poynting en considérant le volume traversant la section entre t et $t+dt$.

4.5 Flux du vecteur de Poynting et flux de photons

☞ Cet exercice peut être considéré comme un exercice de cours.

Exercice :

Un laser Helium-Neon émet un faisceau lumineux cylindrique de rayon $R = 1{,}0$ mm d'une OPPM de longueur d'onde $\lambda = 632{,}8\,\text{nm}$. La puissance moyenne émise est $P_e = 1{,}0\,\text{mW}$. On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\,\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$ et $h = 6{,}62.10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$

1. Calculer les amplitudes E_{max} du champ électrique et B_{max} du champ magnétique.
2. Déterminer le nombre de photons n par unité de volume dans le faisceau.
3. Déterminer le nombre ϕ_N de photons émis par seconde par le laser.

5 Onde électromagnétique stationnaire dans le vide

☞ L'exercice suivant peut faire l'objet de questions de cours.

Exercice

1. Considérons deux demi-espaces $z<0$ et $z>0$, le premier étant du vide et le second un métal. On considère que le métal est un conducteur parfait ($\sigma \to \infty$). Montrer que le champ électrique est nul dans le métal.

   On considère une onde incidente du type : $\underline{\overrightarrow{E_i}} = E_0 e^{i(\omega t - kz)}\overrightarrow{u}_x$.
2. On cherche l'onde réfléchie sous la forme $\underline{\overrightarrow{E_r}} = \underline{r} E_0 e^{i(\omega t + kz)}\overrightarrow{u}_x$ avec $\underline{r}$ un nombre complexe traduisant le déphasage et l'absorption de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente. On admettra que la composante du champ électrique parallèle à l'interface vide-métal est continue. Déterminer l'expression de $\underline{r}$.
3. En déduire le champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B_r}}$ réfléchi.
4. Écrire alors les champs électrique et magnétique réels résultants de la superposition des champs incidents et réfléchis. Où sont situés les noeuds de l'onde stationnaire pour le champ

électrique ? Quelle est la distance entre deux noeuds successifs ? Faire l'application numérique pour une fréquence de 900 MHz. Quel problème cela peut-il poser pour les télécommunications par téléphonie mobile en milieu urbain ?

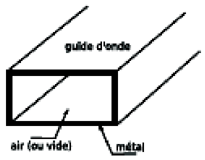
5. Déterminer les moyennes temporelles de l'énergie électromagnétique et du vecteur de Poynting dans l'espace $z < 0$.

6 Guide d'onde

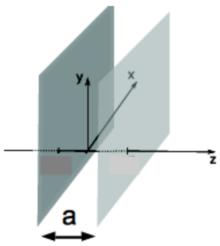
☞ L'exercice suivant peut faire l'objet de questions de cours mais il faudra guider la démarche.

Exercice :

Une antenne ou une source lumineuse émet une onde électromagnétique qui finit toujours par diverger empêchant ainsi la transmission d'informations sur une longue distance. Pour pallier ce problème, il est nécessaire de faire appel à une propagation guidée (fibre optique pour la lumière, guide d'onde pour les ondes centimétriques).
Nous allons nous intéresser à la propagation dans un guide d'onde, couramment utilisé en télécommunication ou dans les fours à micro-ondes (pour acheminer les ondes micrométriques jusqu'à la cavité de cuisson).
La propagation s'effectue dans le vide mais en milieu limité (présence de parois métalliques visibles sur le schéma ci-contre). Ceci aura pour effet de modifier la structure de l'onde électromagnétique qui sera différente de l'OPPM bien connue.



Pour simplifier le problème, on étudie le cas d'un guide constitué de deux plaques métalliques comme indiqué sur la figure ci-dessous. Cette simplification nous permettra néanmoins d'appréhender la physique particulière du guide.



Une onde électromagnétique se propage dans la direction Ox entre deux plans parfaitement conducteurs, parallèles et d'ordonnées $z = 0$ et $z = a$. Le vide règne entre ces plans. On rappelle que les champs électrique et magnétique dans un tel conducteur sont nuls.
On cherche des solutions de la forme : $\underline{\vec{E}} = E(y,z)e^{i(\omega t-kx)}\vec{u}_y$.

1. En utilisant l'équation de Maxwell-Gauss, montrer que $E(y,z)$ ne dépend pas de y. On notera cette amplitude $E(z)$ par la suite. A-t-on une onde plane ?
2. Montrer que la présence du métal impose $E(0) = E(a) = 0$.
3. Démontrer que $E(z)$ vérifie l'équation suivante :
$$\frac{d^2E(z)}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)E(z) = 0$$
4. Discuter de la forme des solutions de cette équation différentielle en fonction du signe de $\frac{\omega^2}{c^2} - k^2$. Montrer que les conditions imposées en 2 ne sont possibles que si $\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 > 0$. On posera alors $K^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k^2$.
5. En déduire l'expression de $E(z)$ et montrer que les conditions limites imposent $K = n\frac{\pi}{a}$ avec n entier positif non nul. A chaque valeur de n est associé un mode.
6. Montrer que le guide d'onde se comporte comme un filtre passe-haut de pulsation de coupure ω_c à déterminer. Que se passe-t-il pour $\omega < \omega_c$?
7. Pour $n = 1$, exprimer le champ magnétique dans le guide d'onde. A-t-on une onde TM (transverse magnétique) ?

Ondes 4

Ondes électromagnétiques dans les plasmas et les métaux

1 Les plasmas

Définitions et exemples

2 Propagation d'une OPPM électromagnétique transverse dans un plasma dilué

2.1 Modélisation du plasma dilé

☞ Hypothèses d'études à connaître

2.2 Conductivité complexe du plasma

☞ Savoir retrouver l'expression de la conductivité complexe dans le cadre des hypothèses précédentes avec une approche de type mécanique des fluides.

La démonstration moins rigoureuse avec le PFD appliqué à un électron a également été vue.

2.3 Puissance volumique moyenne échangée entre le champ et les charges

☞ Savoir montrer que cette puissance volumique moyenne est nulle.

3 Propagation d'une onde électromagnétique transverse électrique dans un milieu de conductivité électrique complexe

3.1 Structure des OPPM

3.2 Relation de dispersion

3.3 Indice complexe

Définition de l'indice complexe du milieu.

3.4 Cas particulier des milieux diélectriques transparents

Définition de l'indice de réfraction. On fait le lien avec le cours d'optique.

4 Propagation d'une onde électromagnétique transverse électrique dans un plasma dilué

4.1 Relation de dispersion

☞ Savoir retrouver la relation de dispersion de Klein-Gordon dans un plasma.

4.2 Cas des ondes progressives $\omega > \omega_p$

☞ Savoir étudier la relation de dispersion de Klein-Gordon dans le cas où $\omega > \omega_p$. Vitesses de phase et de groupe.
Puissance surfacique moyenne rayonnée dans le plasma.

4.3 Cas des ondes évanescentes $\omega < \omega_p$

Longueur de pénétration dans le plasma. Puissance surfacique moyenne rayonnée nulle.

5 Effet de peau dans les conducteurs ohmiques

5.1 Loi d'Ohm dans un conducteur ohmique en régime sinusoïdal forcé

☞ Établissement de l'expression de la conductivité électrique complexe dans un conducteur ohmique avec une approche de type mécanique des fluides.

La démonstration moins rigoureuse avec PFD appliqué à un électron a été vue également.

La conductivité est réelle tant que $f \ll 10^{14}$ Hz.

5.2 Effet de peau

☞ Toute cette partie peut faire l'objet d'une question de cours.

Exercice :

On considère un métal de conductivité $\sigma = 5{,}8.10^7\ \mathrm{S\cdot m^{-1}}$ situé dans le demi-espace $z > 0$. La conductivité du métal pourra être considérée comme un nombre réel pour les fréquences plus petites que 10^{14} Hz, condition que nous vérifierons par la suite. Le demi-espace $z < 0$ est constitué d'air. Une OPPM incidente, caractérisée dans le vide par champ électrique complexe $\underline{\overrightarrow{E_i}} = E_0 e^{i(\omega t - kz)}\overrightarrow{u}_x$, parvient en $z = 0$.

1. Déterminer le champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B_i}}$ correspondant au champ électrique incident. En déduire le vecteur de Poynting moyen $\langle\overrightarrow{\Pi_i}\rangle$ correspondant à l'onde incidente.
2. Montrer, à partir de l'équation de conservation de la charge, que la densité volumique de charges ρ est nulle pour les fréquences étudiées.
3. Montrer également que le courant de déplacement est négligeable devant de courant de conduction pour les fréquences étudiées. On supposera que l'on se place toujours dans ce cas.
4. Écrire les équations de Maxwell dans le métal en tenant compte des approximations des questions 2 et 3.
5. On cherche le champ transmis dans le métal sous la forme $\underline{\overrightarrow{E_t}} = \underline{E'_0} e^{i(\omega t - \underline{k_t} z)}\overrightarrow{u}_x$ avec $\underline{E'_0}$ l'amplitude complexe de l'onde transmise tenant compte du déphasage éventuel par rapport à l'onde incidente et $\underline{k_t}$ le nombre d'onde de l'onde transmise qui peut être complexe. Ecrire l'équation de dispersion de l'onde dans le métal. En déduire que le champ électrique transmis peut s'écrire : $\underline{\overrightarrow{E_t}} = \underline{E'_0} e^{-z/\delta} e^{i(\omega t - z/\delta)}\overrightarrow{u}_x$ où δ est une grandeur que l'on exprimera en fonction des données du problème. Faire l'application numérique de δ pour une fréquence de 50 Hz (fréquence EDF) et pour une fréquence de 100 MHz (onde radio) dans le cuivre.
6. Déterminer la vitesse de phase. Le milieu est-il dispersif ? Absorbant ?

5.3 Caractère diffusif de l'effet de peau

6 Interfaces entre 2 milieux

6.1 Réflexion d'une OPPM entre 2 espaces d'indices complexes sous incidence normale

☞ Toute cette partie peut faire l'objet d'une question de cours.

Exercice :

Considérons deux demi-espaces $z < 0$ et $z > 0$ remplis de milieux (1) et (2) d'indices complexes $\underline{n_1}$ et $\underline{n_2}$ respectivement. Ils sont séparés par le dioptre plan d'équation $z = 0$. Une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans la direction $+\overrightarrow{u}_z$ polarisée rectilignement arrive sur le dioptre en incidence normale : $\underline{\overrightarrow{E_i}} = E_0 e^{i(\omega t - k_1 z)}\overrightarrow{u}_x$.

1. Déterminer le champ magnétique $\underline{\overrightarrow{B_i}}$ correspondant au champ électrique incident. Donner l'expression de k_1 en fonction de $\underline{n_1}$ et de ω.
2. En $z = 0$ il apparaît une onde réfléchie et une onde transmise du type : $\underline{\overrightarrow{E_r}} = \underline{E_{r0}} e^{i(\omega t + k_1 z)}\overrightarrow{u}_x$ et $\underline{\overrightarrow{E_t}} = \underline{E_{t0}} e^{i(\omega t - k_2 z)}\overrightarrow{u}_x$. Justifier ces deux expressions. Donner l'expression de k_2 en fonction de $\underline{n_2}$ et de ω.
3. Déterminer l'expression des deux champs magnétiques correspondants $\underline{\overrightarrow{B_r}}$ et $\underline{\overrightarrow{B_t}}$.

   Nous admettrons que les champs électrique et magnétique étant tangents à la paroi en z=0, ils sont continus à l'interface entre les deux milieux.

4. En déduire deux équations entre E_0, $\underline{E_{r0}}$ et $\underline{E_{t0}}$.
5. En déduire les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude du champ électrique : $\underline{r} = \frac{\underline{E_{r0}}}{E_0}$ et $\underline{t} = \frac{\underline{E_{t0}}}{E_0}$ en fonction de $\underline{n_1}$ et $\underline{n_2}$. Commenter.

6.2 Cas d'une interface vide-plasma pour $\omega > \omega_p$

Expressions des coefficients de réflexion et de transmission en amplitude et en puissance. Conservation de l'énergie.

6.3 Cas d'une interface vide-plasma pour $\omega < \omega_p$

Expressions des coefficients de réflexion et de transmission en amplitude et en puissance.

6.4 Application à l'ionosphère

6.5 Cas d'une interface vide-conducteur ohmique avec la conductivité réelle

Expressions des coefficients de réflexion et de transmission en amplitude. Cas particulier du modèle du conducteur parfait.

6.6 Cas d'une interface vide-métal en optique

Comportement d'un métal dans le domaine optique. Déphasage à la réflexion. Transparence UV des métaux.

MQ

Approche ondulatoire de la MQ

1 Mise en perspective historique

2 Notion de fonction d'onde - Équation de Schrödinger

2.1 Expériences des fentes d'Young avec des atomes de Néon

2.2 Interférences d'ondes de matière : molécules organiques et réseau

2.3 Corpuscules matériels et onde de matière - Relation de de Broglie

☞ Relations de Planck-Einstein et de de Broglie à connaître

2.4 Fonction d'onde - Densité de probabilité de présence

Connaître le lien entre fonction d'onde et densité volumique de présence (à 3D) ou densité linéique de présence (à 1D). Condition de normalisation (traitée sur un exemple)

2.5 Équation de Schrödinger dans un potentiel stationnaire

☞ Équation à connaître en 3D et en 1D

2.6 Principe de superposition

3 Étude d'une particule dans le vide

3.1 Séparation des variables - États stationnaires

☞ Connaître la forme générale d'un état stationnaire et ses propriétés
☞ Savoir retrouver cette forme en injectant dans l'équation de Schrödinger une fonction aux variables séparées
☞ Savoir redémontrer la forme spécifique de l'état stationnaire pour une particule libre (solution de type OPPM)

3.2 Paquet d'onde - Vitesse de groupe

3.2.1 Problème de normalisation d'une OPPM

3.2.2 Nécessité de travailler avec des paquets d'ondes - Inégalité de Heisenberg

L'inégalité de Heisenberg est vue comme une conséquence de la transformée de Fourier.
☞ Inégalité de Heisenberg et application à la diffraction par une fente d'une onde de matière

3.2.3 Propagation d'un paquet d'onde : vitesse de groupe

☞ Connaître l'expression de la vitesse de groupe pour une particule libre et savoir la redémontrer à partir de la relation de dispersion

3.3 Courant de probabilité associé à une particule libre

☞ Connaître l'expression du vecteur densité de courant de probabilité associé à une particule libre et savoir démontrer son expression à partir d'un bilan de probabilité entre t et $t+dt$
L'expression générale du vecteur densité de courant a été vue mais doit être redonnée.

4 Particule dans un puits de potentiel carré indépendant du temps

4.1 Intérêt des potentiels carrés

4.2 Cas du puits de potentiel infini

☞ L'ensemble de ce paragraphe doit être parfaitement maîtrisé

4.2.1 États stationnaires solutions de l'équation de Schrödinger

☞ Résoudre l'équation de Schrödinger dans le cas du puits infini, obtenir les énergies des différents niveaux, déterminer les fonctions d'ondes spatiales associées et être capable de les normaliser
☞ Retrouver les énergies accessibles par analogie avec la corde de Melde

4.2.2 Énergie du niveau fondamental

☞ Retrouver un minorant de l'énergie du fondamental à l'aide de l'inégalité de Heisenberg

4.2.3 États stationnaires pairs et impairs

Tracé des fonctions d'onde spatiales et de leurs carrés pour les premiers niveaux. Alternances de fonctions paires et impaires.

4.3 Cas du puits de potentiel fini

☞ Résoudre l'équation de Schrödinger dans les trois domaines
☞ Connaître les conditions aux limites (continuité de la fonction d'onde spatiale et de sa dérivée si le potentiel n'est pas infini) et trouver un lien entre les différentes constantes d'intégration pour les solutions paires et les solutions impaires.
La suite de la résolution a été donnée et doit être guidée. La discussion finale a été faite graphiquement.

5 Superposition d'états stationnaires

6 Effet tunnel

☞ Résoudre l'équation de Schrödinger dans les trois domaines, connaître les conditions aux limites, connaître la définition du facteur de transmission de la barrière de potentiel.
Application à la radioactivité alpha vue en analyse documentaire.

7 Approche descriptive du double puits symétrique

Cas de la molécule de NH_3. La résolution doit être guidée. Les états stationnaires correspondants aux deux états de plus basse énergie ont été construits qualitativement.