Programme de colles Physique PC* - Semaine 11

Une colle comportera :
- une question de cours à traiter en moins de 15 minutes,
- un exercice.

Une question de cours non sue entrainera une note inférieure à la moyenne.

Un calcul d'opérateur sera posé en début de colle.

Les démonstrations à savoir (questions de cours - non exhaustives - typiques pouvant être posées par l'examinateur) sont marquées en rouge et introduites par le symbole ☞.

Capacités numériques

Capacités numériques 5, 6 et 7

Résolution d'une équation différentielle du premier ordre par la méthode d'Euler explicite. Les schémas d'Heun, d'Euler implicite et de Crank-Nicholson ont été présentés mais ne sont pas exigibles.
Résolution d'une équation différentielle du deuxième ordre et de deux équations différentielles couplées par la méthode d'Euler explicite.
Application à l'étude du champ de pression dans l'atmosphère.

Mécanique des fluides 2

Cinématique des fluides

1 Description d'un fluide en mouvement

Approche lagrangienne/eulérienne, lignes de courant, écoulement stationnaire, dérivée particulaire.
☞ Savoir retrouver l'équation des lignes de courant à partir de l'expression de l'écoulement.

2 Débits et équation locale de conservation de la masse

Débit volumique, relation débit-flux (de la vitesse), débit massique, vecteur densité de flux de masse.

Équation locale de conservation de la masse, conséquence en régime stationnaire.
☞ Redémontrer l'équation locale de conservation de la masse en une dimension.

3 Écoulement incompressible

Définition, conséquence pour le champ de vitesse, conservation du débit volumique, interprétation physique dans le cas d'une particule de fluide cubique dans un écoulement incompressible particulier.

4 Écoulement tourbillonnaire

Interprétation physique du rotationnel dans le cas d'une particule de fluide cubique dans un écoulement particulier rotationnel. Vecteur tourbillon.
Écoulement irrotationnel, potentiel des vitesses.

5 Conditions aux limites

Mécanique des fluides 3

Notion de viscosité

1 Viscosité d'un fluide

Expérience introductive, transfert de la quantité de mouvement dans un fluide par convection et par diffusion.
☞ Expression de la force de viscosité tangentielle à connaître, viscosités dynamique et cinématique. Les unités sont à connaître. Seuls les fluides newtoniens sont au programme.
Comparaison entre les deux mécanismes de diffusion et de convection, nombre de Reynolds.
☞ Force volumique de viscosité (démonstration faite pour une particule parallélépipédique).

2 Équation de Navier-Stokes

☞ Expression et démonstration.

3 Application : écoulement de Couette plan

☞ Écoulement de Couette plan (palet en mouvement à la surface d'un liquide)

4 Traînée d'un solide dans un fluide

Notions de traînée et de portance, coefficient de traînée, expressions à connaître pour les faibles nombres de Reynolds (formule de Stokes) et pour les forts nombres de Reynolds

5 Écoulement laminaire, écoulement turbulent

Savoir décrire qualitativement ces deux régimes pour un écoulement autour d'un obstacle ou pour un écoulement dans un tuyau. Connaître les domaines des nombres de Reynolds associés.

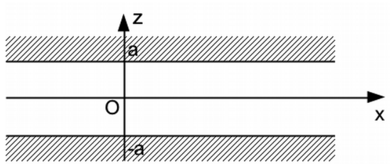
6 Notion de couche limite

☞ ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite + sa démonstration,
notion de décollement de couche limite.

Les exercices suivants sont des exercices de cours qui peuvent faire l'objet d'une question de cours :

Exercice : Écoulement de Poiseuille plan

Un fluide incompressible de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η circule entre deux plans horizontaux de largeur L (dans la direction y) et de longueur infinie (dans la direction x). Les deux plans sont situés respectivement aux cotes $z = a$ et $z = -a$. Le régime est stationnaire et la vitesse $\overrightarrow{v} = v(x,z)\overrightarrow{u_x}$ est supposée indépendante de y (à cause de l'invariance par translation suivant Oy).



1. Montrer que la vitesse est également indépendante de x. Par contre, à cause de la viscosité, la vitesse dépend de z.
2. Que vaut l'accélération des particules de fluides ?
3. En déduire la relation vectorielle entre la vitesse et la pression P. La projeter sur les deux axes.
4. Que vaut $P(x,z)$? À quelle condition peut-on dire que P est indépendante de z ? Quelle est alors la relation aux dérivées spatiales entre $v(z)$ et $P(x)$?

5. En déduire que le maintien d'un écoulement stationnaire d'un fluide visqueux nécessite un gradient de pression uniforme selon Ox (noté par la suite $-A$). Quel est le signe de A ?
6. Que valent $v(-a)$ et $v(a)$? On pose $v(0) = v_0$. Exprimer v en fonction de a, v_0 et z, puis P en fonction de x, v_0, a, η et $P_0 = P(x = 0)$.
7. Justifier l'expression de profil parabolique pour la vitesse et dessiner le champ des vitesses à une abscisse donnée.
8. L'écoulement du fluide est-il irrotationnel ? Interpréter qualitativement ce résultat et le comparer à celui d'un vortex.
9. Déterminer le débit volumique du fluide D_V à travers une section transversale de la canalisation (on négligera les effets de bord en $y = -L/2$ et en $y = L/2$).
10. Soient A et B deux points de l'écoulement situés aux abscisses $x = 0$ et $x = d$. Montrer que la différence de pression $P_A - P_B$ est proportionnelle au débit volumique D_V : $P_A - P_B = R_H.D_V$ avec R_H une constante dépendant de d appelée résistance hydraulique que l'on déterminera.
    La diminution de la pression dans la canalisation est appelée **perte de charge**.

☞ Écoulement de Poiseuille cylindrique

☞ Écoulement sur un plan incliné

☞ Écoulement de Couette cylindrique (viscosimètre de Couette)

Mécanique des fluides 4

Écoulements parfaits

1 Définition

2 Équation d'Euler

☞ Démonstration, équation d'Euler à connaître.

Cas particulier d'un écoulement stationnaire unidimensionnel pour un fluide homogène soumis seulement à $\vec{g}$.

3 Théorèmes de Bernoulli

☞ Les deux théorèmes sont à connaître par cœur avec leurs hypothèses d'application, dans le cas irrotationnel et dans le cas rotationnel.

L'expression pour un écoulement compressible est hors-programme.

Pour un écoulement non stationnaire on utilisera le théorème d'Euler.

4 Applications

Les exercices suivants sont des exercices de cours.

☞ Prise de pression statique
☞ Tube de Pitot
☞ Effet Venturi
☞ Vidange d'un réservoir et théorème de Torricelli

Exercices traités en TD : clepsydre, seringue, jet d'eau vertical dans un lac.

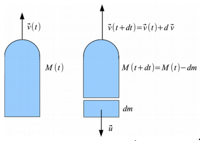
Mécanique des fluides 5

Bilans macroscopiques en mécanique des fluides

1 Bilan de la quantité de mouvement

☞ Les exercices suivants sont des exercices de cours et peuvent être posés en question de cours.

Exercice :

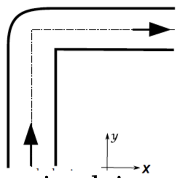


Une fusée est en mouvement sur la verticale ascendante dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle est soumise au champ de pesanteur g supposé uniforme. Elle éjecte des gaz avec un débit massique D_m constant et une vitesse relative $\vec{u}$ constante dirigée vers le bas (vitesse exprimée dans le référentiel de la fusée).

On note $M(t)$ la masse de la fusée et de son contenu à l'instant t. On note $\vec{v}(t)$ la vitesse de la fusée à l'instant t et on suppose que le carburant y est à l'état solide.

1. Exprimer $M(t)$ en fonction de $M_0 = M(t = 0)$, D_m et t.
2. On suppose que le champ de pression est uniforme autour de la fusée. On admettra que la résultante de ce champ de pression sur la surface fermée de la fusée est nulle. Effectuer un bilan de quantité de mouvement entre t et $t + dt$ sur le système fermé constitué de la fusée et du carburant rejeté entre t et $t + dt$. En déduire que le mouvement de la fusée est donné par l'équation :
$$M(t)\frac{d\vec{v}}{dt} + D_m\vec{u} = M(t)\vec{g}$$
3. En déduire l'expression de $\vec{v}(t)$.

Exercice :



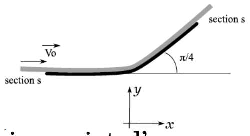
Une tube de section circulaire, coudée à angle droit, est située dans un plan horizontal. De l'eau de masse volumique uniforme ρ s'écoule en régime stationnaire dans ce tube avec un débit massique D_m (l'eau sort par le côté droit du tube sur le dessin). On néglige la pesanteur et l'écoulement est supposé parfait incompressible.

Loin du coude en amont, la pression est uniforme égale à P_1 et l'écoulement est unidimensionnel de vitesse $v_1\vec{u_y}$. Loin du coude en aval, la pression est uniforme égale à P_2 et l'écoulement est unidimensionnel de vitesse $v_2\vec{u_x}$.

1. Exprimer v_2 et P_2 en fonction de v_1 et P_1 respectivement.
2. En faisant un bilan de quantité de mouvement pour un système bien choisi, déterminer l'expression de la résultante des forces $\vec{F}$ subies par le tube de la part de l'eau.
3. Calculer numériquement la norme de cette force

sachant que D_m a une valeur de 0,36 kg/s, que le diamètre du tube est de 20 cm et que l'eau est en amont à une pression de 6bars.

Exercice :



Une plaque dévie un jet d'eau comme le montre le schéma ci-dessus. La masse volumique de l'eau est uniforme, l'écoulement est parfait et incompressible. L'influence de la pesanteur est négligeable et la pression de l'air est homogène égale à P_0. Le régime est stationnaire.

1. Exprimer la norme de la vitesse du jet en B en fonction de V_0. En déduire s_2 en fonction de s_1.
2. En effectuant un bilan de la quantité de mouvement pour un système bien choisi, exprimer la résultante $\overrightarrow{F}$ des forces pressantes exercées par l'air et l'eau sur la plaque. Déterminer ses composantes sur les axes x et y.
   Indication : On se rappellera que pour toute surface (Σ) fermée :
   $$\oiint_{(\Sigma)} P_0 \overrightarrow{n}\, dS = \overrightarrow{0}$$
   (résultat du cours de statique des fluides de première année).

2 Bilans d'énergie

☞ Savoir redémontrer le premier principe pour un écoulement.

Interprétation du théorème de Bernoulli en terme de conservation d'énergie.

Exercices traités en TD : éolienne, force sur un auget en mouvement.