

## Programme de colles Physique PC\* - Semaine 12

Une colle comportera :

- une question de cours à traiter en moins de 15 minutes,
- un exercice.

Une question de cours non sue entrainera une note inférieure à la moyenne.

*Les démonstrations à savoir (questions de cours - non exhaustives - typiques pouvant être posées par l'examinateur) sont marquées en rouge et introduites par le symbole ☞.*

Capacités numériques

### Capacités numériques 8 et 9

Résolution de l'équation de diffusion par une méthode d'Euler explicite (la seule au programme).

Utilisation de Numpy.

Mécanique des fluides 4

## Écoulements parfaits

### 1 Définition

### 2 Équation d'Euler

☞ Démonstration, équation d'Euler à connaître.

Cas particulier d'un écoulement stationnaire unidimensionnel pour un fluide homogène soumis seulement à  $\vec{g}$ .

### 3 Théorèmes de Bernoulli

☞ Les deux théorèmes sont à connaître par cœur avec leurs hypothèses d'application, dans le cas irrotationnel et dans le cas rotationnel.

L'expression pour un écoulement compressible est hors-programme.

Pour un écoulement non stationnaire on utilisera le théorème d'Euler.

### 4 Applications

Les exercices suivants sont des exercices de cours.

☞ Prise de pression statique

☞ Tube de Pitot

☞ Effet Venturi

☞ Vidange d'un réservoir et théorème de Torricelli

**Exercices traités en TD :** clepsydre, seringue, jet d'eau vertical dans un lac.

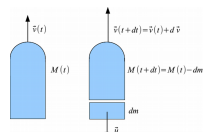
Mécanique des fluides 5

## Bilans macroscopiques en mécanique des fluides

### 1 Bilan de la quantité de mouvement

☞ Les exercices suivants sont des exercices de cours et peuvent être posés en question de cours.

#### Exercice :



Une fusée est en mouvement sur la verticale ascendante dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle est soumise au champ de pesanteur  $\vec{g}$  supposé

uniforme. Elle éjecte des gaz avec un débit massique  $D_m$  constant et une vitesse relative  $\vec{u}$  constante dirigée vers le bas (vitesse exprimée dans le référentiel de la fusée).

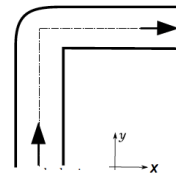
On note  $M(t)$  la masse de la fusée et de son contenu à l'instant  $t$ . On note  $\vec{v}(t)$  la vitesse de la fusée à l'instant  $t$  et on suppose que le carburant y est à l'état solide.

1. Exprimer  $M(t)$  en fonction de  $M_0 = M(t=0)$ ,  $D_m$  et  $t$ .
2. On suppose que le champ de pression est uniforme autour de la fusée. On admettra que la résultante de ce champ de pression sur la surface fermée de la fusée est nulle. Effectuer un bilan de quantité de mouvement entre  $t$  et  $t+dt$  sur le système fermé constitué de la fusée et du carburant rejeté entre  $t$  et  $t+dt$ . En déduire que le mouvement de la fusée est donné par l'équation :

$$M(t) \frac{d\vec{v}}{dt} + D_m \vec{u} = M(t) \vec{g}$$

3. En déduire l'expression de  $\vec{v}(t)$ .

#### Exercice :

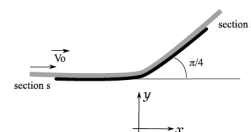


Une tube de section circulaire, coudée à angle droit, est située dans un plan horizontal. De l'eau de masse volumique uniforme  $\rho$  s'écoule en régime stationnaire dans ce tube avec un débit massique  $D_m$  (l'eau sort par le côté droit du tube sur le dessin). On néglige la pesanteur et l'écoulement est supposé parfait incompressible.

Loin du coude en amont, la pression est uniforme égale à  $P_1$  et l'écoulement est unidimensionnel de vitesse  $v_1 \vec{u}_y$ . Loin du coude en aval, la pression est uniforme égale à  $P_2$  et l'écoulement est unidimensionnel de vitesse  $v_2 \vec{u}_x$ .

1. Exprimer  $v_2$  et  $P_2$  en fonction de  $v_1$  et  $P_1$  respectivement.
2. En faisant un bilan de quantité de mouvement pour un système bien choisi, déterminer l'expression de la résultante des forces  $\vec{F}$  subies par le tube de la part de l'eau.
3. Calculer numériquement la norme de cette force sachant que  $D_m$  a une valeur de 0,36 kg/s, que le diamètre du tube est de 20 cm et que l'eau est en amont à une pression de 6bars.

#### Exercice :



Une plaque dévie un jet d'eau comme le montre le schéma ci-dessus. La masse volumique de l'eau est

uniforme, l'écoulement est parfait et incompressible. L'influence de la pesanteur est négligeable et la pression de l'air est homogène égale à  $P_0$ . Le régime est stationnaire.

1. Exprimer la norme de la vitesse du jet en  $B$  en fonction de  $V_0$ . En déduire  $s_2$  en fonction de  $s_1$ .
2. En effectuant un bilan de la quantité de mouvement pour un système bien choisi, exprimer la résultante  $\vec{F}$  des forces pressantes exercées par l'air et l'eau sur la plaque. Déterminer ses composantes sur les axes  $x$  et  $y$ .  
*Indication* : On se rappellera que pour toute surface  $(\Sigma)$  fermée :

$$\oiint_{(\Sigma)} P_0 \vec{n} dS = \vec{0}$$

(résultat du cours de statique des fluides de première année).

## 2 Bilans d'énergie

☞ Savoir redémontrer le premier principe pour un écoulement.  
Interprétation du théorème de Bernoulli en terme de conservation d'énergie.

Exercices traités en TD : éolienne, force sur un auget en mouvement.

### Électromagnétisme 1

## Sources du champ électromagnétique

### 1 Charges électriques

#### 1.1 Charge élémentaire

#### 1.2 Densité volumique de charges

Définition, savoir que  $\rho = nq$

#### 1.3 Densité surfacique de charges

Le passage volumique  $\rightarrow$  surfacique a été traité dans un exercice d'application.

#### 1.4 Densité linéique de charges

#### 1.5 Symétries et invariances pour une distribution de charges

### 2 Courants électriques

#### 2.1 Définition de l'intensité

#### 2.2 Vecteur densité volumique de courant

Définition, expression :  $\vec{j} = nq\vec{v}$  à savoir redémontrer.

#### 2.3 Vecteur densité surfacique de courant

Hors-programme formellement mais à savoir quand-même.

#### 2.4 Symétries et invariances pour une distribution de courants

### 3 Équation locale de conservation de la charge

#### 3.1 Démonstration à 1D

☞ Connaître l'expression de l'équation locale de conservation de la charge et sa démonstration.

#### 3.2 Cas du régime stationnaire

Loi des branches, loi des nœuds en régime stationnaire.

### Électromagnétisme 2

## Champ et potentiel électrostatiques

## 1 Interaction entre deux charges fixes

### 1.1 Loi de Coulomb

☞ Connaître l'expression de la force exercée par une particule chargée sur une autre. Connaître également le champ électrique créé par une particule chargée.

### 1.2 Ligne de champ - Tube de champ

Définition d'une ligne de champ et d'un tube de champ.

### 1.3 Potentiel électrostatique

☞ Connaître la relation  $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V$  et connaître  $V$  créé par une charge ponctuelle. Énergie électrostatique d'une charge dans un potentiel électrostatique. Caractère conservatif de la force  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Application à l'accélération d'un électron et définition de l'électron-volt.

## 2 Généralisation à une source constituée de plusieurs charges fixes

### 2.1 Champ électrostatique créé par plusieurs charges fixes

Donné à titre de culture générale, aucun calcul de champ par sommation sur la distribution n'est au programme.

### 2.2 Propriétés du champ électrostatique

☞ Connaître les propriétés équivalentes du champ électrostatique  $\vec{E}$ .

### 2.3 Théorème de Gauss

Expressions locale et intégrale.

### 2.4 Propriétés d'invariances et de symétries pour $E$

### 2.5 Propriétés topographiques de $E$

Savoir lire une carte de lignes de champ électrique. Les équipotentielles sont perpendiculaires aux lignes de champ, les lignes de champ ne sont jamais refermées, des lignes de champ qui se resserrent correspondent à une augmentation de la norme du champ.

### 2.6 Équation de Poisson

### 2.7 Conducteur à l'équilibre électrostatique

Normalement hors-programme mais il est recommandé de connaître les points suivants : propriétés d'un conducteur à l'équilibre électrostatique, absence d'extremum de potentiel dans une région vide de charges, application à la cage de Faraday.

## 3 Exemples de calculs de $E$

### 3.1 Boule uniformément chargée

☞ Savoir déterminer  $\vec{E}$  et  $V$  en tout point de l'espace.

### 3.2 Modèle de noyau atomique

Ordre de grandeur de l'énergie de constitution du noyau à savoir retrouver par la dimension.

☞ Calcul exact à savoir faire en amenant depuis l'infini des couches infiniment fines infiniment lentement.

### 3.3 Plan infini uniformément chargé en surface

☞ Savoir démontrer l'expression du champ électrostatique en tout point en dehors du plan.

### 3.4 Condensateur plan

☞ Savoir démontrer l'expression de la capacité d'un condensateur plan (expression à connaître).

☞ Savoir calculer l'énergie d'un condensateur plan et savoir retrouver l'expression de la densité volumique d'énergie.

### 3.5 Condensateur sphérique

☞ Savoir démontrer l'expression de la capacité d'un condensateur sphérique (expression à connaître).

Le condensateur cylindrique est laissé en travail personnel.

### 3.6 Théorème de Coulomb

Paragraphe hors-programme : champ électrostatique au voisinage d'un conducteur à l'équilibre électrostatique.

### 3.7 Analogie avec le champ gravitationnel

☞ Champ gravitationnel créé par une boule de masse volumique uniforme.

## 4 Dipôle électrostatique

### 4.1 Définition

Définition générale et définition dans le cas d'un doublet de charges (lien avec la chimie). Approximation dipolaire.

### 4.2 Potentiel électrostatique

☞ Savoir démontrer l'expression du potentiel électrostatique du dipôle.

### 4.3 Champ électrostatique

### 4.4 Actions subies par un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur

Force, couple et énergie potentielle (pour un dipôle rigide dans le dernier cas). Les résultats ont été démontrés mais la démonstration n'est pas exigible (les résultats oui par contre).

### 4.5 Dipôles induits

Notion de polarisabilité. Expression de la polarisabilité dans le cas du modèle de Thomson.

☞ L'exercice suivant peut-être considéré comme exercice de cours.

#### Exercice :

Avant l'expérience de Rutherford, montrant que la charge positive d'un atome était localisée dans une région de l'espace de dimension très petite devant la dimension typique de l'atome, Thomson avait proposé un modèle dans lequel la charge du noyau était uniformément répartie dans une boule de rayon  $a$  correspondant au rayon de l'atome. Dans ce modèle, la charge négative était elle portée par l'électron qui pouvait se déplacer à l'intérieur de la boule. Nous allons adopter ce modèle (certes simpliste mais qui donnera un bon ordre de grandeur de la polarisabilité) pour l'atome d'Hydrogène.

1. Déterminer la densité volumique de charge correspondante.
2. Déterminer le champ électrique en tout point  $r < a$  à l'intérieur de l'atome.
3. En déduire la force subie par l'électron de la part de la charge positive.
4. On place maintenant l'atome dans un champ électrique extérieur  $\vec{E}_{ext}$ . Déterminer la position  $\vec{r}_{eq}$  de l'électron à l'équilibre.
5. Que vaut alors le dipôle induit par le champ électrique extérieur? En déduire la polarisabilité de l'atome d'Hydrogène dans ce modèle.

Exercices traités en exercice : Calculs de champs électrostatiques dans le cas d'une sphère creuse, capacité électrique d'une ligne bifilaire, jonction PN, sphère creuse dans une boule chargée.

#### Mécanique 1

## Mécanique PCSI

Tout le programme de mécanique de PCSI : Dynamique du point en référentiel galiléen (la vitesse et l'accélération en coordonnées cylindriques doivent être connues), énergie, théorème du moment cinétique (**le calcul du moment d'une force ne doit pas poser de problème, quelle que soit la méthode envisagée**), solide en rotation autour d'un axe fixe, forces centrales.

Parmi les exercices revus en classe : brique sur une pente avec frottements solides, pendule pesant et portrait de phase, saut à l'élastique, vitesse de libération, 3e loi de Kepler dans une trajectoire circulaire, orbite elliptique de transfert.