

Programme de colle N°2 : semaine du 23 septembre au 28 septembre

*Séries numériques

Révision du programme précédent

*Intégration sur un segment (révisions et approfondissement)

-Fonctions continues par morceaux sur un segment ,sur un intervalle quelconque , structure
-Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment (définie comme la somme des intégrales sur chaque sous intervalle de la subdivision : ne dépend pas de la subdivision choisie). Linéarité , Chasles , croissance (dans le cas réel) , inégalité triangulaire

-Sommes de Riemann

-Th fondamental de l'intégration : si f est continue par morceaux sur I , pour $a \in I$ alors

$F: x \mapsto \int_a^x f$ est continue sur I et dérivable en tous les points où f est continue . En

particulier si f est continue sur I alors F est de classe C^1 et $F' = f$

-Révision sur le calcul intégral : intégration par parties , changement de variables

-Formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange

-Exemples de décomposition d'une fonction rationnelle en éléments simples , application aux calcul de primitives de fonctions rationnelles .

Questions de cours

- Convergence de $\sum \frac{1}{n^\alpha}$

- Convergence de $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n$ (vers la constante d'Euler)

-Théorème spécial des séries alternées (démonstration de la convergence de la série uniquement)

-Soit $f(x) = \int_0^{\sin^2 x} \text{Arc sin } \sqrt{t} dt + \int_0^{\cos^2 x} \text{Arc cos } \sqrt{t} dt$. Etudier f .

- Formule de Taylor avec reste intégral (énoncé et démonstration)

A suivre : intégrales généralisées