

*Probabilités discrètes

-Ensembles dénombrables , \mathbb{Z} est dénombrable ,un produit de 2 ensembles dénombrables est dénombrable

-Tribu et probabilité sur un univers quelconque, propriétés élémentaires. Propriété de la continuité croissante , de la continuité décroissante , sous additivité

-Probabilité conditionnelle , formule des probabilités composées , formule des probabilités totales , formule de Bayes

-Indépendance de 2 évènements , indépendance d'une famille au plus dénombrable d'évènements (indépendance mutuelle , indépendance 2 à 2)

Remarques : Pas encore les variables aléatoires. Ne pas donner d'exercices sur les tribus, ni sur les ensembles dénombrables.

* Séries entières (que le rayon de convergence)

-Définition d'une série entière , lemme d'Abel , rayon de convergence .

-Comparaison des rayons de convergence des deux séries entières .Rayon de convergence de la somme , du produit de Cauchy de deux séries entières .

-Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont le même rayon de convergence

*Questions de cours

1) Montrer que la famille $\left(\frac{1}{p^q} \right)_{p \geq 2, q \geq 2}$ est sommable et calculer sa somme

2) On lance une pièce équilibrée une infinité de fois. Montrer que la probabilité de ne faire que des piles est nulle.

3) P_B (la probabilité sachant B) est bien une probabilité

4) Dans une population supposée infinie, on interroge un groupe de personnes pour savoir si elles possèdent un ordinateur

La probabilité d'interroger un groupe de n personnes est $\frac{2}{3^n}$ ($n \geq 1$). La probabilité qu'une

personne donnée possède un ordinateur est $\frac{4}{5}$. On interroge un groupe de personnes (constitué d'au moins une personne)

Quelle est la probabilité que sur le groupe interrogé tout le monde possède un ordinateur ? une seule personne ne possède pas d'ordinateur ?

on admettra que $\forall x \in]-1,1[\quad \frac{1}{(1-x)^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1}$

5) Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont le même rayon de convergence

A suivre : Séries entières et ensuite intégrales à paramètre