

\*Probabilités discrètes

-Ensembles dénombrables ,  $\mathbb{Z}$  est dénombrable ,un produit de 2 ensembles dénombrables est dénombrable

-Tribu et probabilité sur un univers quelconque, propriétés élémentaires. Propriété de la continuité croissante , de la continuité décroissante , sous additivité

-Probabilité conditionnelle , formule des probabilités composées , formule des probabilités totales , formule de Bayes

-Indépendance de 2 évènements , indépendance d'une famille au plus dénombrable d'évènements ( indépendance mutuelle , indépendance 2 à 2 )

Remarques : Pas encore les variables aléatoires. Ne pas donner d'exercices sur les tribus, ni sur les ensembles dénombrables.

\* Séries entières ( que le rayon de convergence )

-Définition d'une série entière , lemme d'Abel , rayon de convergence .

-Comparaison des rayons de convergence des deux séries entières .Rayon de convergence de la somme , du produit de Cauchy de deux séries entières .

-Les séries  $\sum a_n z^n$  et  $\sum n a_n z^n$  ont le même rayon de convergence

\*Questions de cours

1) Montrer que la famille  $\left( \frac{1}{p^q} \right)_{p \geq 2, q \geq 2}$  est sommable et calculer sa somme

2) On lance une pièce équilibrée une infinité de fois. Montrer que la probabilité de ne faire que des piles est nulle.

3)  $P_B$  ( la probabilité sachant B ) est bien une probabilité

4) Dans une population supposée infinie, on interroge un groupe de personnes pour savoir si elles possèdent un ordinateur

La probabilité d'interroger un groupe de  $n$  personnes est  $\frac{2}{3^n}$  ( $n \geq 1$ ). La probabilité qu'une

personne donnée possède un ordinateur est  $\frac{4}{5}$ . On interroge un groupe de personnes ( constitué d'au moins une personne )

Quelle est la probabilité que sur le groupe interrogé tout le monde possède un ordinateur ? une seule personne ne possède pas d'ordinateur ?

on admettra que  $\forall x \in ]-1,1[ \quad \frac{1}{(1-x)^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n-1}$

5) Les séries  $\sum a_n z^n$  et  $\sum n a_n z^n$  ont le même rayon de convergence

A suivre : Séries entières et ensuite intégrales à paramètre