PC*   2025-2026

Programme de colle N°1 : semaine du 15 septembre au 20 septembre

* Développements limités et recherche d'équivalents
-Révision du programme de PCSI

*Intégration sur un segment (révisions et approfondissement)
-Fonctions continues par morceaux sur un segment ,sur un intervalle quelconque , structure
-Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment (définie comme la somme des intégrales sur chaque sous intervalle de la subdivision : ne dépend pas de la subdivision choisie) . Linéarité , Chasles , croissance (dans le cas réel) , inégalité triangulaire
-Sommes de Riemann
-Th fondamental de l'intégration : si f est continue par morceaux sur I , pour $a \in I$ alors $F : x \mapsto \int_a^x f$ est continue sur I et dérivable en tous les points où f est continue . En particulier si f est continue sur I alors F est de classe C^1 et $F' = f$
-Révision sur le calcul intégral : intégration par parties , changement de variables
-Formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange
-Inégalité de Cauchy-Schwarz pour des fonctions cpm et cas d'égalité pour des fonctions continues
-Exemples de décomposition d'une fonction rationnelle en éléments simples , application aux calcul de primitives de fonctions rationnelles .

Questions de cours
1) Formule de Taylor avec reste intégral (énoncé et démonstration)
2) Inégalité de Taylor-Lagrange (démonstration à partir de la formule de Taylor reste intégral) et application à la fonction exponentielle pour montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}$
3) Inégalité de Cauchy-Schwarz (démonstration de l'inégalité, pas du cas d'égalité)
4) Intégration par parties (démonstration), calcul d'une primitive de la fonction Arctan
5) Formule de changement de variables (démonstration), calcul d'une primitive de $x \mapsto e^{\sqrt{x}}$

A suivre : intégrales généralisées