

Programme de colle

Semaine n° 1 : 14/09 – 18/09

Algèbre linéaire de première année : rappels et compléments

On reprend et on teste les notions de première année. Beaucoup de points ont été revus en cours et en TD, mais pas tous.

- Structure d'espace vectoriel. Espaces de référence $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathfrak{M}_{np}(\mathbb{K})$, $\mathbb{K}^I$. Espace produit. Applications linéaires.
- Sous-espaces vectoriels. Somme directe d'une famille de sev.
- (HP) Quelques mots sur les hyperplans.
- Base adaptée à une décomposition $E = \bigoplus_{i=1}^r F_i$.
- Projecteurs et symétries.
Famille de projecteurs $(p_i)_{1 \leq i \leq n}$ associés à une décomposition en somme directe $E = \bigoplus_{i=1}^r F_i$.
- Théorie de la dimension. Théorème de la base incomplète, de la base extraite. Dimension d'une somme directe. Formule de Grassman. Théorème du rang.
- Matrices. Base canonique $(E_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p}$ de $\mathfrak{M}_{np}(\mathbb{K})$.
- Matrices représentatives d'un vecteur, d'une famille, d'une application linéaire. Matrices de passage et formules de changement de base. Matrices équivalentes. Matrices semblables.
- Opérations matricielles. Transposition. Trace.
- Matrices symétriques, antisymétriques. Base canonique et dimension de $\mathcal{S}_n(\mathbb{K})$ et $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$.
- Matrices par blocs. Opérations par blocs. Matrices triangulaires par blocs, diagonales par blocs. Traduction de certaines propriétés vectorielles (noyau, image, sous espaces stables) sur les blocs d'une matrice représentative dans une base adaptée.

Prévision pour la semaine prochaine : Révisions d'algèbre linéaire, Début de la réduction.