

Programme de colle

Semaine n° 3 : 28/09 – 02/10

Réduction

On n'a pas eu beaucoup d'entraînement, les séances de TD du vendredi ayant été annulées.

Contenu du chapitre :

- **Éléments propres**
 - Notion de valeur propre, de spectre $\text{Sp}(u)$, de vecteur propre, d'espace propre $E_\lambda(u)$ d'un endomorphisme u (ou d'une matrice carrée).
 - Une famille d'espaces propres distincts est en somme directe.
 - Conséquence : majoration du nombre de valeurs propres par la dimension de l'espace.
- **Polynôme caractéristique**
 - Polynôme caractéristique χ_u ou χ_A d'un endomorphisme u ou d'une matrice A .
 - Lien avec les valeurs propres. Multiplicité $m(\lambda)$ d'une valeur propre.
 - Forme du polynôme caractéristique : degré, coefficient dominant, coefficient de degré $n - 1$, coefficient constant.
 - Deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique.
 - La dimension d'un espace propre est majorée par la multiplicité de la vp : $1 \leq \dim E_\lambda(u) \leq m(\lambda)$.
- **Diagonalisation**
 - Définition (pour un endomorphisme, pour une matrice).
 - Différentes CNS de diagonalisation : la somme des espaces propres est E ; la somme des dimensions des espaces propres est n ; le polynôme caractéristique est scindé et chaque espace propre a pour dimension la multiplicité de la valeur propre.
 - Condition suffisante : n valeurs propres distinctes.
 - Calcul pratique.

Prévision pour la semaine prochaine : Réduction, suite.