

DEVOIR MAISON N° 3 : ÉLECTROSTATIQUE

Pour le 3 octobre 2024

1. Les résultats non encadrés ne seront pas corrigés,
2. **Chaque problème doit commencer sur des copies séparées,**
3. Les règles de rédaction devront être respectées.

Sujet : Orage

ORAGE, OH DÉSESPOIR !...

Le processus de formation des nuages dans l'atmosphère suit un ensemble complexe d'étapes dont la connaissance est à la base de la météorologie.

Le cumulonimbus est le stade ultime du nuage formé dans un courant d'air chaud ascendant en contact avec un air froid et sec. Son profil en forme d'enclume, dont le sommet atteint le haut de la troposphère, et sa taille colossale sont caractéristiques . . . et annonciateurs d'un orage imminent ! On se propose de modéliser la répartition de charges électriques dans un nuage et de comprendre l'apparition de la foudre.



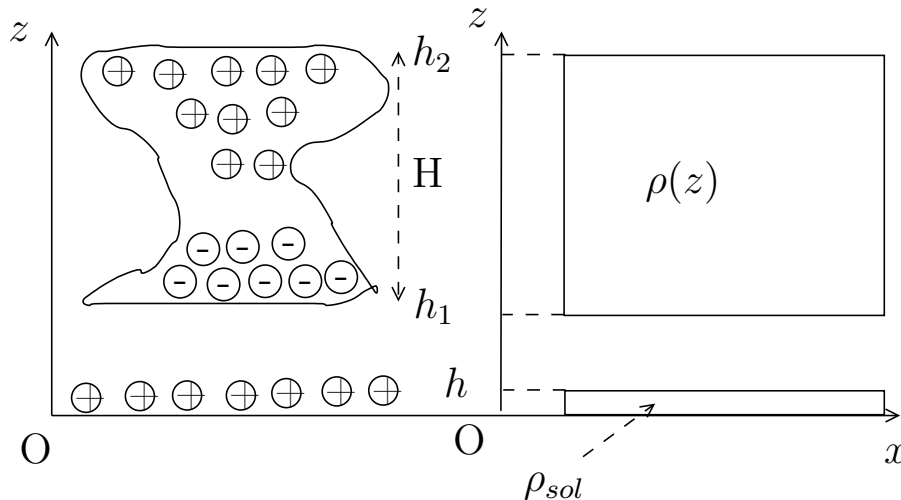
Cumulonimbus, photo du « National Oceanic and Atmospheric Administration, USA »

Les mécanismes de séparation des charges électriques au sein d'un nuage ne sont pas encore parfaitement compris, mais on constate généralement l'apparition de charges négatives à la base du nuage et de charges positives au sommet. Dans certain cas, il peut même exister plusieurs zones chargées négativement ou positivement alternativement. La base chargée du nuage fait apparaître, par influence et ionisation de l'air, des charges positives dans l'atmosphère au voisinage du sol. Des mesures effectuées par ballon-sonde permettent de déterminer la valeur de la composante verticale du champ électrique dans l'atmosphère : environ 65 kV.m^{-1} à 500 m d'altitude et jusqu'à 200 kV.m^{-1} de valeur maximale à l'intérieur des nuages.

On considère un nuage typique situé entre les altitudes $h_1 = 2$ km et $h_2 = 10$ km (hauteur de la troposphère), de hauteur $H = h_2 - h_1 = 8$ km et de section horizontale $S = 1$ km². Au niveau du sol, les charges positives se répartissent sur une épaisseur $h = 500$ m.

On rappelle la permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F.m⁻¹.

Dans la modélisation proposée, on néglige tout effet de bord et on suppose donc que les grandeurs étudiées ne dépendent que de l'altitude z , comme indiqué comme sur le schéma ci-après.



Les charges positives près du sol sont réparties avec la densité volumique de charge uniforme ρ_{sol} . Le champ électrique est supposé nul en $z = 0$. À l'intérieur du nuage, on considère simplement que la densité volumique de charge $\rho(z)$ varie linéairement, de la valeur maximale $\rho_0 > 0$ en $z = h_2$ à la valeur opposée $-\rho_0$ en $z = h_1$.

1. Montrer qu'en tout point M de l'espace, le champ électrique peut se mettre sous la forme :

$$\vec{E}(M) = \vec{E}(z)\vec{u}_z$$

2. Déterminer le champ $E(z)$ dans la zone chargée $0 < z < h$ au niveau du sol.
3. Déterminer la valeur numérique de la densité volumique de charge ρ_{sol} , ainsi que la charge totale Q_{sol} existant dans cette zone.
4. Montrer que le champ électrique dans la zone $h < z < h_1$ est uniforme et donner sa valeur.
5. Établir l'expression de la densité volumique de charge $\rho(z)$ à l'intérieur du nuage. On montrera que :

$$\rho(z) = \frac{\rho_0}{H}(2z - (h_1 + h_2))$$

6. Montrer que l'équation locale de Maxwell-Gauss permet d'obtenir le champ électrique dans le nuage à une constante additive près. Justifier la valeur de cette constante.
7. Représenter $E(z)$ en fonction de l'altitude z .
8. Déterminer la valeur numérique de ρ_0 , ainsi que les charges totales $-Q$ et $+Q$ portées respectivement par les moitiés inférieures et supérieures du nuage. Commenter.
9. Exprimer le potentiel électrostatique $V(z)$ entre le sol et le nuage. On prendra $V = 0$ en $z = 0$. En déduire la différence de potentiel, U entre le sol et la base du nuage.

La foudre est une décharge électrique entre le nuage et le sol (ou entre deux nuages) permettant de neutraliser les charges accumulées. Lorsque le champ électrique atteint localement la valeur $E_{dis} = 10$ kV.cm⁻¹ (pour l'air humide), l'air est ionisé et un courant électrique devient possible dans l'air devenu conducteur.

10. Que se passe-t-il dans le cas du nuage étudié précédemment ?

On constate que la foudre tombe préférentiellement sur des objets pointus, comme les arbres, les clochers et ... les paratonnerres¹. Pour illustrer cet *effet de pointe*, on propose la modélisation suivante :

Un objet pointu situé à l'altitude z est modélisé par une petite sphère de rayon R , de charge q et portée au potentiel $V(z)$. On ne considère ici que l'action de la sphère sur son environnement immédiat. Soit un point M situé à la distance $r > R$ du centre O de la sphère.

1. Voir par exemple la vidéo donnée en lien sur CDP Web/Physique, électrostatique

11. Rappeler l'expression du champ \vec{E} et du potentiel électrostatique créés en M par la sphère chargée. En déduire la relation entre la norme E du champ électrique créé au voisinage immédiat de la sphère et le potentiel $V(z)$ de celle-ci.
12. Déterminer le rayon de la sphère permettant à l'air d'être ionisé à sa surface. Faire l'application numérique pour $z = 2$ m et $z = 10$ m. Commenter.
13. Pourquoi dit-on qu'en l'absence d'obstacles, il vaut mieux s'allonger par terre et attendre que l'orage passe plutôt que rester debout ?
14. À quelle attitude l'air pourrait-il être ionisé au bout des doigts ?
Il apparaît alors un courant ionique et des effluves lumineuses dus à la recombinaison des ions. Cet effet est connu sous le nom « d'effet Corona ».
Lorsque la foudre tombe, la décharge électrique ne dure que quelques centaines de microsecondes et libère une énorme quantité d'énergie sous forme thermique et sonore dans l'atmosphère.
15. Évaluer l'intensité du courant électrique de la décharge.
16. Déduire des résultats précédents l'énergie libérée par la foudre et la puissance correspondante. Quelle serait l'augmentation de température de l'air à son voisinage ? Conclure. On donne $C_{pm} = \frac{7}{2}R$ avec $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

