

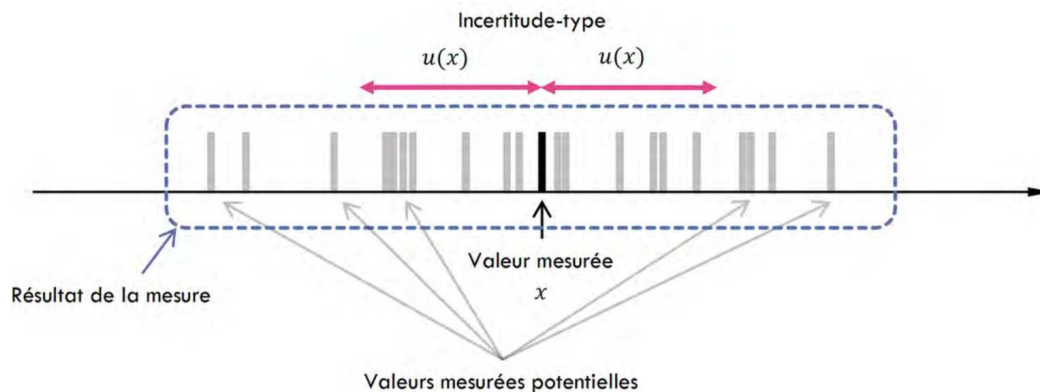
ÉVALUATION DES INCERTITUDES ET EXPLOITATION DES GRAPHS

I. Le paradigme de l'incertitude-type

L'idée centrale de ce paradigme est la **variabilité de la mesure**. On considère que le **résultat d'une mesure** ce n'est pas une valeur unique mais **un ensemble de valeurs numériques**, raisonnablement attribuables à la grandeur d'intérêt.

- La valeur mesurée est une valeur particulière de cet ensemble,
- l'incertitude est une indication de la dispersion de cet ensemble,
- **l'incertitude-type** est une incertitude évaluée à l'aide **d'un écart-type**.

L'incertitude ce n'est pas l'erreur, ni la « tolérance ». L'incertitude(-type) c'est+ une évaluation de l'écart-type de l'ensemble des grandeurs raisonnablement attribuables au mesurande.



Une incertitude évaluée par une méthode statistique est appelée **incertitude de type A**.

Une incertitude évaluée par une méthode autre que statistique est appelée **incertitude de type B**.

Ce polycopié suit les règles internationales présentée dans le « Guide pour l'expression de l'incertitude de la mesure »¹ :

<https://www.bipm.org/en/committees/jc/jcgm/publications>

II. Présentation des résultats

II.1 Valeur indicative et valeur expérimentale

Il faut tout d'abord remarquer que les distances indiquées ou les composants utilisés n'ont pas forcément la valeur exacte indiquée dans la feuille de TP. Ainsi, si on vous demande de prendre une résistance de 100 Ω la valeur expérimentale de la résistance que vous récupérerez sera peut être entre 99 Ω et 101 Ω .

Il est donc impératif de **mesurer la valeur expérimentale** des composants utilisés. L'appareil de mesure n'a pas une précision infinie, la valeur donnée sera répartie dans un certain intervalle qui sera à déterminer (incertitude-type).

II.2 présentation du résultat

Supposons que vous avez mesuré au multimètre une résistance de 99,934 Ω avec une incertitude $u(R) = 0,289639 \Omega$. Les règles internationales recommandent d'arrondir l'incertitude à 2 chiffres significatifs (CS)². Ainsi on ne tronque pas trop l'incertitude avec un arrondi à 1 chiffre qui pourrait être trop grossier, tout en ne prenant pas non plus un excès de CS.

1. abrégé généralement sous le nom de GUM, disponible dans CDP pour les curieux.

2. Hall, Blair D. « Rounding the Expanded Uncertainty ». Accreditation and Quality Assurance 24, no 5 (1 octobre 2019) : 369 73

Le nombre de chiffres significatifs de l'incertitude détermine alors le nombre de chiffres significatifs de la mesure. La présentation normalisée est alors la suivante :

$$R = 99,93 \, \Omega ; u(R) = 0,29 \, \Omega$$

La présentation ci-après est tolérée :

$$R = 99,93 \pm 0,29 \, \Omega$$

Néanmoins, il faut indiquer ensuite « où ce qui suit le $\pm$ est une incertitude-type », puisqu'en toute rigueur cette notation concerne les incertitudes élargies³.

Les autres présentations sont incorrectes.

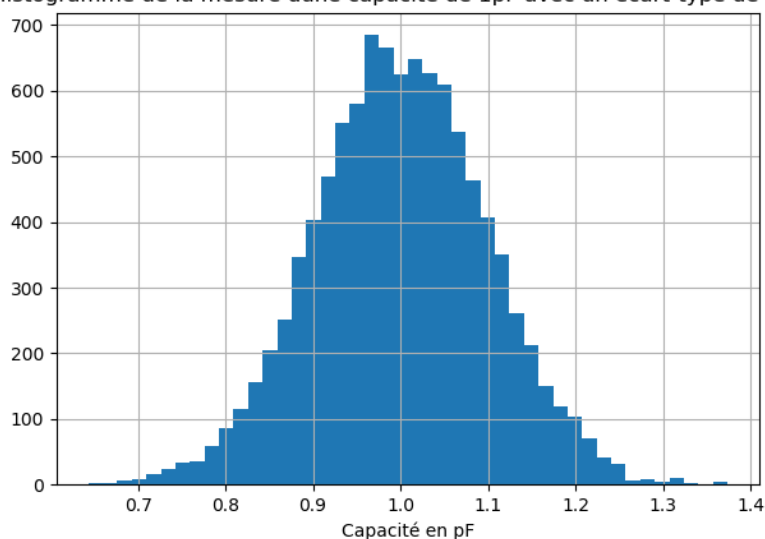
III. Répétition des mesures (incertitudes de type A)

Lorsque l'on peut répéter N fois des mesures faites avec un protocole identique (par un même groupe ou par des groupes différents), on a un ensemble de valeurs que l'on peut étudier avec des outils statistiques. Prenons par exemple un ensemble de mesure de la valeur d'une capacité.

La moyenne est un bon estimateur de la valeur de la grandeur mesurée. Celle-ci peut se déterminer facilement lorsque l'on utilise un multimètre grâce à la notice mise à disposition.

On note σ , l'écart-type sur ces N valeurs particulières.

Histogramme de la mesure d'une capacité de 1pF avec un écart-type de 0,1pF



Dans l'idéal il faudrait répéter p fois ces N mesures et obtenir p valeurs de la moyenne sur lesquelles on calculerait un écart-type qui donnerait l'incertitude-type sur cette moyenne. Cet écart-type est un bon estimateur de l'incertitude-type. C'est long, très long. Heureusement les mathématiciens ont travaillé pour nous.

L'incertitude-type sur la moyenne est alors :

$$u(C) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

où σ est l'écart-type sur les N mesures effectuées.

On voit que l'incertitude-type dépend du nombre de mesures, c'est à dire de la façon dont on conduit l'expérience. Ce n'est pas une donnée propre à la grandeur mesurée.

3. qui n'est pas au programme

IV. Incertitude de type B

Parfois on n'a pas de fluctuation dans la mesure et la répétition donne la même chose. Par exemple avec un multimètre, un oscilloscope ou une règle. On va donc définir une plage où il est raisonnable de trouver la valeur de la mesure m :

$$[m - \Delta; m + \Delta]$$

Comment définir Δ ? Eh bien c'est là qu'intervient votre **expertise en tant qu'expérimentateur**. Par exemple, Δ peut être donnée par la notice du multimètre. Avec une mesure à la règle, Δ va être estimé en nombre de graduation. Si on est dans des conditions où la mesure est difficile, ce sera quelques millimètres. Si on est dans de bonnes conditions ce sera le demi-millimètre voir moins (si on est myope, on voit mieux⁴).

Il y a donc forcément une part **d'arbitraire** mais on s'améliore au fil du temps avec la **pratique** et les évaluations sont plus pertinentes.

Dans ces cas là on va supposer la distribution uniforme⁵ (autrement dit, on considère que toutes les valeurs dans l'intervalle sont équiprobables). On montre alors que l'incertitude-type est alors :

$$\boxed{= \frac{\Delta}{\sqrt{3}}}$$

V. Propagation des incertitudes (incertitude de type B)

Souvent, la grandeur que l'on souhaite évaluer est obtenue par l'intermédiaire d'une formule ; Par exemple pour deux résistances en série :

$$R = R_1 + R_2$$

Comment obtenir l'incertitude sur R , si on suppose que la mesure ne peut se faire que sur R_1 ou R_2 ?
Il faut pour cela étudier ce que l'on appelle « la propagation des incertitudes ».

V.1 Propagation des incertitudes

a) Expression de l'incertitude (pour information)

Soit une grandeur physique f , fonction de $x_1, x_2, x_3, \dots$, **grandeurs indépendantes**⁶. Alors l'incertitude sur f , $u(f)$ s'estime de la manière suivante⁷ :

$$u(f) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 (u(x_1))^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 (u(x_2))^2 \dots \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 (u(x_n))^2}$$

Cette formule aboutit souvent à des calculs pénibles et n'est pas à connaître. Elle permet néanmoins de voir que si une incertitude domine toutes les autres, par exemple celle sur x_1 , on obtient simplement :

$$u(f) = \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right) \right| (u(x_1))$$

C'est en fait souvent le cas. Par la suite vous ne devez savoir propager les incertitudes que dans le cas des sommes et des produits (ou des quotients).

b) Cas des sommes et des produits

Ce sont des cas simples, il faut les connaître :

Somme ou différence :

$$x = x_1 + \dots + x_n$$

4. enfin jusqu'à un certain âge...

5. Si on n'a aucune autre information qu'une limite basse et une limite haute pour la grandeur d'intérêt, alors on suppose que la répartition est uniforme entre ces deux bornes.

6. Des grandeurs ayant des unités différentes sont forcément indépendantes

7. Moyenne quadratique des différents termes de la différentielle d'une fonction, avec la correspondance $u \Leftrightarrow dx_i$ ou df

$$u(x) = \sqrt{u(x_1)^2 + \dots + u(x_n)^2}$$

Rem : c'est la même chose si des termes du types $-x_i$ apparaissent : les incertitudes se cumulent toujours (hélas!).

Ainsi sur deux résistances en série :

$$u(R_{eq}) = \sqrt{u(R_1)^2 + u(R_2)^2}$$

Remarque : Si l'incertitude sur R_2 est très petite devant celle sur R_1 , l'incertitude sur la somme est égale à l'incertitude sur R_1 .

Produit et quotient :

$$p = \frac{x_1 \times \dots \times x_n}{y_1 \times \dots \times y_n}$$

Il est alors intéressant de passer par le logarithme, on se ramène alors à une somme :

$$\ln(p) = \ln(x_1) + \dots + \ln(x_n) - \ln(y_1) - \dots - \ln(y_n)$$

Avec la formule précédente :

$$\frac{u(p)}{p} = \sqrt{\left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{u(x_n)}{x_n}\right)^2 + \left(\frac{u(y_1)}{y_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{u(y_n)}{y_n}\right)^2}$$

Là encore très souvent un des termes dominant dans l'incertitude et ce genre de somme se ramène surtout à un terme.

Produit de puissances :

$$p_1 = \frac{x_1^{\alpha_1} \times \dots \times x_n^{\alpha_n}}{y_1^{\beta_1} \times \dots \times y_n^{\beta_n}}$$

$$\frac{u(p_1)}{p_1} = \sqrt{\left(\alpha_1 \frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \dots + \left(\alpha_n \frac{u(x_n)}{x_n}\right)^2 + \left(\beta_1 \frac{u(y_1)}{y_1}\right)^2 + \dots + \left(\beta_n \frac{u(y_n)}{y_n}\right)^2}$$

c) Autres cas : utilisation de la méthode de Monte-Carlo

De nombreuses formules physiques font apparaître $\exp$, $\ln$, $\cos$...

Il serait alors nécessaire d'utiliser la formule vu en a). Ce qui n'est pas très agréable.

Heureusement, la simulation numérique peut nous aider (python ou tableurs⁸).

Principe de la méthode de Monte-Carlo, à connaître :

L'idée est assez simple : à partir des valeurs des grandeurs mesurées expérimentalement, on fabrique numériquement un grand nombre de valeurs possibles de ces grandeurs expérimentales, noté N ($N = 10\,000$ par ex.). Ceci grâce à un générateur de nombre aléatoire.

Attention : on ne génère pas de manière quelconque ces valeurs.

- Si la grandeur mesurée est connue avec une incertitude-type alors on choisira un générateur gaussien : `rd.normal()` ;
- Si la grandeur n'est connue que par une valeur à l'intérieur d'un intervalle alors on supposera sa répartition uniforme et on utilisera `rd.uniform()`

À partir de l'ensemble des N valeurs générées aléatoirement, on va pouvoir calculer les N valeurs prises par la fonction de l'ensemble des grandeurs expérimentales précédentes. Il suffit alors de calculer la valeur moyenne et l'écart-type sur cet ensemble pour obtenir ce que l'on veut.

8. Dans votre vie professionnelle, vous n'utiliserez ni regressi, ni latispro. Autant s'habituer maintenant aux outils utilisés par tous.

Exemple : supposons que nous ayons une grandeur définie par :

$$V(t_1) = V_0 \exp\left(-\frac{\gamma}{e}t_1\right) \text{ où } \frac{e}{\gamma} \text{ est homogène à un temps et } V_0 = 3 \text{ V}$$

- γ est mesurée avec la valeur γ_{exp} et l'incertitude-type $u(\gamma)$;
- e est mesurée avec la valeur e_{exp} avec l'incertitude-type $u(e)$;
- t_1 avec la valeur t_{1exp} et l'incertitude-type $u(t_1)$.

Puisqu'on connaît une valeur et l'incertitude-type alors on choisit une modélisation gaussienne.

On procède ensuite de la manière suivante :

1. On génère numériquement une distribution gaussienne de γ , notée Γ , e , notée E et t_1 , noté T dont les écarts-types sont égaux aux incertitudes-types déterminées sur chacune des grandeurs.
2. On définit la fonction python $v(\gamma, e, t_1)$.
3. On calcule $v(\Gamma, E, T)$ qui sera une distribution gaussienne.
4. On demande alors au programme de calculer la moyenne et l'écart-type de v . On a alors obtenu u et son incertitude-type.

Ce qui donne le programme suivant :

```

1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  import numpy.random as rd
4
5
6  #liste des grandeurs mesurées sous la forme : valeur,incertitude-type
7
8  gamma,ugamma=3e-5,0.1e-5
9  e,ue=2.32e-3,0.01e-3
10 t1,ut1=1e-3,0.1e-3
11
12 #Nombre de tirages aléatoires
13
14 N=10000
15
16 # Génération de valeurs possibles des grandeurs mesurées sous forme de distribution gaussienne
17
18 G=rd.normal(gamma,ugamma,N) # pour $\gamma$
19 E=rd.normal(e,ue,N) # pour e
20 T=rd.normal(t1,ut1,N) # pour le temps $t_1$
21
22 #définition de la fonction pour laquelle on veut connaître l'incertitude-type
23
24 def v(gamma,e,t1):
25     V_0=3
26     return V_0*np.exp(-gamma*t1/e)
27
28 # Obtention de la valeur de u
29
30 v_fin,u(v)=np.mean(v(G,E,T)),np.std(v(G,E,T),ddof=1)
31 # affichage des valeurs
32 print('V(t1)=',u_fin)
33 print('incertitude sur V(t1)=',u(v))
34

```

VI. Critère de décision : le Z-score

Il s'agit d'avoir un outil de décision lorsque l'on compare 2 valeurs et que l'on souhaite savoir si elles sont identiques ou différentes.

VI.1 Comparaison à une valeur de référence

Supposons que vous mesuriez la constante des gaz parfaits⁹. Vous obtenez R_{exp} avec l'incertitude-type $u(R)$.

Cette valeur est forcément différente des valeurs de référence tabulées. Mais comment vérifier qu'elles sont compatibles ?

On va définir la variable aléatoire :

$$Z = \frac{R_{exp} - R}{u(R)}$$

On décide de considérer improbable les événements associés à l'ensemble des valeurs de Z telles que leur probabilité soit de 5%¹⁰

On montre que cette ensemble de valeurs est telle que $Z > 2 : P(Z > 2) \approx 5\%$.

En pratique on calcule Z , si Z est supérieur à 2 le résultat est invalidé. Z compte le nombre d'écart-type entre les deux données. la valeur $Z = 2$ dépend du domaine scientifique concerné. Ainsi en physique des particules il faut $Z = 5$ pour rejeter la compatibilité des grandeurs.

Pour notre part, nous conserverons $Z=2$.

Comment fait-on maintenant si l'on veut comparer deux valeurs mesurées expérimentalement ?

VI.2 Comparaison de deux valeurs expérimentales : mesure d'une constante de temps RC

Prenons l'exemple simple de la formule de la constante de temps du circuit R, C $\tau = RC$.

On souhaite valider expérimentalement cette expression. On construit alors un circuit RC.

On mesure les valeurs expérimentales de R_{exp} , $u(R_{exp})$ et C_{exp} , $u(C_{exp})$ (multimètre et distribution uniforme), on obtient le produit RC_{exp} et l'incertitude-type $u(RC)$ par propagation :

$$\frac{u(RC)}{RC} = \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(C)}{C}\right)^2}$$

D'autrepart, on observe la tension aux bornes de C à l'aide d'un oscilloscope. On mesure alors le temps de monter τ_{exp} (méthode des tangentes ou autre) et son incertitude-type $u(\tau)$.

La formule $\tau = RC$ est alors vérifiée si :

$$Z = \left| \frac{RC_{exp} - \tau_{exp}}{\sqrt{u(RC)^2 + u(\tau)^2}} \right| < 2$$

De manière générale, l'égalité de deux grandeurs expérimentales X_1 et X_2 sera vérifiée si :

$$Z = \left| \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \right| < 2$$

Où σ_1 et σ_2 sont les incertitudes-types sur X_1 et X_2 .

VII. La régression linéaire (ou affine)

VII.1 Les hypothèses de validité

Pour pouvoir utiliser une régression linéaire, il faut en toute rigueur que :

1. On observe les réalisations y_i de $Y_i = ax_i + b + E_i$ (les lettres majuscules définissent des variables aléatoires),
2. Les x_i sont connus avec certitude,

⁹. Par une mesure acoustique par exemple puisque la vitesse du son est liée à R

¹⁰. Critère totalement arbitraire, défini dans les années 1920-1930 par Ronald Fisher, dont les travaux ont révolutionné l'utilisation des statistiques en sciences expérimentales.

3. $E_i \simeq \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ est une suite de variables aléatoires indépendantes

4. σ est inconnu

(1) est vrai en générale sauf dans les cas où l'on est certain que $b = 0$.

(2) peut être vérifiée si les incertitudes relatives sur x_i sont négligeables devant celles sur y_i .

(3) n'est pas très contraignante.

(4) n'est quasiment jamais vérifié puisque l'on détermine systématiquement les incertitudes en physique (et en chimie).

Malgré tout on peut utiliser cette méthode en étant conscient de ses limites. Il faut par exemple bien vérifier le point (2).

VII.2 Objectifs et méthode

Un objectif possible d'une régression linéaire est de regarder si un modèle mathématique est **compatible** avec les mesures expérimentales faites (en TP comme en TIPE).

On analyse qualitativement les résultats à l'aide de la procédure suivante :

1. représentation graphique des points expérimentaux avec leurs barres d'incertitude ;
2. superposition de la courbe représentative du modèle testé ;
3. observation graphique des résidus/écarts normalisés (ie représentation de Z) ;
4. conclusion.

Dans d'autres cas, on considère la loi physique ou chimique connue (Ohm, Beer-Lambert...) et on l'utilise pour récupérer un paramètre dont on a besoin. Dans le cas de Ohm ou Beer-Lambert, on imposera le passage par l'origine de la régression. Nous verrons alors que ce cas pose un problème technique sous python et qu'il faut procéder autrement.

VII.3 Le R^2

Le R^2 est une grandeur qui sert à mesurer la corrélation entre deux grandeurs aléatoires. Ce n'est pas le cas ici : les x_i ont été souvent choisies par l'expérimentateur.

On ne peut pas valider une régression linéaire ou affine avec R^2 .

Voir par exemple la vidéo : https://youtu.be/It4UA75z_KQ

L'ensemble des nuages de points présentés possèdent le même R^2 , appelé COR ici.

VII.4 Modèle affine ou linéaire ?

Généralement on utilise un modèle linéaire quand on veut utiliser la loi physique pour déterminer une grandeur. Ainsi on va ajuster une droite passant par 0 si on veut utiliser la loi d'Ohm pour obtenir la résistance. On verra que ce passage par 0 peut pose un problème technique en VII.6

VII.5 Méthode de Monte-Carlo pour un modèle affine $ax+b$

La méthode de Monte-Carlo s'avère utile pour déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine et leurs incertitudes. On n'oublie pas de vérifier que les incertitudes portent seulement sur y , c'est à dire $\frac{\Delta x}{x} \ll \frac{\Delta y}{y}$ ¹¹

11. cf. hypothèses faites plus haut.

1. On rentre les valeurs expérimentales de x
2. On rentre les valeurs expérimentales de y
3. On rentre les valeurs des incertitudes sur y
4. On génère N tirages sur y .
5. Pour chaque tirage, on calcule le modèle affine avec polyfit et on range la pente a_i et l'ordonnée à l'origine b_i dans une liste.
6. On calcule alors la moyenne des a_i et des b_i ainsi que les écart-types, on a alors les valeurs de a et b ainsi que les incertitudes associées $u(a)$ et $u(b)$.

exemple de programme :

```

1  ###régression sur une relation du type y=ax+b###
2  import numpy as np
3  import matplotlib.pyplot as plt
4  import numpy.random as rd
5
6  #liste des grandeurs mesurées
7  x_exp=np.array([1,1.8,3.2,4]) #mesures expérimentales de x, incertitudes négligeables
8  y_exp=np.array([4,6,8.5,10.3]) # mesures expérimentales de y
9  uy_exp=np.array([0.5,0.6,0.6,0.8]) # mesures des incertitudes sur y
10
11 N=10000 # Nombre de tirages
12 La=[] # liste vide pour ranger les différentes pentes calculées
13 Lb=[] # liste vide pour ranger les différentes ordonnées à l'origine
14
15 #Génération d'un ensemble de régression possible par Monte-Carlo
16 for i in range(N):
17     Y=rd.normal(y_exp,uy_exp) # génération des tirages de y
18     A,B=np.polyfit(x_exp,Y,1) # Fonction polyfit pour effectuer la régression
19     La.append(A) # création de la liste des pentes
20     Lb.append(B) # création de la liste des ordonnées à l'origine
21
22 # Récupération de la pente moyenne, de l'origine moyenne et des incertitudes
23 a,ua=np.mean(La),np.std(La,ddof=1) # Pente moyenne et de son incertitude-type
24 b,ub=np.mean(Lb),np.std(Lb,ddof=1) # Ordonnée à l'origine moyenne et son incertitude-type
25 print('la pente vaut :',a)
26 print('Incertitude sur a :',ua)
27 print('Ordonnée à l'origine :',b)
28 print('Incertitude sur b :',ub)
29 #tracé des points expérimentaux et de la régression
30 x=np.linspace(0,5,100) # Pour tracer la droite ax+b
31 #graphe
32 plt.figure()
33 plt.xlabel('x')
34 plt.ylabel('y')
35 #barres d'erreurs et points exp :
36 plt.errorbar(x_exp,y_exp,yerr=uy_exp,marker='+',linestyle='none',label='données')
37 plt.plot(x,a*x+b) # tracé de la régression optimale
38 plt.grid()
39 plt.title('J\'aime la physique... et quand même la chimie' )
40 plt.show()

```

VII.6 Pour un modèle linéaire ax

Le problème est qu'on ne peut pas forcer la fonction polyfit à passer par 0. Donc si on souhaite utiliser une loi physique linéaire pour faire une régression, il faut s'y prendre autrement.

On peut utiliser, par exemple la moyenne des rapports et on se ramène à une incertitude de type A. Ceci est illustré dans le code ci-dessous. Il s'agit de la détermination d'une résistance par mesure de la tension et de l'intensité.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4
5 ###Détermination d'une résistance à l'aide de la loi d'Ohm###
6
7 # valeurs de la tension mesurée (en V)
8 U = np.array([0.937, 1.875, 2.809, 3.745, 4.682, 5.618, 6.679, 7.633, 8.582, 9.536])
9 # valeurs du courant mesuré (en A)
10 I = np.array([0.9098, 1.8251, 2.7346, 3.6503, 4.5544, 5.4868, 6.503, 7.448, 8.430, 9.384])*1e-3
11
12 R=np.mean(U/I) #ensemble des valeurs expérimentales de R
13 sigma=np.std(U/I,ddof=1)/np.sqrt(10)
14 #ddof=1 permet d'avoir l'estimateur non biaisé sur l'écart-type
15 #des valeurs expérimentales (division par N-1)
16
17 print('la moyenne vaut R : ',R)
18 print('l'incertitude-type sur r est',sigma)

```

Enfin il faut noter que la régression linéaire (ou affine) n'est pas forcément la méthode la plus adaptée ou la plus précise. Parfois faire une moyenne comme précédemment est beaucoup plus pertinent.

VII.7 Si le modèle n'est pas linéaire

On peut avoir des lois de puissance par exemple :

$$y = a \exp(bx)$$

On pourrait passer au ln et faire une régression linéaire sur le ln mais ce n'est pas correct mathématiquement donc à éviter si on peut faire autrement.

On peut utiliser la fonction `curve_fit` de la bibliothèque `scipy.optimize` qui permet d'ajuster avec n'importe quelle fonction :

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.optimize import curve_fit
4 #
5 x=np.array([0,1,2,3,4,5]) #valeurs de x
6 y=np.array([-0.2,1.5,5.3,8.7,11.9,16.1]) # valeurs de y
7 #
8 def f(x,a,b): # modèle utilisé pour l'ajustement
9 return a*x**b
10 #
11 a_est,b_est=curve_fit(f,x,y)[0] # attention à l'ordre des paramètres
12

```

L'utilisation du Z score permet ensuite de valider le modèle.

VII.8 Détermination de l'incertitude expérimentale dans quelques cas

C'est ici que votre habilité expérimentale entre en jeu.

a) Détermination de l'incertitude d'une mesure au multimètre

Considérons une mesure de résistance. Le texte de TP demande de prendre $R = 100 \, \Omega$. La mesure au multimètre donne :

$$R = 99,934 \, \Omega$$

Si on consulte la notice, la précision est présentée de la manière suivante :

$$e = 0,5\% \text{ lecture} + 2 \text{ digits}$$

Le digits correspond à l'**unité** du dernier de l'affichage. Ici la précision est donc :

$$e = 0,005 \times 99,934 + 0,002 = 0,50167 \, \Omega$$

Il est donc impératif de consulter la notice de l'appareil pour faire une évaluation correcte. Néanmoins la précision est un ordre de grandeur de l'incertitude-type mais ce n'est pas l'incertitude-type. Elle correspond au Δ donné dans la partie V.

L'incertitude-type est donc :

$$u(R) = \frac{0,50167}{\sqrt{3}} = 0,289639 \, \Omega$$

cf. II.2 pour la présentation finale.

VII.9 Détermination en optique

En optique, ce n'est généralement pas le demi-millimètre du banc qui est à prendre en compte. La profondeur de champ lors de la formation de l'image est généralement l'incertitude dominante avec la difficulté de prendre la position de l'objet.

Dans l'utilisation du goniomètre, ce n'est pas non plus forcément le vernier qui est le facteur limitant. L'incertitude peut dépendre de la largeur de la source.