TD n °4 : Magnétostatique, dipôle magnétique

I. Questions de cours

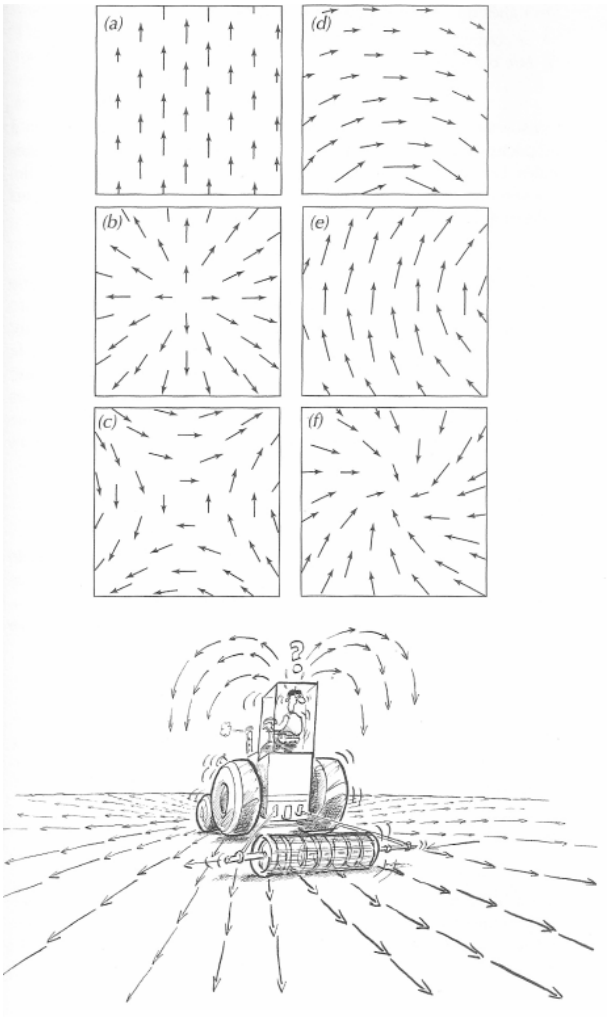
1. Donner les expressions de la densité volumique de courant.
2. Donner l'expression de l'intensité électrique en fonction de $\overrightarrow{j}$.
3. On considère un courant électrique créé par la circulation d'électron dont la densité volumique est de 10^{29} m^{-3}. La vitesse des porteurs de charges est de $0,5$ mm.s^{-1}. La section du fil est de $1,5$ mm^2. Calculer le courant électrique.
4. Dans un solide, il y a environ 10^{29} atomes.m^{-3}. La conductivité du cuivre est égale à 10^7S.m^{-1}. Montrer que le temps moyen entre deux collisions des électrons avec les ions du réseau est de l'ordre de 10^{-14} s.
5. Expliquer l'effet Hall, exemple d'application ?
6. Énoncer la loi d'Ohm locale.
7. Décrire le modèle de Drüde.
8. Les lignes de champ magnétique peuvent-elles être ouvertes, se recouper ?
9. Énoncer les propriétés de symétrie du champ magnétique. Faire un comparatif avec $\overrightarrow{\mathrm{E}}$.
10. Énoncer le théorème d'Ampère. Énoncer la loi locale associée, donner son nom.
11. Que peut-on dire du flux de $\overrightarrow{\mathrm{B}}$? Sens physique ?
12. Calculer le champ créé par un câble infini, par un fil infini, par un solénoïde infini.
13. Définir le moment magnétique d'un circuit plan.
14. Montrer que moment cinétique et le moment magnétique de l'électron de l'atome d'hydrogène sont reliés. Donner le nom du rapport des deux.
15. Donner l'ordre de grandeur du magnéton de bohr. Donner sa signification physique.
16. Donner l'ordre de grandeur de la force d'adhérence d'un aimant.
17. Faire un tableau comparatif des propriétés mécaniques dipôle magnétique/dipôle électrique.

II. Symétrie du champ ♪

1. On considère une spire carré de côté a. Étudier les symétries du champ magnétique. En déduire le maximum d'information sur $\overrightarrow{\mathrm{B}}$.
2. Même question avec une spire circulaire de rayon a.
3. On considère deux spires circulaires identiques à la précédente. Elles sont distantes de $2a$. Faire l'étude des symétries.

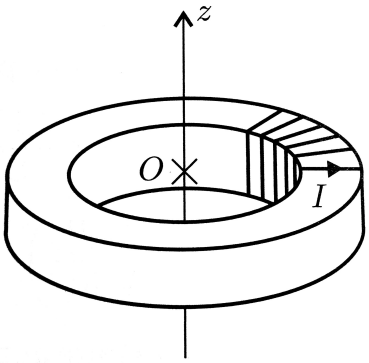
III. Est-ce un champ magnétique ? ♪

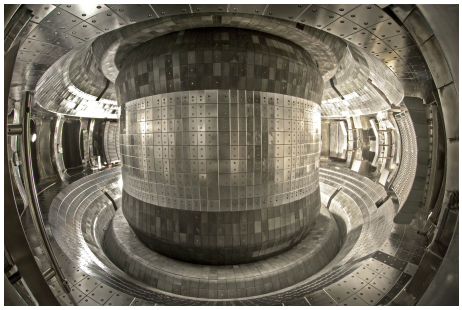
Quelles sont les cartes de champ qui représentent un champ magnétique ?



IV. Tokamak ♪

Un tokamak est une chambre torique de confinement magnétique destinée à l'étude des plasmas et notamment pour étudier la possibilité de la production d'énergie par fusion nucléaire. On se propose d'étudier ce système dans un cas simple : le régime statique. On considère un tore à section rectangulaire de rayons intérieur a et extérieur b. N spires sont régulièrement réparties sur ce tore et toutes parcourues par le même courant stationnaire d'intensité I.




Intérieur d'un tokamak utilisé dans le projet ITER.

Déterminer le champ magnétostatique créé par cette bobine torique.

V. pavé ♪♪

On considère un pavé infini d'épaisseur $2a$ parcouru par une densité volumique de courant $\overrightarrow{j} = j_0\overrightarrow{u_z}$ qui circule orthogonalement à l'épaisseur. Calculer le champ magnétique dans tout l'espace.

VI. Champ magnétique terrestre ♪♪

Le champ magnétique terrestre est modélisé par le champ d'un dipôle permanent de moment $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ situé au centre de la Terre et dirigé du pôle Nord vers le pôle Sud. On assimile la Terre à une sphère de rayon $\mathrm{R_T} = 6,4 \times 10^3$ km. L'intensité du champ magnétique au pôle Nord est $\mathrm{B_0} = 6 \times 10^{-5}$ T.

1. Le champ du dipôle donné en fin d'énoncé respecte-t-il la symétrie dipolaire ?
2. Déterminer la valeur de $\mathcal{M} = \|\overrightarrow{\mathcal{M}}\|$.
3. Calculer les composantes horizontale et verticale du champ magnétique terrestre à Brest (48°N, 4°W).

On donne l'expression du champ généré par un dipôle magnétique placé en O :

$$\overrightarrow{\mathrm{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathcal{M}\cos\theta}{r^3}\overrightarrow{u_r} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathcal{M}\sin\theta}{r^3}\overrightarrow{u_\theta}$$

L'axe du dipôle est l'axe Oz, θ est défini par rapport à cet axe.

VII. Champ magnétique terrestre♪♪♪

On s'intéresse au champ magnétique terrestre : on modélise la terre à un dipôle magnétique aligné selon l'axe des pôles et orienté du nord vers le sud.

1. Représenter le modèle et tracer qualitativement quelques lignes de champ.
2. On donne les coordonnées GPS de Chatenay-Malabry [1] : latitude N 48, 75°, longitude E 2, 26°, altitude $h = 104$ m. Champ magnétique mesuré : $4,7.10^{-5}$ T. En déduire le moment magnétique terrestre $\mathcal{M}$.
3. On considère une aiguille aimantée, de moment magnétique $\overrightarrow{m}$, de moment d'inertie J, pouvant tourner autour d'un axe vertical. On la place dans le champ magnétique créé par un système de deux bobines de Helmholtz où B est d'intensité 100 μT et orienté parallèlement à la composante horizontale du champ magnétique terrestre. On relève la période $\mathrm{T_1}$ des oscillations de l'aiguille.

   On inverse le sens du courant dans les bobines. On relève la période $\mathrm{T_2}$ des oscillations de l'aiguille. On a $\dfrac{\mathrm{T_1}}{\mathrm{T_2}} = 0,78$. En déduire la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.
4. On donne la carte des lignes iso-champ à la surface de la Terre. On observe en réalité une inclinaison de 64°. La carte confirme-t-elle les mesures et le modèle précédent ? Dans quelles zones ?
5. Des roches terrestres ont des propriétés magnétiques. Peut-on repérer leur présence sur la carte ?

Données :
— $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H.m^{-1}
— Rayon terrestre R = 6380 km
— Latitude : position en degrés du parallèle du lieu (0° à l'équateur, +90° au pôle Nord)
— Longitude : position en degrés du méridien du lieu.
— Champ magnétique créé par un dipôle $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ en un point $\overrightarrow{r}$:

$$\overrightarrow{\mathrm{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{r})\overrightarrow{r} - r^2\overrightarrow{\mathcal{M}}}{r^5}$$

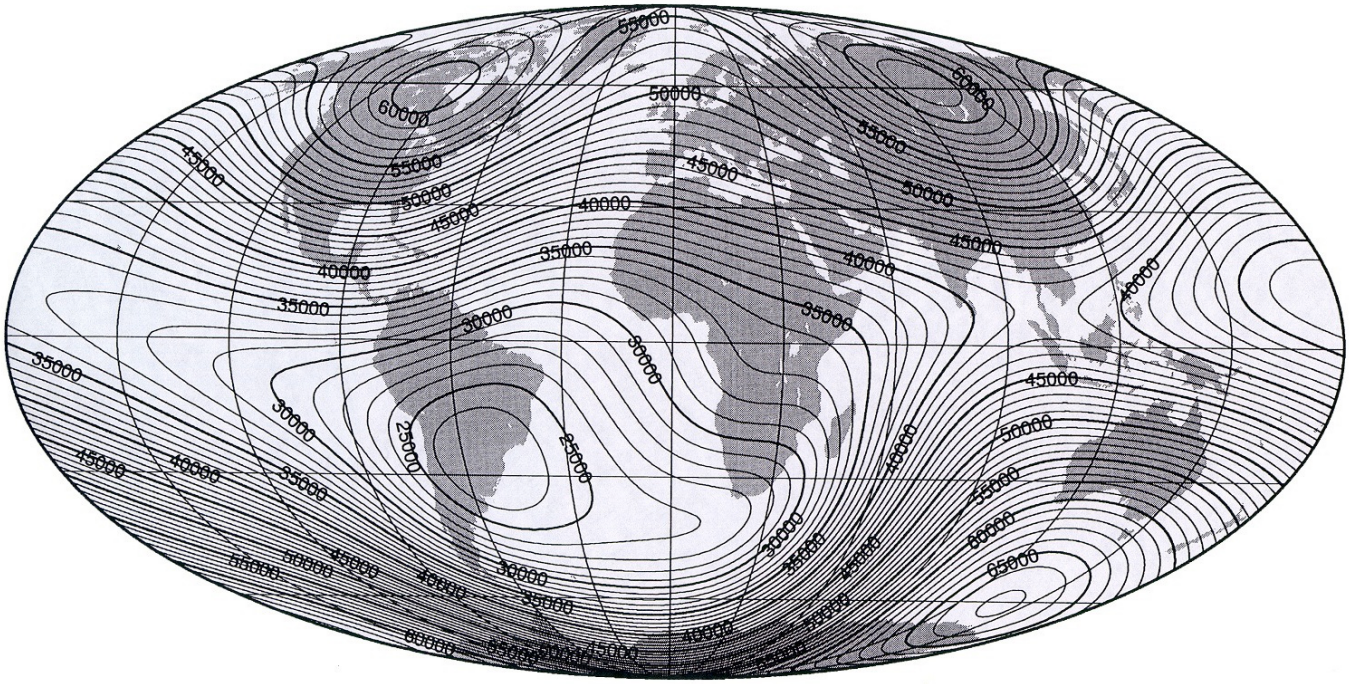
— Couple subit par un dipôle dans un champ extérieur $\overrightarrow{\mathrm{B}_e}$:

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{B}}_e$$

— Force résultante $\overrightarrow{\mathrm{F}} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(-\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{\mathrm{B}}_e)$

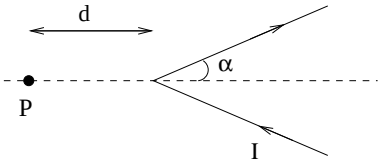
1. C'est un oral de Centrale...

— Champ créé sur l'axe Oz d'une bobine de N spires et de rayon R : $\overrightarrow{\mathrm{B}} = \dfrac{\mu_o \mathrm{I}}{2\mathrm{R}} \sin^3(\alpha)\overrightarrow{u_z}$



VIII. Circuit en forme de V ♪♪

On considère un fil parcouru pour un courant constant, I et qui a la forme d'un V (figure ci-dessous), caractérisé par le demi-angle au sommet α. Les calculs montrent que la valeur du champ $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ en un point P situé sur l'axe de symétrie à une distance d de la pointe est proportionnel à $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.



1. Trouver la direction de $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ en P.
2. Trouver (sans calcul) le facteur de proportionnalité k sachant que $\mathrm{B} = k\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.
3. En utilisant un système physique équivalent au V, trouver (presque sans calcul) le champ en P$'$ symétrique de P par rapport à la pointe du V.

IX. Cylindre creux ♪♪

On considère un cylindre infini, parcouru par une densité volumique de courant $\overrightarrow{j} = j\overrightarrow{u_z}$ avec $j > 0$ de rayon a dans lequel on a creusé une cavité cylindrique également infini de rayon b. Les axes des cylindre sont distants de c. Déterminer le champ dans la cavité.

X. Interactions entre deux moments magnétiques ♪♪

Deux dipôles magnétiques de moments respectifs $\overrightarrow{\mathcal{M}}_1$ et $\overrightarrow{\mathcal{M}}_2$ centrés en O et en M. On utilisera l'expression suivante du moment dipolaire, le dipôle est en A et créé un champ en P :

$$\overrightarrow{\mathrm{B}}(\mathrm{M}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{u}_{\mathrm{AP}})\overrightarrow{u}_{\mathrm{AP}} - \overrightarrow{\mathcal{M}})}{\mathrm{AP}^3} \text{ où } \overrightarrow{u}_{\mathrm{AP}} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{AP}}}{\mathrm{AP}}$$

1. Exprimer l'énergie d'interaction des deux dipôles.
2. On suppose que les deux dipôles sont colinéaires à $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$. Exprimer la force entre les deux dipôles. À quelle condition est-elle attractive ?

3. Même question si les dipôles sont colinéaires mais orthogonaux à $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$.
4. Déterminer l'ordre de grandeur de l'énergie d'interaction entre les deux atomes possèdant un moment magnétique.
5. À quelle température cette énergie est-elle de l'ordre de grandeur de l'agitation thermique ? Conclure sur l'origine microscopique des propriétés magnétiques de la matière.

XI. Effet Meissmer dans un supraconducteur ♪♪♪

Certain matériau voit leur résistance s'annuler en dessous d'une certaine température, on les appelle des supraconducteurs. On considère une plaque supraconductrice dont les bords sont délimités par les plans $x = -e$ et $x = e$.

On impose un champ extérieur stationnaire $\overrightarrow{\mathrm{B}} = \mathrm{B}_0\overrightarrow{u_z}$. Dans un supraconducteur, la loi d'Ohm est remplacée par la loi de London :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \overrightarrow{j} = -\frac{\overrightarrow{\mathrm{B}}}{\mu_0\delta^2}$$

1. À quoi est homogène δ ?
2. Le champ magnétique est-il à flux conservatif dans un supraconducteur ?
3. Donner l'équation différentielle vérifiée par $\overrightarrow{\mathrm{B}}$.
4. En étudiant les symétries des causes, justifier que l'on peut chercher une solution sous la forme $\overrightarrow{\mathrm{B}} = \mathrm{B}(x)\overrightarrow{u_z}$.
5. On admet que le supraconducteur ne modifie pas le champ extérieur et que le champ magnétique est continue aux interfaces de la plaque. Donner l'expression de $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ dans la plaque. Tracer son allure. Que représente δ ?
6. Déterminer $\overrightarrow{j}$ et le tracer. Commenter le graphe.

On donne :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,(\overrightarrow{\mathrm{B}})) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(\mathrm{div}\,(\overrightarrow{\mathrm{B}})) - \Delta\overrightarrow{\mathrm{B}}$$