

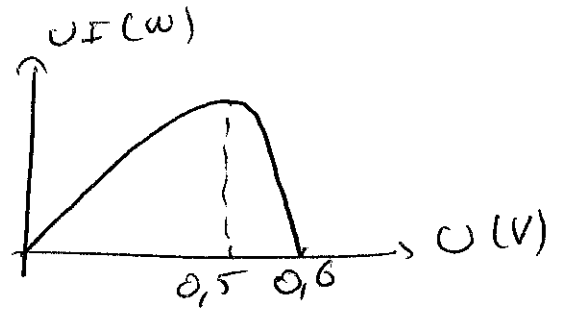
# Centrale PC 2022

1. • 1ère solution: on trace  $UI$  en fonction de  $U$  (pour  $\epsilon_i = 10^3 \text{ Wm}^{-2}$ )  
ce qui donne qualitativement:

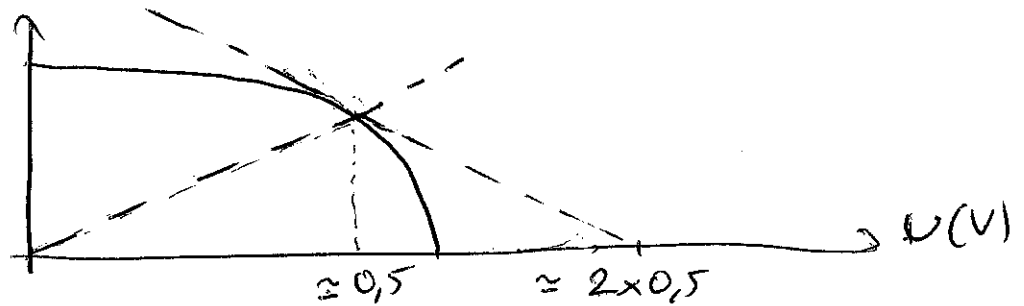
$$\Rightarrow \begin{cases} U = 0,5 \text{ V} & \text{pour } UI \text{ maxi} \\ I \approx 2,7 \text{ V} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = UI \approx 1,4 \text{ W}$$

cohérent avec utilisation nominale.

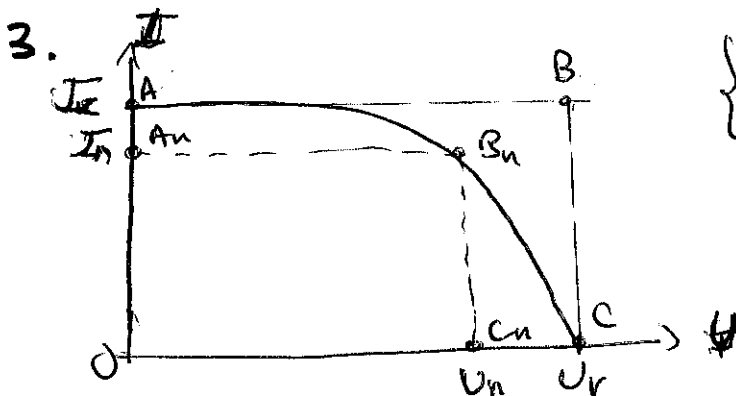


• 2ème solution:  $UI$  extrême si  $\frac{d(UI)}{dU} = 0$  soit  $\frac{dI}{dU} = -\frac{I}{U}$   
et donc si la pente de la tangente est l'opposée de la pente de la droite passant par  $(0,0)$  et  $(U,I)$ :



( $\Rightarrow$  la tangente à la courbe en  $U$  croise l'axe des abscisses en  $2U$ )

2.  $\eta = \frac{P_u}{\epsilon_i S} = \frac{1,32}{10^3 \cdot 10^{-2}} = 13\%$  pour  $S = 100 \text{ cm}^2$  (donné)



$\begin{cases} U_n I_n = \text{surface de } OA_n B_n C_n \\ U_r I_r = \text{surface de } OABC \end{cases}$

Alors forcément ici:  $FF \leq 1$

h.  $FF = 7,3 \cdot 10^{-4}$

5.  $\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} : \text{dérivée temporelle de la quantité de mouvement} \\ -e\vec{E} : \text{force de Lorentz électrique} \\ -\frac{m}{\tau} \vec{v} : \text{"action de l'agitation thermique (chocs) et des défauts du réseau" (programme PC)} \end{array} \right.$

6.  $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$  en régime permanent donc  $\vec{v} = \frac{-e\tau}{m} \vec{E}$

7.  $\vec{j} = -en_e \vec{v} = \frac{e^2 n_e \tau}{m} \vec{E} = \sigma \vec{E}$  avec  $\sigma = \frac{e^2 n_e \tau}{m}$

8.  $\mu \text{ à } 20^\circ\text{C}$  (et non  $25^\circ\text{C}$ ):  $|\mu_e| = \frac{e\tau}{m}$  et  $\sigma = en_e |\mu_e|$

$\Rightarrow n_e = \frac{\sigma}{e|\mu_e|} = 1,8 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$

$n_{Si} = \frac{e c_{Si}}{M} \Rightarrow \frac{n_e}{n_{Si}} = \left( \frac{e c_{Si} e |\mu_e|}{M \sigma} \right)^{-1} = 3,5 \cdot 10^{-13}$  // très faible!

9. [Si]:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2 \rightarrow 4e^-$  de valence  
 [B]:  $1s^2 2s^2 2p^1 \rightarrow 3e^-$  de valence : B = type P  
 [P]:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3 \rightarrow 5e^-$  de valence : P = type N  
 [As]: [Ar]  $4s^2 3d^{10} 4p^3 \rightarrow 5e^-$  de valence : As = type N  
 [Ga]: [Ar]  $4s^2 3d^{10} 4p^1 \rightarrow 3e^-$  de valence : Ga = type P

10.  $\frac{n_{\text{dopant}}}{n_{Si}} = \frac{M n_{\text{dopant}}}{e c_{Si}} = 2,0 \cdot 10^{-7}$  // faible (peu de dopant, surtout du Si)

11.  $n_p \approx 10^{22} \text{ m}^{-3}$  (on peut négliger les trous de Si)

Donc  $\sigma \approx en_p \mu_p = 735 \cdot \text{m}^{-1}$

12. On a un meilleur conducteur que Si pur? (moins de pertes par effet joule?)

13. Diffusion.

14.  $e_2 = n_p \times (-e)$  et  $e_1 = n_n \times e$

15. Conservation de la charge:  $e_1 z_1 = -e_2 z_2 \Rightarrow n_n z_1 = -n_p z_2$

16. Tous les plans contenant la droite  $Oz$  sont des plans de symétrie des charges donc  $\vec{E}(r) \parallel \vec{e}_z$  (plans de symétrie de  $\vec{E}$ )  $\Rightarrow \vec{E}(r) = E(x, y, z, t) \vec{e}_z$

Invariance des charges par translation suivant  $\vec{e}_x$  et  $\vec{e}_y$ , et régime stationnaire:  $\vec{E} = E(z) \vec{e}_z$

Alors  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{dE}{dz} \Rightarrow E(z) = A_i + \frac{\rho_i}{\epsilon} z$  avec  $\left. \begin{array}{l} A_i = \text{cte} \\ i \in \{1, 2, 3\} \end{array} \right\}$

$\Rightarrow E(z)$  linéaire et croissant sur  $[0, z_1]$   
 $E(z)$  linéaire et décroissant sur  $[z_2, 0]$  (+ continue)

17.  $\|\vec{E}\|_{\text{max}}$  en  $z=0$ :  $E_{\text{max}} = \frac{\rho_1 z_1 - \rho_2 z_2}{\epsilon}$  et  $E_{\text{max}} = \frac{\rho_2 z_2 - \rho_1 z_1}{\epsilon}$

18.  $\int_{z_2}^{z_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{z_2}^{z_1} -\text{grad } V \cdot d\vec{l} = \int_{z_2}^{z_1} E(z) dz = - \int_{z_2}^{z_1} dV$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (\text{aire sous la courbe}) = -V(z_1) + V(z_2) = -V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{E_{\text{max}}(z_1 - z_2)}{2}$

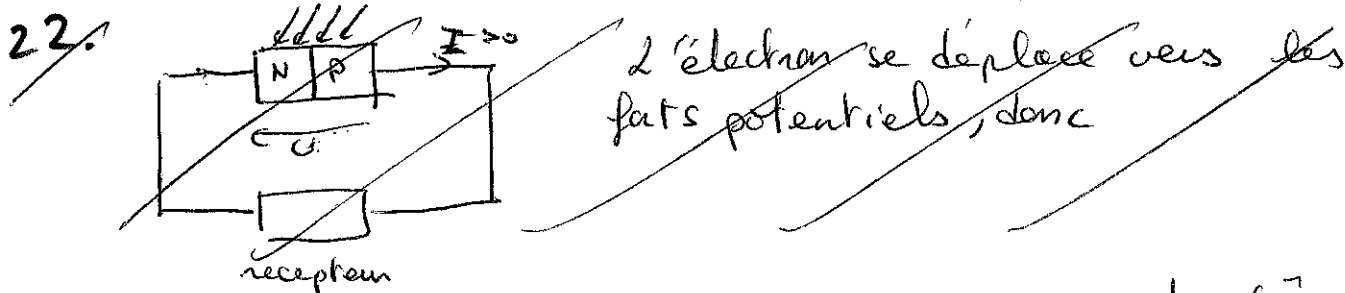
(ou on exprime  $E(z \in [0, z_1]) = -E_{\text{max}} + \frac{E_{\text{max}}}{z_1} z \Rightarrow \dots$   
 $E(z \in [z_2, 0]) = -E_{\text{max}} + \frac{E_{\text{max}}}{z_2} z$ )

19. Avec 17.:  $z_1 - z_2 = \frac{\epsilon}{e} \left( \frac{1}{n_N} + \frac{1}{n_P} \right) E_{\text{max}} \Rightarrow E_{\text{max}} = \frac{e}{\epsilon} \frac{z_1 - z_2}{\frac{1}{n_N} + \frac{1}{n_P}}$

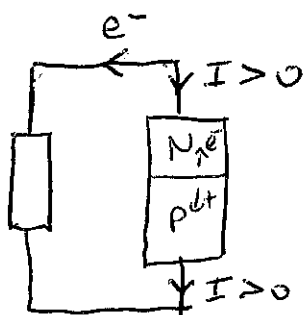
Soit avec 18.:  $V_0 = \frac{e}{2\epsilon} \times \frac{1}{\frac{1}{n_N} + \frac{1}{n_P}} (z_1 - z_2)^2 \Rightarrow z_1 - z_2 = \left( \frac{2\epsilon V_0}{e} \left( \frac{1}{n_N} + \frac{1}{n_P} \right) \right)^{1/2}$

20.  $w = 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

21.  $E = eV_0 = h \frac{c}{d} \Rightarrow d = \frac{hc}{eV_0} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \rightarrow \text{UV OK}$



22. de l'électron se déplace vers les  $z$  croissants ( $\vec{E}$  vers  $-\vec{e}_z$ ) et le trou vers  $z$  décroissants:



des électrons qui arrivent dans la zone P depuis le circuit se recombinent avec ses trous

$$23. \vec{k}_i = \frac{\omega n_v}{c} \vec{e}_z \quad \vec{k}_r = -\frac{\omega n_v}{c} \vec{e}_z \quad \vec{k}_t = \frac{\omega n_s}{c} \vec{e}_z$$

$$24. \vec{B}_{oi} = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_{oi}}{\omega} = \frac{n_v}{c} \vec{e}_z \wedge \vec{E}_{oi} \quad \vec{B}_{or} = -\frac{n_v}{c} \vec{e}_z \wedge \vec{E}_{or} \quad \vec{B}_{ot} = \frac{n_s}{c} \vec{e}_z \wedge \vec{E}_{ot}$$

(et  $\vec{B}_x = B_{ox} \vec{e}_x$  (ut  $\pm k_x z$ ))

$$25. \text{Continuité de } \vec{E} \text{ et } \vec{B} \text{ en } z=0 : \begin{cases} \vec{E}_{oi} + \vec{E}_{or} = \vec{E}_{ot} \\ n_v(\vec{E}_{oi} - \vec{E}_{or}) = n_s \vec{E}_{ot} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+r = t \\ n_v(1-r) = n_s t \end{cases}$$

$$\Rightarrow r_{vs} = \frac{n_v - n_s}{n_v + n_s} \parallel$$

valable car  $\vec{B}$  transverse  
( $\vec{B} \perp \vec{e}_z$ )

$$26. R = \frac{\|\vec{\Pi}_r\|}{\|\vec{\Pi}_i\|} \Big|_{z=0} = r_{vs}^2 = \left( \frac{n_v - n_s}{n_v + n_s} \right)^2 = 0,21 \Rightarrow 21\% \text{ de}$$

la puissance incidente est perdue par réflexion.

27. Comme précédemment, continuité de  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  en  $z=e$ :

$$\begin{cases} \vec{E}_{oi} e^{-i\varphi/2} + \vec{E}_{or} e^{i\varphi/2} = \vec{E}_{ot} e^{-i\varphi/2} \\ n_d(\vec{E}_{oi} e^{-i\varphi/2} - \vec{E}_{or} e^{i\varphi/2}) = n_s \vec{E}_{ot} e^{-i\varphi/2} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_{oi} (n_d - n_s) e^{-i\varphi/2} = \vec{E}_{or} (n_d + n_s) e^{i\varphi/2}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{or} = \frac{n_d - n_s}{n_d + n_s} \vec{E}_{oi} e^{-i\varphi} = r_{ds} \vec{E}_{oi} e^{-i\varphi}$$

28. Continuité de  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  en  $z=0$ , avec  $\vec{E}_{or} = \vec{0}$ :

$$\begin{cases} \vec{E}_{oi} = \vec{E}_{oi} + \vec{E}_{o2} \\ n_v \vec{E}_{oi} = n_d (\vec{E}_{oi} - \vec{E}_{o2}) \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_{o2} = \frac{n_d - n_v}{n_d + n_v} \vec{E}_{oi}$$

En comparant les 2 expressions:  $\frac{n_d - n_s}{n_d + n_s} e^{-i\varphi} = \frac{n_d - n_v}{n_d + n_v}$

$$\Rightarrow (n_d^2 + n_v n_d - n_s n_d - n_s n_v) e^{-i\varphi} = (n_d^2 + n_s n_d - n_v n_d - n_v n_s)$$

$$\Rightarrow e^{-i\varphi} = \pm 1 \quad \bullet \text{ si } e^{-i\varphi} = 1, \text{ on a } n_s = n_v \text{ ce qui est faux}$$

$$\bullet \text{ si } e^{-i\varphi} = -1, \text{ on a } n_d^2 = n_v n_s \Rightarrow n_d = \sqrt{n_v n_s} \parallel$$

Donc  $e^{-i\varphi} = -1$  soit donc  $\varphi = \pi [2\pi]$   $\parallel$

29. En ce cas, toute la puissance incidente est transmise dans le silicium.

30. si faut  $\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(x) \quad \forall x \Rightarrow \underline{V(x) = \text{cte}} \parallel$

Alas  $\omega = \frac{\hbar}{2m} k^2 + \frac{V}{\hbar}$

31.  $\begin{cases} p = m v = \hbar k \\ E = \hbar \omega \end{cases}$  On  $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{\text{de Broglie}} \frac{1}{2} m \left(\frac{\hbar k}{m}\right)^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \hbar \omega - V = E - V \downarrow PE$   
 $\Rightarrow \text{OK}$   $\rightarrow \text{OK.}$   
 $(E = E_c + V)$

32. On injecte :  $i\hbar \psi' = -\frac{\hbar^2}{2m} \psi'' + V \psi$

$\Rightarrow i\hbar \frac{\psi'}{\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\psi''}{\psi} + V = E = \text{cte}$  énergie de la part.  
(  $\Rightarrow \psi(x) = \text{cte} e^{-i \frac{E}{\hbar} x}$  )  
fonction de  $x$

$\Rightarrow \psi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) = 0 \parallel$

33.  $E = E_c + V = E_c + 0 \geq 0 \Rightarrow E \geq 0$

34.  $\psi''(x) + k^2 \psi(x) = 0 \Rightarrow \psi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$

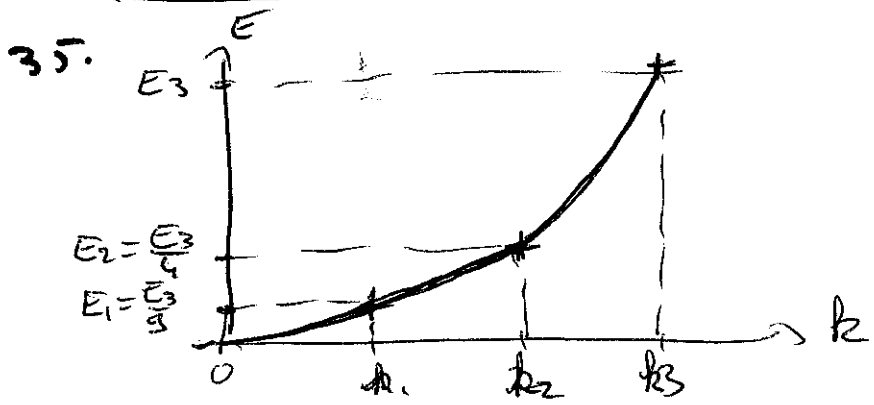
On  $\psi(0) = 0 \Rightarrow A = 0$  et donc  $\psi(x) = B \sin(kx)$ .

On  $\psi(L) = 0 \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \text{ exclu } (\psi = 0) \\ k n \sin(kL) = 0 \Rightarrow k_n = n \frac{\pi}{L} \quad n \in \mathbb{N}^* \quad (n=0 \Rightarrow \psi=0) \\ \Rightarrow k_1 = \frac{\pi}{L} \parallel \end{cases}$  ( $n < 0$  redondant)

Alas  $\psi_n(x) = B_n \sin(n k_1 x)$   
 $\psi_n(x) = \text{cte} \exp(-i \frac{E_n}{\hbar} t)$  avec  $E_n = \hbar \omega_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$

Puis normalisation :  $\int_0^L |\psi|^2 dx = 1 \Rightarrow \text{cte} B_n^2 \times \frac{L}{2} = 1 \quad (\text{cosus})$

$\Rightarrow \psi_n(x,t) = \sqrt{\frac{2}{L}} e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t} \sin(n k_1 x) e^{i \phi_n}$   $k_1 = \frac{\pi}{L}$   
 $E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = n^2 E_1$   
 $(E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2})$



36.  $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{\hbar^2}{8mL^2} = 3,7 \cdot 10^{-7} \text{ eV} \parallel$

On a  $k_B T \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ eV} \gg E_1 \Rightarrow$  tous les états sont occupés

37. nb d' $e^-$  dans "1 boîte" :  $N = N_0^{1/3} L \Rightarrow n_F = \frac{N}{2} = \frac{N_0^{1/3} L}{2} \parallel$

Alors  $E_F = n_F^2 E_1 = \frac{N_0^{2/3} L^2}{4} E_1 \parallel$

38. cuvette = atome (noyau) et  $2a =$  distance interatomique.

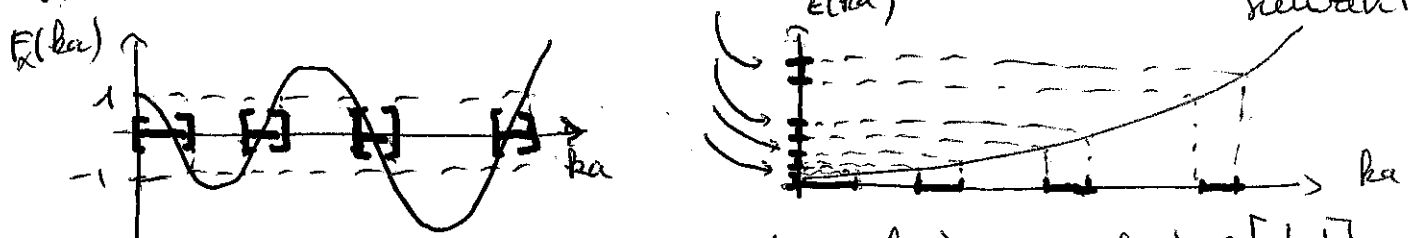
39.  $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$   $K = \sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}}$  et superposition de deux états (avec  $\alpha \rightarrow$  et  $\alpha \leftarrow$ )

40.  $\psi$  et  $\frac{\partial \psi}{\partial x}$  continue (de  $\psi$  et  $\psi'$ ) en  $\left. \begin{array}{l} x=0 \\ x=a \end{array} \right\}$

41. Par translation de  $a$  suivant  $\vec{e}_x$ , les conditions aux limites sont changées par permutation de  $k$  et  $K$ , mais la condition doit être invariante par cette permutation  $\rightarrow$  condition c)  $\parallel$

En effet  $\alpha \rightarrow \frac{1}{\alpha}$   $ka \rightarrow Ka$   $\alpha ka \rightarrow \frac{1}{\alpha} ka = ka$

42. Entre crochets les énergies possibles :  $\rightarrow$  voir page suivante



43. Pour  $\alpha = 1$   $F_x(ka) = \cos(ka + \alpha ka) = \cos(2ka) \in [-1, 1]$   
 $\rightarrow$  pas de bande interdite. Normal :  $\alpha = 1 \Rightarrow V_0 = 0 \rightarrow$  part. libre.

44.  $ka \in [1,7; 3]$  pour la 1<sup>ère</sup> bande interdite

Alors  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{8m\pi^2} \in [1,5 \text{ eV}; 4,7 \text{ eV}] \parallel$

45. largeur =  $4,7 - 1,5 = 3,2 \text{ eV} \rightarrow$  cohérent



Número de place

Número d'inscription

Signature

Nom

Prénom



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

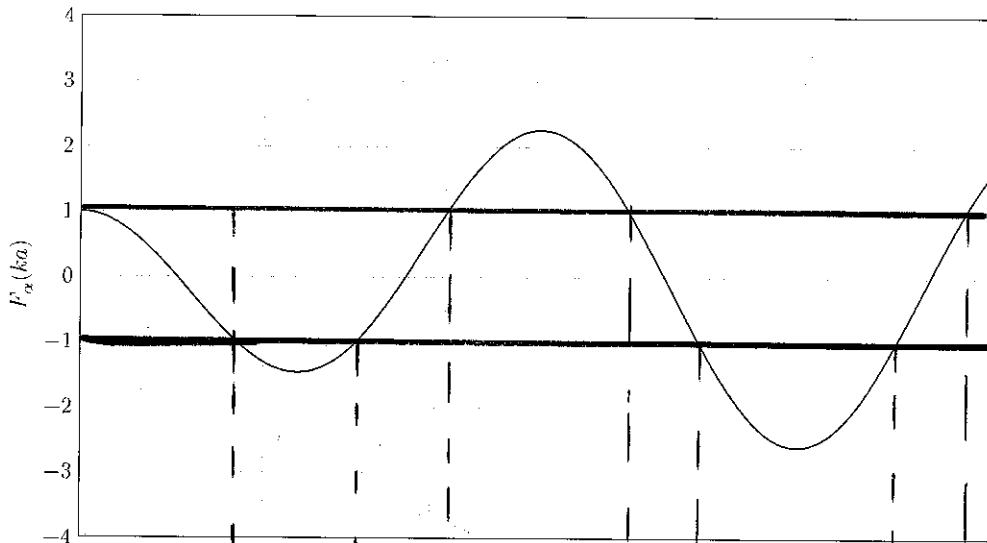
Épreuve : Physique 1 PC

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille  /

Question 42

interdite }  
permise {  
interdite }



permise {  
interdite  
permise {  
interdite  
permise {  
interdite  
permise {

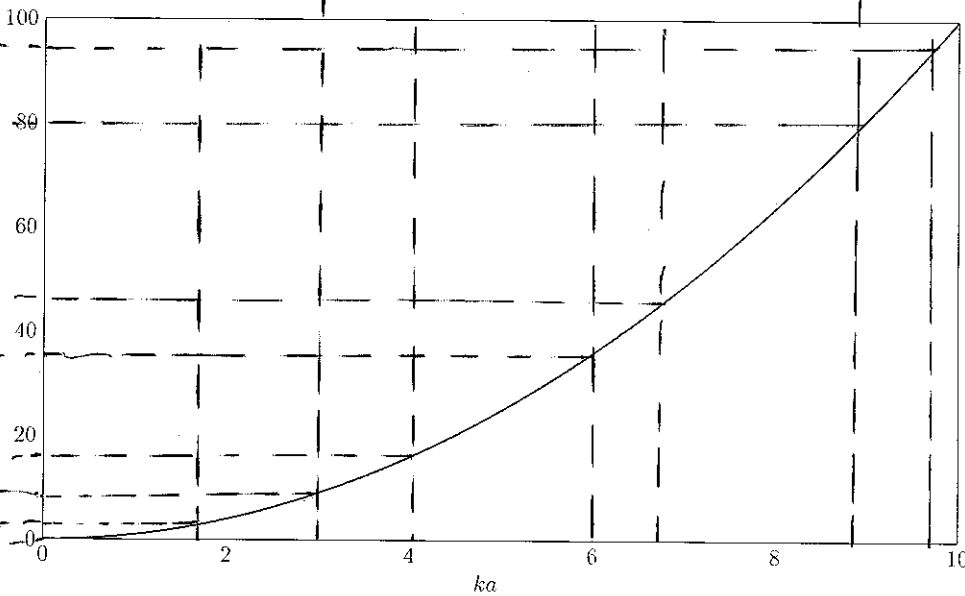


Figure A Fonction  $F_\alpha(ka)$  et énergie  $E(ka)$  (unité arbitraire) tracés pour  $\alpha = 0,2$