Formules de trigonométrie

A connaître :

Pour tous réels x et y, on a :

$$\cos(-x) = \cos(x)$$
$$\sin(-x) = -\sin(x)$$
$$\tan(-x) = -\tan(x)$$
$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$$
$$\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$$
$$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$$
$$\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$$

$$\sin(2x) = 2\cos(x)\sin(x)$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2(x)$$
$$\cos^2 x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$$
$$\sin^2 x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

A connaître ou à savoir retrouver rapidement :

$$\cos(x).\cos(y) = \frac{1}{2}\big(\cos(x+y) + \cos(x-y)\big)$$
$$\sin(x).\sin(y) = \frac{1}{2}\big(\cos(x-y) - \cos(x+y)\big)$$
$$\sin(x).\cos(y) = \frac{1}{2}\big(\sin(x+y) + \sin(x-y)\big)$$
$$\cos(x) + \cos(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$ (avec $\cos(x) + \cos(y) = \mathrm{Re}(e^{ix} + e^{iy})$ et l'angle moitié)
$$\cos(x) - \cos(y) = -2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$
$$\sin(x) + \sin(y) = 2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

pour tous réels x, y tels que $x \neq \frac{\pi}{2}[\pi]$, $y \neq \frac{\pi}{2}[\pi]$, $x+y \neq \frac{\pi}{2}[\pi]$ (les tangentes sont définies)

$$\tan(x+y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)}$$