Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

Du 18/11 au 22/11 (semaine 7)

Les questions de cours :

__En plus :__

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
   - Eléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice : Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres, spectre.
   - Valeurs propres d'une matrice triangulaire.
   - Polynôme caractéristique d'un endomorphisme, d'une matrice : degré, terme en X^{n-1} et terme constant si $A \in M_n(K)$.
   - Lien entre racines du polynôme caractéristique et valeurs propres. Majoration du nombre de valeurs propres distinctes d'une matrice.
   - Polynôme caractéristique, spectre et multiplicité des valeurs propres de deux matrices semblables.
   - Multiplicité d'une valeur propre. Encadrement de la dimension du sous-espace propre associé à une valeur propre λ à l'aide de sa multiplicité.
   - Définition d'endomorphisme et de matrice diagonalisable. Lien entre les deux.
   - $f \in L(E)$ est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de E. Enoncé analogue pour une matrice.
   - Diagonalisabilité d'une matrice $A \in M_n(K)$ ayant une seule valeur propre ou ayant n valeurs propres distinctes.
   - Polynôme annulateur d'une matrice, d'un endomorphisme.
   - Théorème de Cayley-Hamilton.
   - Critère de diagonalisabilité utilisant un polynôme scindé à racines simples.
   - Diagonalisabilité de l'endomorphisme induit par un endomorphisme diagonalisable sur un sous-espace stable.
   - Définition d'endomorphisme et de matrice trigonalisable. Caractérisation à l'aide du polynôme caractéristique.
   - Toute matrice $A \in M_n(\mathbb{C})$ admet au moins une valeur propre complexe et est trigonalisable.
   - Expression de la somme et du produit des valeurs propres (comptées chacune avec leur multiplicité) d'une matrice trigonalisable à l'aide de la trace et du déterminant.

2) **Un des résultats suivants, avec la démonstration :**
   - $f \in L(E)$ est diagonalisable si et seulement si E est somme directe des sous-espaces propres de f.
   - $A \in M_n(K)$ est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et que pour chaque valeur propre, la multiplicité est égale à la dimension du sous-espace propre associé.
   - Lien entre valeurs propres et racines d'un polynôme annulateur.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur la réduction

Du 25/11 au 29/11 (semaine 8)

Les questions de cours :

1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

- Définition d'endomorphisme et de matrice diagonalisable. Lien entre les deux.
- $f \in L(E)$ est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de E. Enoncé analogue pour une matrice.
- Diagonalisabilité d'une matrice $A \in M_n(K)$ ayant une seule valeur propre ou ayant n valeurs propres distinctes.
- Polynôme annulateur d'une matrice, d'un endomorphisme.
- Théorème de Cayley-Hamilton.
- Critère de diagonalisabilité utilisant un polynôme scindé à racines simples.
- Diagonalisabilité de l'endomorphisme induit par un endomorphisme diagonalisable sur un sous-espace stable.
- Définition d'endomorphisme et de matrice trigonalisable. Caractérisation à l'aide du polynôme caractéristique.
- Toute matrice $A \in M_n(\mathbb{C})$ admet au moins une valeur propre complexe et est trigonalisable.
- Expression de la somme et du produit des valeurs propres (comptées chacune avec leur multiplicité) d'une matrice trigonalisable à l'aide de la trace et du déterminant.
- Définition de la convergence simple et de la convergence uniforme d'une suite de fonctions. Lien entre les deux.
- Limite uniforme d'une suite de fonctions continues.
- Permutation limite-intégrale sur un segment lorsqu'il y convergence uniforme.
- Théorème de convergence dominée. Exemples.
- Régularité de la limite d'une suite de fonctions C^1 et d'une suite de fonctions C^k en cas de convergence uniforme.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- $f \in L(E)$ est diagonalisable si et seulement si E est somme directe des sous-espaces propres de f.
- $A \in M_n(K)$ est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et que pour chaque valeur propre, la multiplicité est égale à la dimension du sous-espace propre associé.
- Lien entre valeurs propres et racines d'un polynôme annulateur.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur la réduction en priorité. Eventuellement ensuite un exercice élémentaire sur les suites de fonctions ou le théorème de convergence dominée (on n'en aura pas encore fait en TD).