Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

Du 16/12 au 20/12 (semaine 11)

Les questions de cours :

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
   - Lemme d'Abel pour les séries entières
   - Rayon et domaine de convergence. Cercle d'incertitude.
   - Si on considère une série entière $\sum a_n z^n$ de rayon de convergence R, alors que dire si $|z| < R$, et si $|z| > R$?
   - Si on considère une série entière $\sum a_n z^n$ de rayon de convergence R et $r > 0$, que dire si $(a_n r^n)$ est bornée ? Et si $(a_n r^n)$ ne tend pas vers 0 ?
   - Lien entre les rayons de convergence de $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ lorsque $a_n \underset{n\to+\infty}{\sim} b_n$ ou $a_n = O(b_n)$.
   - Règle de d'Alembert pour les séries entières.
   - Convergence normale sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence. Continuité sur l'intervalle ouvert de convergence. Continuité dans le cas complexe.
   - Comparaison des rayons de convergence des séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n\, a_n z^n$.
   - Dérivation et intégration terme à terme. La somme d'une série entière est C^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence.
   - Formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange.
   - Fonctions développables en série entière. Somme et produit.
   - Développements en série entière des fonctions usuelles sur l'intervalle ou le disque ouvert de convergence : $\sin, sh, \cos, ch, \arctan, x \mapsto \ln(1+x), x \mapsto \ln(1-x), x \mapsto (1+x)^\alpha$ et $z \mapsto e^z, z \mapsto \dfrac{1}{1-z}$.
   - Unicité du développement en série entière.

2) **Un des résultats suivants, avec la démonstration :**
   - Produit de Cauchy de deux séries entières à partir du produit de Cauchy de deux séries numériques.
   - Expression des coefficients du développement en série entière d'une fonction à l'aide des dérivées.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les séries de fonctions. Tout exercice raisonnable sur les séries entières (on en aura seulement fait quelques-uns en TD).

Du 06/01 au 10/01 (semaine 12)

Les questions de cours :

1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

- Convergence normale sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence pour la somme d'une série entière. Continuité sur l'intervalle ouvert de convergence. Continuité dans le cas complexe.
- Comparaison des rayons de convergence des séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$.
- Dérivation et intégration terme à terme. La somme d'une série entière est C^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence.
- Formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange.
- Fonctions développables en série entière. Somme et produit.
- Développements en série entière des fonctions usuelles sur l'intervalle ou le disque ouvert de convergence : $\sin, sh, \cos, ch, \arctan, x \mapsto \ln(1+x), x \mapsto \ln(1-x), x \mapsto (1+x)^\alpha$ et $z \mapsto e^z, z \mapsto \dfrac{1}{1-z}$.
- Unicité du développement en série entière.
- Bref rappel sur les équations différentielles du premier ordre, avec variation de la constante. Solutions des équations homogènes du second ordre à coefficients constants.
- Existence et unicité de la solution du problème de Cauchy pour les équations linéaires du premier et du second ordre.
- Recherche de solutions développables en séries entières d'une équation différentielle ou de développements en séries entières à l'aide d'une équation différentielle.

Nous avons vu rapidement les notions de dénombrabilité et de familles sommables. En probabilités, les sommes de nombres positifs peuvent toujours être calculées et sont à valeurs dans $\mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$. La sommation par paquets et le théorème de Fubini peuvent être utilisés pour des familles sommables ou à termes positifs. Nous avons également vu la définition de variable aléatoire discrète

- Probabilité d'une union dénombrable ou d'une intersection dénombrable d'événements exprimée à l'aide d'une limite.
- Majoration de la probabilité d'une réunion dénombrable d'événements. Evénements négligeables et presque sûrs. Union dénombrable d'événements négligeables et intersection dénombrable d'événements presque sûrs.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- Expression des coefficients du développement en série entière d'une fonction à l'aide des dérivées.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les séries entières.