

## Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

### Du 13/01 au 17/01 (semaine 13)

#### Les questions de cours :

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**

- Bref rappel sur les équations différentielles du premier ordre, avec variation de la constante. Solutions des équations homogènes du second ordre à coefficients constants.
- Existence et unicité de la solution du problème de Cauchy pour les équations linéaires du premier et du second ordre.
- Recherche de solutions développables en séries entières d'une équation différentielle ou de développements en séries entières à l'aide d'une équation différentielle.

Nous avons vu rapidement les notions de dénombrabilité et de familles sommables. En probabilités, les sommes de nombres positifs peuvent toujours être calculées et sont à valeurs dans  $\mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$ . La sommation par paquets et le théorème de Fubini peuvent être utilisés pour des familles sommables ou à termes positifs. Nous avons également vu la définition de variable aléatoire discrète

- Probabilité d'une union dénombrable ou d'une intersection dénombrable d'événements exprimée à l'aide d'une limite.
- Majoration de la probabilité d'une réunion dénombrable d'événements. Événements négligeables et presque sûrs. Union dénombrable d'événements négligeables et intersection dénombrable d'événements presque sûrs.
- Formule des probabilités composées.
- Formule des probabilités totales dans le cas d'un système complet ou quasi-complet d'événements.
- Événements indépendants et deux à deux indépendants.
- Loi d'une variable aléatoire discrète. Description des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique et loi de Poisson.
- Espérance d'une variable aléatoire. Cas d'une variable positive. Variable aléatoire d'espérance finie.
- Si  $X$  est à valeurs dans  $\mathbb{N} \cup \{+\infty\}$ , expression de  $E(X)$  à l'aide des  $P(X \geq n)$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Théorème de transfert.

2) **Un des résultats suivants, avec la démonstration :**

- Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson.
- Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique.

#### Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les séries entières. Tout exercice raisonnable de probabilité (on aura encore fait peu d'exercices). Attention : **ce chapitre de probabilités traite essentiellement de tout ce qui concerne une seule variable aléatoire**. Ce qui est relatif aux couples, suites de variables aléatoires sera vu dans un chapitre ultérieur.

## Du 20/01 au 24/01 (semaine 14)

### Les questions de cours :

- 1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
  - Formule des probabilités composées.
  - Formule des probabilités totales dans le cas d'un système complet ou quasi-complet d'événements.
  - Événements indépendants et deux à deux indépendants.
  - Loi d'une variable aléatoire discrète. Description des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique et loi de Poisson.
  - Espérance d'une variable aléatoire. Cas d'une variable positive. Variable aléatoire d'espérance finie.
  - Si  $X$  est à valeurs dans  $\mathbb{N} \cup \{+\infty\}$ , expression de  $E(X)$  à l'aide des  $P(X \geq n)$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .
  - Théorème de transfert.
  - Linéarité de l'espérance. Positivité et croissance.
  - Si  $|X| \leq Y$  et  $Y$  est d'espérance finie, alors  $X$  l'est aussi.
  - Variance et écart-type de  $X$  lorsque  $X^2$  est d'espérance finie.
  - Variance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, binomiale, de Poisson ou de Bernoulli.
  - Fonction génératrice d'une variable aléatoire. Continuité sur  $[-1, 1]$ .
  - Lien entre fonction génératrice et espérance finie.
  
- 2) **Un des résultats suivants, avec la démonstration :**
  - Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson.
  - Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique.
  - Fonction génératrice d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson, une loi géométrique ou une loi binomiale.
  - Inégalité de Markov.
  - Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

### Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les probabilités. Attention : **ce chapitre de probabilités traite essentiellement de tout ce qui concerne une seule variable aléatoire.** Ce qui est relatif aux couples, suites de variables aléatoires sera vu dans un chapitre ultérieur.