Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

Du 10/03 au 15/03 (semaine 19)

Les questions de cours :

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
   - Définition de norme.
   - Exemples : norme euclidienne, norme de la convergence uniforme des suites de fonctions, normes dans K^p, dans $M_p(K)$.
   - Ensemble borné et suite bornée dans un espace vectoriel normé.
   - Suite convergente dans un espace vectoriel normé.
   - Opérations sur les limites. Suites extraites.
   - Définition de normes équivalentes. Cas d'un espace de dimension finie.
   - La convergence et le caractère borné ne sont pas modifiés quand on remplace une norme par une norme équivalente.
   - Convergence coordonnée par coordonnées dans une base en dimension finie. Convergence coefficient par coefficient d'une suite de matrices.
   - Boule ouverte, boule fermée d'un espace vectoriel.
   - Définition d'ensemble convexe. Cas des boules, des sous-espaces vectoriels.
   - Ensemble ouvert dans un espace vectoriel. Intersection finie et réunion quelconque d'ouverts.
   - Point adhérent à un ensemble. Adhérence.
   - Sous-ensemble fermé. Définition par les suites. Caractérisation par le complémentaire.
   - Union finie et intersection quelconque de fermés.
   - Ensemble dense dans un autre.
   - Limite et continuité en un point. Caractérisation séquentielle.
   - Image réciproque d'un ouvert et d'un fermé par une fonction continue. Cas de $\{x \in E, f(x) > 0\}$, $\{x \in E, f(x) \geq 0\}$ ou $\{x \in E, f(x) = 0\}$.
   - Fonctions lipschitziennes, continuité des fonctions lipschitziennes.
   - Théorème des bornes atteintes.
   - Continuité des applications linéaires en dimension finie.
   - Les applications $p-$ linéaires sont continues en dimension finie. Cas du déterminant.
   - Couples de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales.
   - Indépendance des variables aléatoires.
   - Si des variables aléatoires $X_1, ..., X_n$ sont indépendantes, alors $f_1(X_1), ..., f_n(X_n)$ le sont aussi.
   - Lemme des coalitions.

2) **Un des résultats suivants, avec la démonstration :**
   - Toute matrice est limite d'une suite de matrices inversibles.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les intégrales à paramètres ou les espaces vectoriels normés (en restant raisonnable) Un exercice sur les coupes de variables aléatoires est également possible dans un second temps (on n'aura pas commencé en TD mais on aura fait des exemples en cours).

Du 17/03 au 22/03 (semaine 20)

Les questions de cours :

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
   - Image réciproque d'un ouvert et d'un fermé par une fonction continue. Cas de $\{x \in E, f(x) > 0\}$, $\{x \in E, f(x) \geq 0\}$ ou $\{x \in E, f(x) = 0\}$.
   - Fonctions lipschitziennes, continuité des fonctions lipschitziennes.
   - Théorème des bornes atteintes.
   - Continuité des applications linéaires en dimension finie.
   - Les applications $p-$ linéaires sont continues en dimension finie. Cas du déterminant.
   - Couples de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales.
   - Indépendance des variables aléatoires.
   - Si des variables aléatoires $X_1,...,X_n$ sont indépendantes, alors $f_1(X_1),...,f_n(X_n)$ le sont aussi.
   - Lemme des coalitions.
   - Espérance d'un produit de variables aléatoires indépendantes.
   - Inégalité de Cauchy-Schwarz.
   - Covariance.
   - Variance d'une somme de variables aléatoires. Cas de variables deux à deux indépendantes.
   - Loi faible des grands nombres.
   - Fonction génératrice d'une somme de deux ou plusieurs variables indépendantes.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les espaces vectoriels normés. Tout exercice de probabilités sur les couples ou les suites de variables aléatoires.